

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

ANNEE MDCCLIX



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour et de l'Académie Royale.
MDCCLXVI.

Imprimé
par ordre de l'Académie.

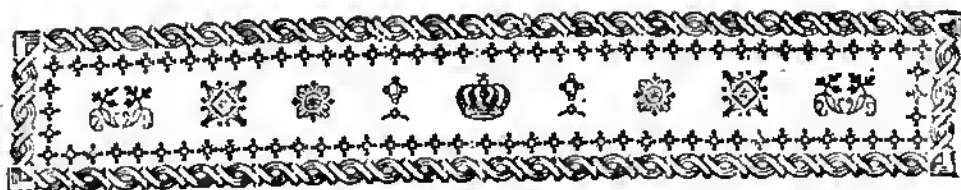


TABLE.

CLASSE

DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

Démonstration fondée sur des Expériences, *que la pierre serpentine de Saxe ne doit pas être mise dans la classe de l'argille, & comptée parmi les pierres argilleuses,* par M. MARGGRAF. pag. 3

Rapport des effets de l'acide du vitriol sur diverses pierres, ou especes de terre, par M. MARGGRAF. 12

Expériences Chymiques concernant ce qu'on nomme la dernière lessive mere incristallisable du sel de cuisine, relativement à l'espece de terre qui y est contenue, par M. MARGGRAF. 19

Exposé de quelques Observations chymiques remarquables, par M. MARGGRAF. 28

Observations sur quelques maladies assez rares, par M.
MECKEL. 35

Eclaircissemens historiques & physiques sur diverses plantes
qui ont été prises pour le véritable Aegolethron de Plinè,
par M. GLEDITSCH. 48

CLASSE I

DE MATHÉMATIQUE.

Observations sur l'état présent de la Dioptrique, sur les
moyens de perfectionner les Lunettes à réfraction, &
sur la découverte qu'on annonce d'un nouveau genre d'ob-
jectifs qui les porte au plus-haut degré de perfection,
par M. le Comte DE REDERN. 89

De la propagation du Son, par M. EULER. 185

Supplément aux Recherches sur la propagation du son, par
M. EULER. 210

Continuation des Recherches sur la propagation du son, par
M. EULER. 241

Recherches sur le mouvement de rotation des corps célestes,
par M. EULER. 265

Solution d'une Question curieuse qui ne paroît soumise à au-
cune analyse, par M. EULER. 310

Recherches sur le dérangement du mouvement d'une Planete, par l'action d'une autre Planete, ou d'une Comete, par M. J. A. EULER.	338
--	-----

C L A S S E

DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Réunion des principaux moyens employés pour découvrir l'origine du langage, des idées & des connoissances des hommes, par M. FORMEY.	367
--	-----

Ebauche du Systeme de la Compensation, par M. FORMEY.	378
---	-----

Réflexions sur la nature & les causes de la folie, par M. DE BEAUSOBRE. Premier Mémoire.	390
---	-----

— — . Second Mémoire.	404
-----------------------	-----

— — Troisième Mémoire.	419
------------------------	-----

Explication d'un paradoxe psychologique; Que non seulement l'homme agit & juge quelquefois sans motifs & sans raisons apparentes, mais même malgré des motifs pressans & des raisons convaincantes, par M. SULZER.	433
--	-----

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

*Essai dans lequel on se propose de déterminer le nombre des
habitans de Londres & de Paris, par M. SUSS-
MILCH.*

453

Eloge de M. DE MAUPERTUIS.

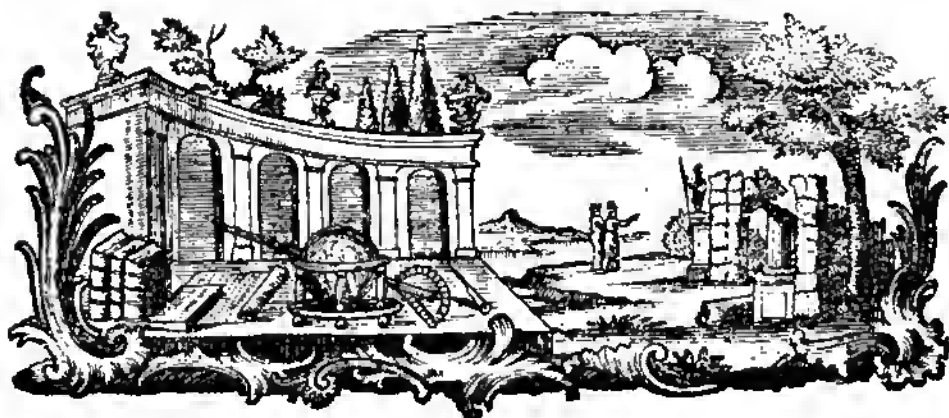
464



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*C L A S S E D E P H I L O S O P H I E
E X P É R I M E N T A L E.*





DÉMONSTRATION FONDÉE

SUR
DES EXPÉRIENCES, QUE LA PIERRE SER-
PENTINE DE SAXE NE DOIT PAS ÊTRE MISE DANS
LA CLASSE DE L'ARGILLE, ET COMPTÉE PARMİ
LES PIERRES ARGILLEUSES.

PAR M. MARGGRAF.

Traduis de l'Allemand,



I.
La pierre serpentine que j'ai employée pour les
Expériences dont je vais rendre compte, est
celle qui se trouve dans les Montagnes de Saxe,
& qui est en particulier si abondante dans la
grande carrière près de Zœplitz, qu'on en fait
toutes sortes de vases, dont le débit s'étend fort loin, & fait un objet



de négoce considérable. Cette pierre est de toutes sortes de couleurs, noire, grise, verdâtre, blanchâtre, d'un blanc tirant sur le jaune, avec des veines rouges, ou des taches, entremêlée d'amiante; elle a aussi divers degrés de dureté, mais elle est toujours assez molle pour servir à faire tous les vaisseaux dont on s'avise, comme des mortiers, des boîtes, des caffetieres, des pots à thé, des rasses, des jattes, &c. Mais, autant que cette pierre est connue par de tels usages, autant est elle demeurée inconnue jusqu'ici par rapport au mélange d'où elle résulte proprement, & à la base de sa constitution essentielle.

II. M. Pott range cette pierre parmi les especes de l'argille, parce qu'en la brûlant elle durcit. On peut voir là dessus sa *Lithogéognosie* p. 33. & la continuation de cet Ouvrage, p. 50. Il va même dans la seconde Continuation jusqu'à lui assigner place parmi les pierres qu'on nomme *ollaires*, toujours à cause de cette propriété de durcir au feu. C'est ainsi que *Kramer*, *Wallernus*, & *Gellert* ont aussi regardé la pierre serpentine comme appartenant aux pierres ollaires, ou à celles qu'on nomme *pierres de lard*. *Brême*, dans sa *Minéralogie*, la compte parmi les pierres qui se laissent brûler comme la pierre de gypse & la pierre calcaire en gypse & en chaux vive. La suite va faire voir que toutes ces idées ne s'accordent pas avec la réalité.

III. Il semble que les Auteurs qu'on vient d'indiquer, & particulièrement le premier, se soyent bornés à considérer la pierre en question, & ses especes, simplement par rapport à la propriété qu'elle a de durcir au feu, & qu'ils se sont crus fondés à en faire par cette raison une argille; mais de cette maniere on a confondu deux corps très réellement différens, puisque l'argille & ses especes ne sauroient jamais être ni devenir des pierres de lard, tout comme celles-ci ne seront ni ne deviendront jamais des argilles. Il y a tout au contraire une différence des plus considérables entre cette terre & ces pierres. Ne nous arrêtons d'abord qu'à celle qui peut être saisie par les hommes les plus bornés, & qui peut être constamment regardée
comme



comme un caractère général par où l'argille & ses especes d'une part, la pierre serpentine & ses especes de l'autre, se distinguent extérieurement. Ce caractère consiste d'abord en ce que l'argille & toutes ses especes, dès que ce sont de vraies & réelles argilles, soit lavées, soit non lavées, pourvu qu'elles soyent bien sèches, s'attachent aussitôt à la langue; même quand elles sont en quelque sorte calcinées, ou conduites à une médiocre incandescence. Si on jette dans l'eau l'argille crue, non calcinée, ses parties s'y détachent peu à peu les unes des autres; phénomènes qui n'ont pas lieu dans la pierre serpentine & dans ses especes, & qu'on n'apercevra non plus jamais dans la pierre de lard.

IV. C'est cette observation même qui m'a engagé à ne point ranger la pierre serpentine parmi les pierres argilleuses, & à croire que la terre soluble contenue dans cette pierre doit être toute différente de celle qui se trouve dans l'argille. Pour arriver à la certitude sur ce sujet, je me mis en devoir de travailler; mais je ne me servis pas dans mon travail d'un moyen aussi violent que l'est le feu de fusion, car il est plus propre à réunir & rapprocher les parties des pierres & des terres qu'à les séparer. J'eus donc recours à la voye humide de séparation, par les dissolvans que j'avois déjà employés pour la décomposition de l'argille, & qui m'avoient paru les plus convenables. Voyez le premier Tome de mes Ecrits de Chymie, p. 203. §. 7. & suivans. C'étoit en effet la meilleure maniere de tirer de la pierre serpentine la terre soluble qui s'y trouve, & de séparer ensuite de cette solution les parties terrestres par un usage facile des sels alcalis. Mais, si la terre de la pierre serpentine étoit argilleuse, il faudroit qu'après avoir été travaillée avec l'acide du vitriol, elle donnât un vrai & réel alun. Voyons comment les choses se passent à cet égard.

V. Je pris huit onces de pierre serpentine pulvérisée de l'espece dont la couleur noire tire sur le verdâtre, & qui avec cela étant la plus tendre sert principalement à faire des vases; je secouai cer-



te poudre dans une retorte de verre neuve & bien nette, & je versai dessus huit onces d'huile de vitriol délayée avec trois parties d'eau; je mis mon vaisseau à distiller dans une coupelle de sable, j'y appliquai légèrement un récipient sans le luter, & je distillai par degrés tout le liquide jusqu'à exsiccation. Je versai ensuite sur ce qui étoit resté de l'eau chaude, je remis la retorte sur du sable chaud, j'en fis écouler le liquide, & je versai toujours sur le reste, de l'eau chaude jusqu'à ce que le tout fut dans un état de solution aussi déliée qu'il étoit possible. Après cela je séparerai la liqueur claire, je la filtrai, & je continuai à verser de l'eau chaude sur ce qui s'étoit posé au fond sans se dissoudre, jusqu'à ce que ce résidu n'eût absolument aucun goût; après quoi l'ayant filtré je l'ajourai à la première lessive saline. Je secouai de nouveau ce qui étoit épais dans un filtre, je l'y édulcorai encore à diverses reprises avec de l'eau chaude, & le fis sécher. Après cette exsiccation j'obtins quatre onces & trois dragmes d'une poudre d'un blanc grisâtre, sur laquelle je versai encore une fois la moitié autant d'huile de vitriol, j'édulcorai bien le tout comme précédemment, & il s'en sépara encore après l'exsiccation une demi-once & deux scrupules; de sorte qu'on peut compter à coup sûr que la pierre serpentine a dans sa composition la moitié de terre soluble & au delà.

VI. Ayant pris la lessive saline filtrée dont il a été fait mention ci-dessus, je la mis dans un verre & l'y fis évaporer jusqu'au tiers. J'en mêlai une quantité avec un peu de sel alcali dissous de la même manière dont j'ai rapporté que j'avois procédé avec l'alun; & ayant aussi traité ce mélange de même, je n'en tirai aucun alun. Là dessus je mis dans une retorte le reste de ma solution qui avoit une couleur assez verdâtre & un goût vitriolique, j'en fis une entière abstraction jusqu'à l'exsiccation, je donnai aussi vers la fin un feu assez véhément, jusqu'à faire presque rougir la retorte; &, après son refroidissement j'y trouvai une masse saline, en partie rougeâtre, en partie blanchâtre. Je versai dessus de l'eau froide distillée; cette masse s'échauffa violemment; je continuai à y verser de l'eau, je mis ce mélange en digestion; j'en procurai une entière solution, & le filtrai. La solution avoit un goût



goût astringent; je la fis évaporer jusqu'au point de la cristallisation; & après le refroidissement il se manifesta une grande quantité de sel blanc, en forme de cristaux allongés, que je séparai de la liqueur verdâtre qui restoit encore, & je fis ensuite sécher ces cristaux. La terre qui après la filtration se trouvoit encore dans le filtre, étoit parfaitement ferrugineuse.

VII. Je fis évaporer jusqu'à exsiccation la liqueur verdâtre qui étoit demeurée de reste après la cristallisation; je la calcinai avec les premiers cristaux, les traitant néanmoins séparément à un feu véhément au creuset à fondre, dans le dessein d'achever d'en détacher entièrement l'acide du vitriol superflu; ce travail dura une bonne heure, pendant laquelle ces matieres ne se gonflerent pas le moins du monde, ni l'une ni l'autre, par l'action du feu, comme ont coutume de le faire les sels d'alun, & ne se fondirent pas comme le sel admirable. Quand les creusets furent refroidis, je fis sortir de chacun à part ce qu'il contenoit; le sel épars çà & là se trouva d'un jaune rougeâtre; mais le liquide qui, après avoir bouilli, s'étoit calciné, avoit une couleur rouge forte à cause de la quantité de particules de fer qui s'y étoient jettées, & qui avoient été détachées de la pierre serpentine par l'huile de vitriol. Je versai de l'eau sur les deux produits, & les mélanges s'échauffèrent de nouveau d'une façon extraordinaire; je procurai une entière solution, & ayant filtré ces solutions, il demeyra dans le filtre de la dernière une quantité considérable de crocus martial. Je mêlai ensemble ces solutions qui avoient un goût fort amer, & qui étoient aussi claires que de l'eau, je les fis évaporer, je les disposai à la cristallisation, & elles me donnerent, jusqu'à la dernière goutte, un sel déjà cristallin, d'un goût fort amer, & en cristaux allongés; lequel étant soumis à toutes sortes d'épreuves s'y montra un vrai sel amer, & se légitiima comme pourroit le faire un sel d'Ebsom, un sel de Sedlitz, ou un sel de Seydenschütze.

VIII. Ainsi donc ce sel est un vrai sel moyen terrestre qu'on tire à l'aide de l'acide vitriolique de la terre soluble contenue dans la pierre serpentine.



pentine. Mais qui ne voit en même tems que cette terre alcaline de la pierre serpentine doit être d'une tout autre nature que celle de l'argille. En effet, si elle n'en différoit point, il faudroit qu'elle donnât, sans la moindre difficulté ni le moindre doute, un alun formel, substance totalement éloignée de notre sel. Et si c'étoit une terre calcaire, ou de marbre, la pierre serpentine ne se durciroit pas au feu autant qu'elle le fait, ou du moins elle s'affaîsseroit bientôt à l'air. Elle formeroit aussi avec l'acide vitriolique un sélénite, qu'on reconnoit aisément par l'extreme difficulté avec laquelle il se dissout dans l'eau. En un mot, la terre contenue dans la pierre serpentine, & que l'acide du vitriol convertit en un sel moyen, n'est ni une terre calcaire, ni une terre argilleuse; mais c'est une terre alcaline constituant son genre propre, une sorte de terre qui n'a pas été bien connue jusqu'ici, faute d'avoir été suffisamment examinée; car d'ailleurs elle se trouve dans plusieurs autres corps. J'ai donc cru devoir m'attacher à des recherches plus exactes sur son sujet; & je ne manquerai pas de rendre compte en tems & lieu des expériences faites pour arriver à ce but.

IX. Ce n'est pas l'acide du vitriol qui est le seul dissolvant de la terre soluble contenue dans la pierre serpentine; on effectue tout aussi bien la même solution avec l'acide du nitre & celui du sel: il se dissout même une assez grande quantité de la terre susdite dans de bon vinaigre distillé. En effet, ayant mêlé une once de pierre serpentine pulvérisée avec six onces de vinaigre distillé concentré, & ayant mis le tout dans une retorte à laquelle étoit adapté un récipient, j'en fis l'abstraction sur une coupelle de sable, jusqu'à ce qu'il n'en restât qu'environ deux onces; après quoi je delayai ce résidu avec de l'eau, & l'ayant filtré & fait évaporer, j'obtins une masse brune en forme de gelée. J'en fis dissoudre un peu dans de l'eau, & quand j'y eus ensuite versé de la solution de sel de tartre, il se précipita tout de suite une terre blanche. Ce qui restoit ayant encore été édulcoré avec de l'eau distillée, & parfaitement desséché, pesoit sept dragmes & dix-sept grains; de sorte que la solution avoit emporté deux scrupules & trois grains.

X. Je



X. Je mêlai ensuite une once de pierre serpentine pulvérisée, comme ci-dessus, avec trois onces d'un acide de salpêtre fort, mais non concentré, je distillai le phlegme superflu, de sorte que ce mélange devint à peu près sec; & après le refroidissement, presque toute la surface du mélange se trouva couverte de cristaux. Je fis dissoudre ce mélange avec de l'eau chaude distillée, je procédai à la filtration, j'édulcorai le reste au mieux avec de l'eau distillée susdite, je passai à l'efficcation, & j'obtins cinq dragmes & six grains d'une terre insoluble qui paroissoit d'un jaune rougeâtre. La solution même étoit jaunâtre; & quand je l'eus fait évaporer jusqu'au point de la cristallisation, il se forma des cristaux qui tiroient du blanc au verd jaunâtre, quoique foiblement, dont la figure étoit allongée, & qui ressembloient à du nitre. Quand, après les avoir fait fondre dans l'eau, on en humectoit du papier brouillard, on faisoit sécher ce papier, & on l'allumoit ensuite, cela brûloit en donnant une belle flamme verte. Les choses se passoient de même avec un acide de sel médiocrement concentré. En effet, ayant pris une once de pierre serpentine avec trois onces de l'acide du sel, puis ayant travaillé le tout comme ci-dessus, l'ayant lessivé avec de l'eau & bien édulcoré le résidu, ce qui demeura de reste après le desséchement faisoit demi-once huit grains d'une terre insoluble, en partie blanche, en partie grise; de sorte que la solution avoit à peu près emporté la moitié, ce qu'il faut attribuer aux particules de fer qui s'étoient dissoutes en même tems. La filtration fut évaporée jusqu'au desséchement, parce qu'elle ne vouloit pas bien se cristalliser; elle étoit d'un brun tirant sur le jaune, & s'affaissa ensuite à l'air, se fondant en une liqueur d'un jaune brun, qui sentoît le crocus, comme font ordinairement toutes les solutions du fer dans l'acide du sel; mais elle ne laissoit pas de conserver toujours la partie alcaline de la pierre serpentine.

XI. La terre de la pierre serpentine tirée de toutes les solutions précédentes, tant de celle dans l'acide du vitriol que des autres, se laissa précipiter très aisément par une solution de sel de tartre, dont il ne faut pourtant pas trop verser dessus, mais se borner à la quantité

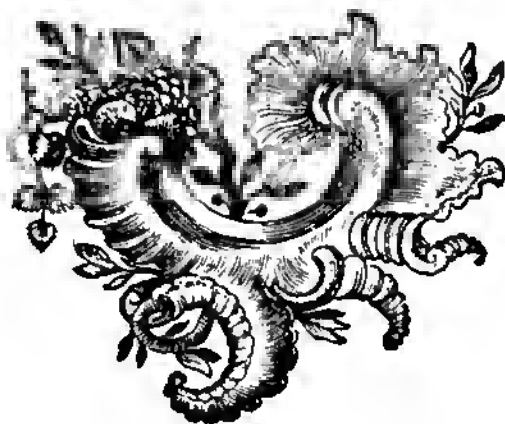


requise; sans quoi il m'a paru qu'une portion de cette terre entroit de nouveau en solution. Cela arrive en particulier quand la précipitation se fait avec un sel alcali minéral, & encore plus lorsqu'on emploie un sel alcali volatil, ou un esprit urineux. La terre précipitée doit être très soigneusement & pendant longtems édulcorée avec de l'eau chaude; alors on obtient en particulier des cristaux de sel dépurés avec l'acide du vitriol, suivant le §. 7. une belle terre friable, blanche & déliée, qu'on peut faire bien sécher, & garder ensuite pour un usage ultérieur.

X I. Il s'agit à présent de faire encore mention de ce résidu de terre qui est demeuré après le travail avec l'acide du vitriol; & la question se présente ici naturellement: à quelle espèce de terre appartient la susdite partie terrestre de la pierre serpentine? Je dis hardiment que cette terre tient de la nature du sable ou du caillou, & qu'elle est vitrescible. En effet deux parties de cette terre mêlées avec une partie de sel de tartre dépuré, mises dans un creuset fermé, & travaillées pendant quelques heures à un feu de fusion violent, donnent un beau verre clair & bien fondu, qui paroît un peu verdâtre à cause des particules de fer qui y sont demeurées; & c'est ce qui fait voir que la terre insoluble de la pierre serpentine est aussi bien une terre vitrescible que la terre insoluble de l'argille; sur quoi l'on peut consulter ce que j'ai écrit sur l'alun. Ainsi, c'est relativement à la terre soluble que l'argille diffère de la pierre serpentine. Les objections qu'un Chymiste m'a faites au sujet de ce que j'ai avancé sur l'alun, sont si foibles que ce seroit perdre inutilement le tems que de m'arrêter à y répondre. Tout ce que je puis lui dire ici pour son instruction, c'est que la terre séparée de l'alun, bien mêlée avec une quantité convenable de sable, donne sans contredit, après les manoeuvres requises, une masse qui s'attache à la langue, & qui durcit au feu, en quoi elle ressemble à l'argille. Pour abréger, j'ajoute que l'argille peut non moins incontestablement, après qu'on l'a décomposée dans ses parties, être rétablie dans son entier; de sorte que l'acide du vitriol n'ap-



n'apporte aucun changement, ni à l'espece de terre alcaline qui avoit été séparée, ni à la partie aréneuse qui étoit demeurée; lesquelles sont les vraies parties constituantes de l'argille. On ne sauroit donc espérer d'arriver à de nouveaux produits dans de semblables travaux; & je ne doute point que ceux qui auront pour objet la pierre serpentine ne m'offrent les mêmes résultats. Mais, quand même cela ne seroit pas, je n'en demeurerois pas moins convaincu que les parties que j'ai indiquées comme faisant la base de la pierre serpentine ne soient effectivement telles, & que la distinction que j'ai mise entre ses parties & celles de l'argille ne soit exactement fondée, sans me mettre en peine de toutes les assertions sur ce sujet qui ne sauroient être confirmées par des expériences.





R A P P O R T

D E S

EFFETS DE L'ACIDE DU VITRIOL
SUR DIVERSES PIERRES, OU ESPECES DE TERRE.

P. A R M. M A R G G R A F.

Traduit de l'Allemand.

I.

L'heureux succès que j'ai eu dans la séparation de la terre soluble contenue dans la pierre serpentine par le moyen des acides, & en particulier de l'acide du vitriol, (succès dont j'ai rendu compte dans le Mémoire précédent, où il y a quelque tems en présence de cette Académie Royale,) ce succès, dis-je, m'a engagé à suivre la même méthode par rapport à d'autres pierres, ou à des especes de terre, que j'ai cru avoir quelque affinité avec la pierre serpentine, pour en tirer pareillement la terre soluble qui s'y trouve.

II. La premiere pierre que je choisís pour cet effet, fut celle qu'on nomme *Lapis Nephriticus*, & qui se rencontre de côté & d'autre en Saxe, particulièrement près de Zœplitz. M. *Wallerius*, dans sa *Minéralogie*, p. 76. de la Traduction Allemande, range cette pierre parmi les especes de gypse, & la définit même *gypsum viride semipelucidum fissile*. Mais, comme il ne lui arrive pas ce qui a coutume d'arriver à toutes les autres pierres gypseuses, c'est d'être réduite en poudre par la calcination, il ne me semble pas que cette dénomination puisse lui être appliquée. Je ne saurois non plus être du sentiment de M. *Pott*, qui compte cette pierre parmi les especes argilleuses; voyez la premiere continuation de sa *Lithogéognosie*, p. 51. Pour cet effet il faudroit qu'on pût avec l'acide du vitriol en tirer un alun.

III.



III. Je ne veux cependant m'arrêter ici, ni à la classification de cette pierre, ni à sa description par rapport aux apparences extérieures, dont on peut chercher les détails dans la *Minéralogie* de *Wallérius*. Mais j'irai droit au fait, c'est à dire, à l'exposition des effets de l'acide du vitriol sur notre pierre. J'en pris dans ce dessein l'une des plus nettes, d'un verd foncé, & grasse au toucher, je la réduisis d'abord grossièrement en poudre dans un mortier de fer net; j'en fis ensuite une poussière plus fine dans un mortier de verre; j'en jettai une once dans une retorte proportionnée, je versai dessus autant d'huile de vitriol, que j'avois délayée avec parties égales d'eau; je posai la retorte sur une coupelle de sable, j'appliquai un récipient, & je distillai par degrés jusqu'à une parfaite exsiccation. Ce qui demeura dans la retorte étoit blanc, grisâtre, & gris; je le lessivai avec de l'eau chaude; je filtrai le liquide à travers un papier brouillard, & je continuai à verser de l'eau chaude dessus, jusqu'à ce que l'eau ainsi versée n'eût plus aucun goût, je filtrai toute la liqueur, & la joignis à la précédente. Je fis abstraction de tout le liquide en distillant par une retorte jusqu'à exsiccation, & je poussai le feu jusqu'à l'incandescence. Ensuite, après avoir brisé la retorte, j'obtins une substance saline d'un brun jaunâtre, que je fis de nouveau fondre dans l'eau, & après la filtration je la disposai par l'évaporation à la cristallisation, qui donne un mixte salin, verdâtre, dont le goût étoit encore fort acide & astringent. Je le calcinaï à un feu véhément dans un creuset à fondre, pendant quelques heures; après quoi je trouvai une masse saline d'un rouge jaunâtre, laquelle, après que j'y eus versé de l'eau froide, s'échauffa fortement; & quand j'eus ensuite versé dessus à plusieurs reprises de l'eau bouillante, la masse s'y fondit entièrement. J'en tirai par voye de filtration une lessive saline, claire & sans couleur, d'un goût amer; & l'ayant fait évaporer jusqu'à la cristallisation, elle donna des cristaux amers, c'est à dire, un vrai sel amer cathartique, comme avec la pierre serpentine. Il resta dans le filtre une terre martiale, d'une couleur d'ocre foncée, qui étoit légère, & pesoit une dragme & demie après l'entière édulcoration & exsiccation. Mais la terre qui, après cette so-



lution de la pierre néphritique, étoit demeurée sans que l'acide du vitriol eût pu la dissoudre, pesoit après avoir été édulcorée & desséchée une demi-once & vingt grains, & paroissoit d'un gris clair. Je dois encore remarquer que, dans cette solution encore verte de la pierre néphritique, j'avois mis un fer poli, pour voir si ceux qui croient que cette solution contient du cuivre sont fondés, mais je n'ai point vu qu'il se soit fait aucune précipitation de ce métal sur le fer, quoiqu'ordinairement, quelque petite que soit la quantité du cuivre qui se dissout dans un acide, elle ne manque pas de s'attacher aussitôt au fer. Ainsi je ne saurois me persuader que cette pierre contienne aucun cuivre, du moins quand elle est nette, & qu'il entre dans le mélange de sa composition aucune miniere semblable où il y ait du cuivre.

IV. Je jugeai que la pierre de lard & ses especes avoient beaucoup d'affinité avec la pierre néphritique dont je viens de parler; & cela relativement à cette graisse qui se fait sentir en la touchant. On nomme aussi cette pierre, *Pierre de suif*, & en Allemand *Schmerstein*, &c. C'est dans la craye d'Espagne qu'on trouve ordinairement l'espece de cette pierre qui nait en Allemagne. Mais celle de la Chine est connue sous le nom de *Pierre de lard*, ou *Speckstein*. On en rencontre de toutes sortes de couleurs, & en diverses contrées. Elle paroît grasse au toucher comme du savon; sa dureté est assez médiocre pour qu'on la puisse aisément couper au couteau, & la façonner en toutes sortes de figures. Au feu elle devient fort dure; & c'est par cette raison qu'on a voulu la ranger parmi les especes d'argille. Mais, comme elle renferme la même terre soluble qui existe dans la pierre serpentine & dans la pierre néphritique, de façon qu'avec l'acide vitriolique elle donne un sel amer de même que la terre des pierres susdites, & qu'on ne sauroit en tirer de l'alun comme on en tire de l'argille, il me semble qu'elle ne sauroit constituer une espece d'argille; seulement tout ce qu'il y a de remarquable, c'est qu'on y trouve moins de cette terre qui fait la base du sel amer que dans les deux pierres précédentes. En effet, une once de pierre de lard de Bareuth, où l'on verse autant d'huile de vitriol délayée avec de l'eau, & travaillée en-



ensuite de la même maniere que ci-dessus la pierre néphritique, donna un sel amer tout semblable à celui que fournit la pierre serpentine, & montra distinctement par la couleur rouge que le sel non dépuré qui en avoit été tiré, prit pendant la calcination, qu'il y a des particules de fer également contenues dans cette espece de terre; mais le produit détaché par la solution de la pierre de lard ne montoit qu'à une dragme, & la terre insoluble de la même pierre, après avoir été soigneusement édulcorée & desséchée, n'alloit pas au delà de sept dragmes. Il en fut de même avec l'espece Chinoise, qui donna exactement la même quantité de résidu, & un sel tout pareil, après le travail susmentionné; de sorte que cette espece ne differe point de celle de Bareuth, excepté que celle dont je me suis servi étoit un peu plus rougeâtre.

V. Passons à une autre pierre, où l'on trouve pareillement la base du sel amer, c'est à dire, cette terre alcaline qui avec l'acide vitriolique constitue le sel amer, à peu près dans la même quantité que donne la pierre néphritique. C'est l'amiante, ou la pierre avec laquelle on fait la toile incombustible & le papier incombustible. Ses caractères extérieurs se trouvent indiqués dans la *Minéralogie* de *Wallerius* & dans d'autres Auteurs; surtout on trouve des recherches détaillées à cet égard dans les *Ecrits de Physique & de Chymie* de *M. Lehmann*. Voyez la continuation de son *Traité de l'art d'essayer*, p. 1. J'ai pris deux dragmes de l'espece que *M. Lehmann* p. 13. du même *Traité*, appelle *Amiante purifié de la montagne de Reichstein*, & après l'avoir fait exactement sécher, j'y ai versé une demi-once d'huile de vitriol qui avoit été délayée avec un peu d'eau; & le tout ayant été mis dans une retorte, j'ai poussé l'abstraction jusqu'au dessèchement, procédant dans tout le reste comme ci-dessus à l'égard de la pierre néphritique, après quoi j'ai obtenu un sel amer tout pareil à celui dont il a été fait mention ci-dessus, sans aucune variation dans toutes les circonstances qui s'y rapportent. La terre insoluble qui étoit demeurée après l'édulcoration & l'exsiccation, pesoit cinquante cinq grains, elle étoit d'un beau blanc, & sa configuration n'avoit été altérée en rien.

Ainsi



Ainsi l'acide vitriolique avoit dissous un peu plus de la moitié; & l'on est par conséquent en droit d'inférer de là que l'amianthe doit être mise au rang des pierres serpentes.

VI. A présent vient le tour des talcs; & comme on en trouve de toutes les couleurs, j'en pris du plus beau blanc. Le talc est une des especes de pierres grasses au toucher, d'une couleur de perles brillante; il se laisse aisément réduire en feuilles, couper au couteau, & même plier en quelque sorte. *Wallerius* le définit; *Talcum albicans lamellis subpellucidis*; & il croit qu'aucun acide ne peut le dissoudre. C'est aussi l'opinion de *M. Port*, dans la continuation de sa *Lithogéognosie*, p. 103. Il est bien vrai que la quantité de talc qu'on peut dissoudre n'est pas considérable; cependant cette solution a lieu, & donne précisément la même terre que l'Amianthe. En effet, en suivant la méthode que j'ai déjà plusieurs fois indiquée, par le moyen de l'acide du vitriol j'ai obtenu le même sel amer que ci-dessus. Au reste, cette extraction du talc avec l'acide du vitriol paroïssoit d'un beau verd; & d'une once il est resté sept dragmes vingt-sept grains, de sorte qu'il s'en est dissous trente-cinq. Le talc paroïssoit avoir souffert fort peu de changement; & il étoit seulement devenu un peu plus jaune.

VII. Au talc j'ai fait succéder le *Marienglas* de Russie, espece de minéral transparent, qu'on peut plier, réduire en feuilles, & employer pour des carreaux de fenêtre, des lanternes, & à d'autres usages semblables. *Wallerius* en donne la définition suivante; *Mica membranacea, pellucidissima, flexilis alba*. Ayant coupé deux dragmes de ce minéral en petits morceaux, & l'ayant traité avec l'huile du vitriol comme ci-dessus, je n'en ai pu tirer aucune substance saline, ni remarquer aucun déchet dans le résidu. Les apparences extérieures n'avoient souffert non plus aucun changement considérable; & toutes les circonstances étoient pareilles à celles qui ont lieu avec ce qu'on nomme *plumbago*, ou *molybdene*; d'où se manifesta à la vérité quelque peu de substance saline, mais sur laquelle on ne put de même faire



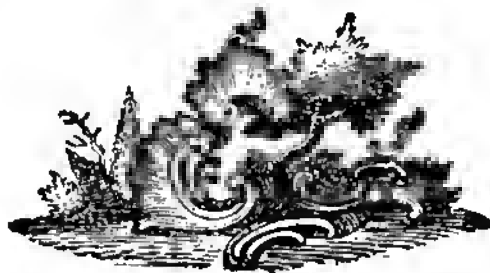
faire aucune épreuve ultérieure, le résidu n'ayant souffert presque aucun déchet, ni changement observable, soit dans la texture, soit dans la couleur.

VIII. L'occasion étant aussi favorable, je recherchai encore quels étoient les rapports de l'acide du vitriol avec une certaine espèce de terre, d'un verd tirant sur le jaune, grasse à l'atouchement, qu'on trouve à Cosemitz près de Nimptsch en Silesie, & qu'on rencontre sèche dans les rochers où il y a de l'amiante; au moins a-t-elle été ainsi caractérisée par ceux qui me l'ont fournie. Je crois que c'est la même dont M. *Lehmann* fait mention dans la continuation de son *Traité de l'art d'essayer*, p. 130. l. 9. disant que c'est une terre talqueuse dont les parties ne sont pas bien liées entr'elles. Cette terre étant traitée de la manière susmentionnée, donna, comme l'amiante & quelques autres espèces de terres & de pierres, avec l'acide du vitriol, le même sel amer; & la partie ferrugineuse contenue dans cette terre ne put pas demeurer cachée pendant le travail. La partie insoluble qui resta d'une once de cette terre avec l'acide du vitriol, après avoir été bien édulcorée, paroissoit d'un gris tirant au verdâtre: elle avoit l'air de talc, & pesoit cinq dragmes quarante grains, de sorte que la solution avoit emporté deux dragmes vingt grains. Mais, ayant procédé au même travail avec du Chrysoprase réel net, je n'ai pu en tirer, avec l'acide du vitriol, qu'une aussi petite quantité que celle qui est fournie par la topaze; mais j'ai eu occasion de faire en même tems diverses remarques, dont je réserve l'exposé pour un autre tems.

IX. La Terre qu'on nomme *Terre miraculeuse de Saxe*, aussi bien qu'une autre espèce de Terre grasse au toucher, qui se trouve à *J. G. Stadt*, où on la nomme Pierre de lard; la *Rubrica subtilis*, que quelques uns rangent parmi les Pierres savonneuses, sur quoi l'on peut voir la première Continuation de la *Lithogéognosie* de M. *Pott*, & le *Chymie métallurgique* de *Gellert*; enfin une espèce de pierre qui vient de Suède, qu'on nomme *Speerstein*, & qu'on emploie à aiguïser les couteaux: toutes ces pierres, dis-je, en les traitant avec l'acide du vi-



triol, ne m'ont donné aucun sel amer, mais il en est résulté un véritable alun; ce qui fait voir que toutes ces pierres ne doivent point être mises parmi les especes de la pierre serpentine, ou de la pierre de lard, mais qu'elles appartiennent véritablement à celles de l'argille. Quant à ce qui regarde le Bolus blanc, je crois que, bien que ses apparences foyent les mêmes, le fond de son mélange intérieur ne laisse pas d'être fort différent; car, ayant entrepris de le travailler de même avec l'acide du vitriol, je trouvai diverses circonstances particulieres que j'ai rapportées p. 209. de mes Ecrits Chymiques publiés en Allemand. En effet, je ne pus effectuer aucune extraction avec l'acide du vitriol, qui se laissât précipiter par la solution du sel alcali; mais j'ai obtenu un alun réel, fort aisé à précipiter par les sels alcalis. Au contraire, la base des sels amers, c'est à dire, la terre soluble de nos especes de pierres susdites, peut être précipitée au commencement par les sels alcalis; mais, lorsqu'on y en verse une plus grande quantité, elle est disposée à se dissoudre de nouveau. Il est donc fort possible que le Bolus qui a été l'objet du travail, ait contenu une semblable terre, qu'il n'est pas besoin alors d'y ajouter extérieurement. Il me reste à rapporter ce qui concerne la dernière lessive incristallisable du sel commun, & les rapports de la terre qu'on en tire avec l'acide du vitriol. Mais ce sera le sujet d'un autre Mémoire.





EXPÉRIENCES CHYMIQUES

CONCERNANT

CE QU'ON NOMME LA DERNIERE LESSIVE
MERE INCRISTALLISABLE DU SEL DE CUISINE, RÉLATI-
VEMENT À L'ESPECE DE TERRE QUI Y EST
CONTENUE.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

La lessive mere (en allemand *Mutterlauge* ou *Muttersohle*) du sel de cuisine, n'est que ce qui demeure après le travail, & qu'on a de la peine à sécher: mais, quand on en est enfin venu à bout, elle se fond de nouveau à l'air & redevient liquide. On lui donne aussi le nom de *wilde sohle*; & partout où l'on fait cuire & bouillir l'eau des sources salines, il s'en trouve tantôt en plus grande, tantôt en moindre quantité. Quoiqu'on pût en faire quelque usage, on ne laisse pas pour l'ordinaire de la jeter. Cette lessive est composée de l'acide du sel commun, joint à une terre alcaline particulière qui jusqu'à présent n'a pas été bien connue.

II. *Frédéric Hoffmann*, dans ses *Observat. Physico-Chymic.* p. 179. est dans l'idée que cette lessive est un mixte formé par l'acide du sel & la terre calcaire; & *M. Pott* ne s'éloigne pas de cette opinion dans ses *Observations Chymiques sur le sel commun*. Cependant il fait naître ensuite quelques doutes là dessus, & même bien fondés; qu'on peut voir p. 19. l. 16. de cet Ecrit. Pour abrégér, la ressemblance apparente de la lessive mere du sel de cuisine & de celle du salpêtre, aussi bien que de la terre, qui y sont contenues, a fait croire à ces habiles gens



que la lessive du sel contient pareillement une terre calcaire, peut-être parce que, indépendamment de cela, on a regardé jusqu'à présent la terre calcaire & celles qui lui ressemblent comme les seules qui constituent la terre alcaline.

III. Mon but pour le présent est de montrer, que la terre contenue dans la lessive mere du sel, est bien une terre alcaline, mais qu'elle n'est pas pour cela une terre calcaire, & qu'il faut la regarder comme une terre pareille à celle que j'ai tirée de la pierre serpentine & d'autres terres ou pierres semblables; ce qui a fait le sujet des deux Mémoires précédens. Comme cette terre alcaline particulière se trouve abondamment dans la lessive susdite, & peut en être séparée de la manière la plus nette, je crois que je ferai bien de décrire exactement la manière de procéder à cette séparation, & de prouver ensuite succinctement par là, que cette terre est la même que j'ai rapporté m'avoir été fournie par la pierre serpentine.

IV. Il y a deux manières de séparer de la lessive du sel la terre qui s'y trouve, & de la dégager de son acide. La première voye est celle de la précipitation; la seconde, celle de la distillation & de l'ignition. La précipitation s'effectue par l'addition d'un sel alcali, qui est le plus disposé à attaquer l'acide du sel, de façon que la terre est obligée de se précipiter; tandis qu'au contraire le sel alcali s'unit à l'acide du sel commun, & forme avec lui un sel régénéré, ou si les sels alcalis sont volatils, un sel ammoniac. Comme je ne crois pas qu'il soit superflu d'entrer dans un détail exact de la manière dont je procède ici, je vais commencer par rapporter la précipitation qui se fait avec un sel alcali du regne végétal. Je fis d'abord en la manière accoutumée avec du tartre net un sel de tartre fort pur, que je crus préférable à tous les autres sels alcalis fixes du regne végétal; je le fis fondre dans deux à trois parties d'eau distillée froide, je filtrai la solution, & la gardai pour en faire usage.

V. Là dessus je pris un grand sucrier de verre fort spacieux, & j'y versai deux livres poids civil de la lessive mere du sel susdite,
que



que je délayai avec trois à quatre parties d'eau distillée; ensuite je versai dessus successivement, & toujours peu à peu, de ma lessive alcaline du sel de tartre, jusqu'à ce que cela ne produisît plus aucune précipitation dans la lessive mere; & il faut à la fin de cette opération y aller d'une manière fort circonspecte, afin de ne pas trop verser de lessive alcaline, sans quoi elle cause aisément une sorte de solution du précipité. Je remplis le verre avec de l'eau distillée chaude, & laissai le tout dans cet état pendant une nuit, après laquelle je trouvai qu'il s'étoit posé au fond un beau précipité blanc; je fis écouler tout doucement l'eau saline claire qui reposoit au dessus, je versai encore une fois abondamment sur le précipité de l'eau distillée chaude, puis je laissai reposer le tout, & procédai comme ci-devant, répétant ce travail jusqu'à ce que la liqueur qui reposoit au dessus du précipité n'eût plus aucun goût. Alors je secouai ce précipité sur un filtre de papier brouillard, je versai encore à quelques reprises de l'eau distillée bouillante dessus, & après l'avoir desséchée doucement & exactement, j'obtiens une terre fort blanche, friable & déliée, précisément comme celle que m'avoit donné la pierre serpentine. Les deux livres de lessive mere que j'avois employées, me fournirent deux onces, trois dragmes & vingt grains, de cette terre. Si l'on desiré de savoir s'il reste encore quelque chose de salin dans l'eau qu'on a fait écouler de dessus ce précipité, on n'a qu'à en prendre un peu, & y faire tomber une goutte de solution d'argent ou de plomb dans l'acide du nitre; alors, pour peu qu'il reste de salin, il se fait en un clin d'oeil une précipitation de l'argent, ou du plomb. Si cela n'arrive pas, on est assuré de la pureté de la terre; & au cas qu'on veuille exécuter la précipitation de la terre contenue dans la lessive mere, au moyen d'un alcali fixe du règne minéral, comme étant la vraie base du sel de cuisine pur, il faut observer avec la dernière exactitude les précautions ci-dessus indiquées, & prendre même encore plus garde à ne pas trop verser de cette lessive alcaline, que l'on ne fait avec les alcalis du règne végétal, parce que la lessive alcaline du règne minéral dissout beaucoup plus vite le précipité que ne le fait l'autre. Cette précipitation peut aussi



être opérée par un alcali commun quelconque. Mais, comme il est rare que de tels alcalis soyent purs, j'avertis qu'on y prenne garde: & il n'y a point de Chymiste judicieux & exact, qui, pour peu qu'il y réfléchisse, ne prenne ses précautions à cet égard; d'autant plus que chaque alcali végétal, préparé en la maniere accoutumée, diffère presque de tout autre, & qu'il est rare qu'on puisse dans la préparation le conduire au degré de pureté qu'a celui du tartre.

VI. Le sel de la lessive mere, au moyen de la précipitation faite par un bon sel alcali urinaire, laisse aller de la même maniere la terre qu'il contient; cependant on a besoin d'user ici encore d'une plus grande circonspection qu'avec les sels alcalis fixes précédens, parce que le précipité est plus disposé à rentrer en solution. En effet, c'est un plaisir de voir la solution rapide de la terre précipitée, dès que l'on continue à y verser une plus grande quantité de sel urinaire; c'est pour cela qu'il faut bien se garder d'en verser trop vers la fin, & avec tout on ne sauroit empêcher, dans la saturation la plus exacte, qu'il ne se dissolve de nouveau quelque chose du précipité. Car, quand on pousseroit l'exactitude jusqu'à ne tirer d'une livre poids civil, après l'édulcoration & l'exsiccation soigneusement faites, pas plus de sept dragmes & quelques scrupules, ou tout au plus une once d'une terre précipitée, blanche, & un peu legere; si l'on verse dessus beaucoup d'esprit de sel armoniac, c'est à dire, d'alcali urinaire, tout le précipité se dissout de nouveau parfaitement: mais, quand on laisse reposer longtems cette solution, il retombe au fond comme des cristaux de sable fin, dont il faudra faire ailleurs l'examen.

VII. Quand on saoule exactement le sel de la lessive mere avec l'esprit de sel ammoniac, ou avec un autre esprit urinaire net qui soit moins cher, & qu'après que la terre qui y est contenue s'est précipitée, on secoue aussitôt ce mélange sur un filtre de papier; qu'ensuite l'on prend la premiere lessive qui s'en écoule pour la mettre en réserve, & qu'on verse encore à diverses reprises de l'eau chaude sur le précipité que le filtre contient; enfin qu'on fait évaporer cette lessi-



ve déliée jusqu'à ce qu'elle se couvre d'une pellicule, on obtient un vrai salmiac très beau, mais qui, à cause des parties de terre qui s'y trouvent encore mêlées, suivant ce qui a été dit dans le §. précédent, a besoin d'être purifié par une nouvelle solution & une cristallisation réitérée, ou bien en le faisant entièrement sécher & sublimer, après quoi il devient de cette manière le plus léger, le plus net, & le plus blanc qu'il soit possible. Cette expérience peut donner lieu à diverses spéculations & recherches ultérieures, d'où naîtroient des usages intéressans pour la manière de préparer le salmiac, si l'on en établissoit une fabrique dans des contrées où il y eût du fumier superflu, & où l'on ne manquât d'aucune des choses qui donnent dans la distillation un esprit urineux abondant. Combien en effet n'est pas grande la multitude des herbes & des autres matières, qui donnent par la distillation beaucoup d'esprit urineux, de manière qu'on pourroit s'en servir sans que les fraix montassent trop haut; surtout si l'on y joignoit en même tems une fabrique de Phosphore, qui est peut-être une des préparations dont l'utilité est la plus considérable, & s'étend le plus loin? Seulement il ne faudroit pas oublier de prendre à cet égard les arrangemens qui sont les plus nécessaires, ce sont ceux qui consistent dans la construction régulière des fourneaux. Tandis que je suis occupé à écrire ceci, je reçois par la poste une lettre accompagnée d'une boîte, dans laquelle il y a deux épreuves qu'on m'envoie d'un autre país, la première de salmiac, la seconde d'un alun rouge; ce qui fait voir qu'on doit avoir déjà poussé fort loin la préparation du salmiac dans d'autres lieux: car, d'après les indices extérieurs & les essais ordinaires que j'ai faits pour connoître la nature de ce salmiac, je dois avouer qu'il est fort bon, & qu'il n'y a quoi que ce soit à y redire. Ainsi, au cas que de pareilles fabriques continuent à se soutenir, on a lieu d'espérer que ce sel qui a été si cher jusqu'à présent, le sera moins à l'avenir, & qu'il ne sera pas nécessaire de recourir à l'Egypte pour se le procurer.

VIII. J'ai exposé jusqu'ici la séparation de la terre contenue dans la lessive mere, qui s'exécute par le moyen des sels alcalis; à présent



sent je vais rendre compte de celle où l'on employe la distillation & l'ignition. On ne réussit pas moins bien par cette voye que par celle de la précipitation, & la séparation se fait d'une maniere tout aussi nette, si tant est qu'elle ne le soit pas davantage. En effet, l'espece de terre avec laquelle l'acide du sel est saoulé dans le sel de la lessive mere, est d'une route autre sorte que la terre calcaire. Il est bien vrai que celle-ci, étant saoulée par l'acide du sel, & ensuite desséchée, attire fort vite tout comme l'autre l'humidité qui est dans l'air, & se fond en liqueur, sans parler de diverses autres ressemblances extérieures qu'elle a avec la lessive mere; mais elle en diffère, en ce que la distillation & l'ignition ne peuvent jamais en détacher l'acide: ce qui arrive cependant d'une maniere aisée avec notre sel de la lessive mere, & fournit en même tems un esprit de sel pur.

IX. Je pris huit livres de sel de la lessive mere, je les mis dans une grande retorte de verre proportionnée & bien nette, & je distillai au feu de sable l'humidité superflue, la recevant dans un récipient adapté, jusqu'à ce que les gouttes qui tomboient commencerent à avoir un goût sensiblement acide; ensuite je laissai refroidir le tout, & le mis reposer pendant quelques jours. Il s'y cristallisa pendant ce tems-là une quantité considérable de sel commun réel & parfait; après quoi la lessive mere ayant été concentrée, & dégagée autant qu'il étoit possible de ce qui y restoit de sel commun, parut sous la forme d'une liqueur jaunâtre, huileuse, & assez épaisse, que je fis écouler nette de dessus le sel cristallisé, & j'y ajoutai ensuite ce qui s'écoula de soi-même de dessus les cristaux.

X. Je versai cette lessive concentrée dans une retorte, à laquelle j'appliquai un récipient, & je lutai soigneusement toutes les jointures; ensuite je distillai par embas toute la liqueur au feu de sable par degrés; & comme cette liqueur monte fort aisément, il faut gouverner le feu avec une grande circonspection. Je l'augmentai successivement jusqu'à ce qu'il parvint au plus haut degré, & que la coupelle fût toute rouge; alors il s'éleva des vapeurs blanches assez considérables,



rables, & après qu'elles eurent cessé, je laissai refroidir les vaisseaux; & je trouvai dans le récipient, environ neuf onces d'un esprit de sel qui fumoit assez fort. Cet esprit, si l'on veut, peut être encore distillé d'une retorte de verre; & alors on est sûr de l'avoir conduit à la plus grande pureté.

XI. Le résidu de ce travail qui étoit demeuré dans la retorte étoit blanc & assez friable. Comme j'avois lieu de croire qu'il contenoit encore de l'acide du sel, je le mis dans une retorte d'argille bien garnie, & ayant placé cette retorte dans le fourneau dont je me sers pour la distillation du phosphore, j'y adaptai un récipient dont je lutai les jointures, & je distillai par degrés jusqu'à la plus forte incandescence; ce qui fit d'abord sortir des vapeurs blanches en abondance, lesquelles, après avoir duré quelque tems se ralentirent, & je n'apperçus plus sortir aucunes gouttes de la retorte. Je continuai encore le feu pendant une heure, puis je laissai tout refroidir, & ayant ouvert les vaisseaux, je trouvai dans le récipient une quantité considérable d'esprit de sel jaunâtre fort concentré, mais qui ne fumoit pas. Ce qui étoit demeuré dans la retorte paroissoit assez pâle, & étoit friable; je le calcinai encore une fois à découvert dans un creuset, je l'édulcorai ensuite à plusieurs reprises avec de l'eau, je le lavai & le fis sécher, pour le garder; ce qui me donna précisément la même terre que j'avois obtenue auparavant par la précipitation du sel de la lessive, seulement elle n'étoit pas si déliée & si blanche, mais d'ailleurs il n'y avoit aucune différence dans tous ses autres rapports.

XII. Je viens de dire dans les deux §§. précédens que j'avois obtenu deux sortes d'esprit de sel, dont la première, qui avoit été tirée du sel de la lessive par la distillation dans une retorte de verre, étoit un esprit fumant; au lieu que l'autre, fournie par le résidu de cette distillation que j'avois poussée hors d'une retorte d'argille par un feu encore plus véhément, n'avoit pas fumé. Or, parmi les acides de cette espèce, on regarde ordinairement ceux qui fument comme plus forts que ceux qui ne fument pas, quoiqu'il faille au contraire nécessai-



rement que celui qui a été poussé le premier soit le plus foible, puisqu'il contient manifestement plus d'humidité aqueuse, que celui qu'on fait sortir le dernier par le moyen de la retorte d'argille. Cependant il n'y a pas lieu d'être ici fort étonné, vu que j'ai observé que tous les acides du règne minéral donnent un esprit plus volatil & plus fixe; par exemple, une huile de vitriol fumant avec beaucoup de force, qui a été fraîchement faite, donne, quand après l'avoir distillée on la rectifie, d'abord à un feu tout à fait modéré, une sorte de *concretum*, souvent tout à fait sec, qui est attaché au récipient comme de la laine, & qui, lorsqu'on veut le laver avec de l'eau, s'enflamme. Au lieu que ce qui reste le dernier, lorsqu'on lui donne le feu jusqu'à la coction, après avoir été d'abord noir, devient d'une couleur claire, & est concentré, mais ne fume plus du tout. La même chose m'est encore arrivée dans la rectification d'un esprit de nitre flammant, qui avoit été récemment distillé, car ce qui sortit d'abord à un feu modéré étoit si fumant, si exalté, & si volatil, qu'on avoit bien de la peine à le conserver dans un flacon fermé avec un bouchon de verre exactement taillé, & qu'il falloit le tenir toujours au froid; mais ce qui vint ensuite, ne fumoit point du tout, & étoit très facile à garder. Il en est donc de même de l'esprit de sel fumant, dont le premier produit s'est trouvé dans sa rectification si prodigieusement exalté, volatil, & fumant, qu'il étoit encore plus difficile de le retenir dans un flacon tel que je l'ai déjà indiqué, & la fumée qui en sortoit à l'ouverture du flacon imprimoit à la partie du doigt qui y étoit exposée une sensation tout à fait brûlante; au lieu que ce qui venoit ensuite, quoiqu'il dût être plus concentré ne fumoit point, & pouvoit être aisément gardé dans un verre. Il me semble que cet esprit vaudroit bien la peine qu'on fît des recherches à part sur son sujet; mais ce seroit à cause de sa vapeur un travail désagréable & mal sain, que peu de personnes voudroient entreprendre.

XIII. A présent, pour revenir à la terre séparée de la lessive mere, je dis que l'une & l'autre des terres séparées par les deux voyes susdites, s'accordent dans tous leurs rapports & de la maniere
la



la plus exacte avec cette terre soluble dans les acides que contient la pierre serpentine. En effet, la terre de la dernière lessive de notre sel commun & celle de la pierre serpentine forment également ;

1. Avec l'acide du vitriol un vrai sel moyen, tel que les sels amers ordinaires des sources minérales, le sel de Sedlitz, de Sed-churtz, d'Epſom, & autres semblables ; au lieu qu'au contraire la terre calcaire avec le même acide constitue toujours un sélénite difficilement soluble.
2. Avec l'acide du salpêtre ces terres montrent la même nature salin, & produisent les mêmes phénomènes que j'ai rapportés de la pierre serpentine. La terre calcaire au contraire avec l'acide susdit, forme un mixte qui se fond aisément à l'air, & qui est propre à la composition du Phosphore qu'on nomme *Phosphorus Balduini*.
3. Avec l'acide du sel, ces terres, comme celle de la pierre serpentine, donnent un mixte salin tel que le sel de la lessive mere, qui n'est pas disposé à la coagulation, & encore moins à la cristallisation. Au lieu de cela, la terre calcaire s'attache si fortement à l'acide du sel, qu'il n'y a aucun degré de feu qui puisse l'en séparer.
4. Avec le vinaigre distillé ces terres subissent les mêmes effets que celle de la pierre serpentine, tandis qu'il en résulte de tout autres du mélange de la terre calcaire avec le vinaigre distillé.

Je me crois donc en droit d'affirmer hardiment que les deux especes de terre en question, tant celle de la pierre serpentine que celle qu'on tire du sel de la lessive mere, ne diffèrent point l'une de l'autre. Je continuerai, dès qu'il me sera possible, à faire des recherches sur chacune d'elles à part, & à examiner leurs rapports avec d'autres corps.





E X P O S É
DE QUELQUES OBSERVATIONS CHYMIQUES
REMARQUABLES.

P A R M. M A R G G R A F.

Traduit de l'Allemand,

I.

Sur le vitriol de Mars.

Autant qu'il est réel & certain que le cuivre dissous dans l'acide du vitriol, en est précipité dans sa forme métallique par l'addition du fer, & autant qu'on a peu sujet de croire que le vitriol de Mars puisse réciproquement par l'addition du cuivre redevenir un vitriol de cuivre, & qu'ainsi le fer puisse être précipité par le cuivre, autant néanmoins ce dernier fait est-il incontestable; & je m'en suis pleinement convaincu par l'Expérience suivante.

J'avois dessein de me servir pour la préparation d'un acide nitreux concentré, d'une quantité de vitriol d'Angleterre, dans lequel, quand il est tel qu'il doit être, il ne doit plus rien rester de cuivreux; & il faut un semblable vitriol pour l'acide susdit, n'étant pas indifférent d'employer le vitriol crû, ou d'en prendre de bien purifié. J'éprouvai donc encore mon vitriol d'Angleterre avec un fer poli pour m'assurer s'il ne contenoit plus rien de cuivreux; c'est à dire, qu'en ayant fait dissoudre une portion dans de l'eau, j'y trempai une lame de couteau qui avoit été bien aiguisée. Je ne remarquai quoi que soit qui pût me faire juger que le fer ainsi trempé eût été rendu cuivreux par là: ce qui me donnoit lieu de regarder mon vitriol comme un vitriol de Mars bien pur. Mais, sachant que le cuivre est précipité du fer
dans

dans la solution avec les acides, je ne crus pas qu'un semblable acide de vitriol saoulé avec le fer pourroit être tiré de nouveau du fer par une addition de cuivre, & qu'il lâcheroit le fer pour attaquer le cuivre. Je secouai ensuite une quantité de vitriol d'Angleterre dans une casserole de cuivre qui avoit été écurée avec un soin tout particulier; je versai là dessus une bonne quantité d'eau de riviere nette, je mis le tout sur le feu, & je le fis bouillir en le remuant continuellement avec une spatule de bois; après quoi je laissai évaporer doucement ce liquide jusqu'au point de la cristallisation. Après cela, je filtrai cette lessive de vitriol toute chaude à travers un papier brouillard, & je la mis cristalliser dans des vaisseaux de verre au froid; ce qui me donna au bout de quelques jours les plus beaux cristaux de vitriol. Mais, lorsqu'après avoir fait écouler le reste de la lessive de vitriol qui ne s'étoit pas cristallisée, je voulus séparer les cristaux du verre avec un couteau net, pour les faire ensuite sécher, je fus fort étonné de trouver que ce qui avoit été auparavant un vitriol de Mars réel & net, pour avoir seulement bouilli dans une casserole de cuivre, étoit devenu tout à fait cuivreux; car mon couteau étoit couvert de côté & d'autre de cuivre, partout où il avoit touché les cristaux de vitriol humides. Je mis un autre couteau poli dans la lessive que j'avois fait écouler, & la même chose arriva. Etant donc dans l'idée que l'attaque du cuivre ne procédoit pas ici de l'acide du vitriol, mais d'un acide étranger, c'est à dire, de celui du sel commun, qui demeure toujours attaché au vitriol crû, quoique dans la dépuracion par le mélange avec d'autres matieres, la plus grande partie se sépare; je pris les cristaux vitrioliques susmentionnés, je les fis dissoudre de nouveau dans de l'eau chaude, me servant pareillement d'une casserole de cuivre, mais j'y ajoutai un morceau de fer exactement poli. Ce mélange, après avoir bouilli, ayant été conduit doucement à la cristallisation, je filtrai le liquide, je le mis au froid, & j'eus de très beaux cristaux de vitriol, qui ne revêtirent plus de cuivre un fer poli. Je fis de nouveau dissoudre ces cristaux dans de l'eau nette, je mis encore cette solution dans un vaisseau de cuivre, sans l'addition du fer, je



fis bouillir & épaissir le liquide pour la cristallisation, je le filtrai & le fis cristalliser; & j'eus de nouveau un vitriol, qui, de même que la lessive qui avoit reposé dessus, donnoit d'abord au fer un enduit de cuivre. Je versai toute la lessive avec les cristaux dans une casserole de fer, je fis bouillir, évaporer, filtrer & cristalliser; ce qui me donna un vitriol purement martial, qui ne produisoit aucune empreinte de cuivre sur le fer poli.

Quoique j'eusse pû m'en tenir là, je demurai toujours dans la pensée que mon vitriol pouvoit encore conserver quelque chose de cuivreux, soit de la dernière lessive vitriolique susdite, ou d'un acide de sel qui y restoit attaché, dans quelque petite quantité qu'on le supposât; en sorte que, nonobstant les cristallisations réitérées, c'étoit à cela qu'il falloit attribuer la solution du cuivre. Pour dissiper ce soupçon, & arriver à une parfaite certitude, je fis l'expérience suivante.

Je pris seize onces d'huile de vitriol blanche rectifiée, je les mêlai avec trois parties d'une eau distillée, je versai ce mélange dans une retorte à tuyau, à laquelle j'adaptai un récipient; je versai ensuite par le tuyau à diverses reprises & à chaque fois deux dragmes de la limaille la plus pure & la plus déliée, que j'avois limée moi même du meilleur acier d'Angleterre, de façon que toutes les deux heures j'ajoutois deux dragmes, bouchant à chaquefois le tuyau de la manière la plus exacte. Je continuai cette addition de la limaille d'acier, jusqu'à ce qu'il ne voulut plus s'en dissoudre davantage dans l'acide vitriolique, qui par conséquent s'en trouva tout à fait saoulé. Après cela, j'en ajoutai une nouvelle quantité; puis, ayant travaillé le tout à froid, je le fis un peu digérer; je le delayai en y versant de nouvelle eau, je le filtrai, je l'évaporai, & je le disposai à la cristallisation, qui me donna les plus beaux cristaux de vitriol de Mars. Je les fis dissoudre encore une fois dans de l'eau distillée, & les ayant fait cristalliser à la manière accoutumée, il ne resta plus de cette lessive observée ci-dessus dans la dépuration du vitriol d'Angleterre crû.



M'étant ainsi procuré un vitriol de Mars tout à fait pur, qui en l'étendant humide sur une lame de fer poli n'y imprimoit pas la moindre tache de cuivre, j'en pris une portion, je la fis fondre dans un verre avec de l'eau distillée, & j'y ajoutai un peu de fine limaille de cuivre de Japon, je mis le verre à une chaleur d'ébullition, & au bout d'un peu de tems je trempai un fer poli dans la solution. Le fer fut dans un elin d'oeil imprégné de cuivre; ce qui prouve évidemment, que l'acide du vitriol avoit abandonné le fer, & que le cuivre au contraire s'étoit dissous. La chose se manifesta encore mieux, lorsque j'eus tenu ce mélange encore pendant vingt-quatre heures à la même chaleur, & que j'en eus fait écouler successivement toujours un peu d'eau. En effet il se sépara alors une quantité de Crocus de Mars, & le vitriol devint toujours plus cuivreux. Ce phénomène me paroît mériter que l'on y fasse une attention ultérieure; & en attendant il prouve assez que le cuivre précipite aussi bien le fer de sa solution dans l'acide du vitriol, & s'attache en échange à l'acide du vitriol, que le fer le fait, quand on le met dans une solution de vitriol de cuivre. Il s'ensuit de là qu'on doit beaucoup restreindre la proposition qui affirme, que l'acide du vitriol attaque plus volontiers le fer que le cuivre.

Une remarque intéressante à faire encore, c'est qu'un acide vitriolique délayé, quelque forte digestion qu'on lui fasse subir avec la limaille de cuivre, ne l'attaque cependant point; au lieu que cela arrive tout d'abord dès que cet acide est lié avec le fer.

Mais les choses se passent autrement, quand, au lieu d'un acide de vitriol délayé, on prend un acide de vitriol concentré; car celui-ci dissout entièrement le cuivre. Il en va de même avec l'alun, qui, comme on le fait, est un sel moyen terreux, composé d'une terre d'argille alcaline particulière, & d'un acide vitriolique.

Je pris de l'alun exactement dépuré, je le fis fondre dans une quantité suffisante d'eau, & le mis bouillir doucement dans une casserole de cuivre, jusqu'à ce que je remarquai que la lessive étoit propre
pour



pour la cristallisation. Je filtrai cette solution, & la mis cristalliser au froid; par où j'obtins de beaux cristaux d'alun. Mais, ayant voulu les séparer avec un couteau de la tasse de verre à laquelle ils étoient attachés, je remarquai que la lame de ce couteau étoit pleinement enduite de cuivre partout où elle avoit touché les cristaux. Je répétai l'expérience avec de l'alun de roche bien net, car l'autre n'étoit que de l'alun de Freyenwalde; tout tourna de même, & j'en attribuai la faute à un acide étranger attaché à l'alun. C'est pourquoi je pris ensuite une portion d'alun que j'avois préparé moi-même avec de l'argille & de l'huile de vitriol, & qui étoit tout à fait pur, je fis fondre cet alun dans une quantité suffisante d'eau distillée, je mis cette solution dans un verre net, j'y ajoutai un peu de limaille de cuivre bien nette, je procurai la digestion de ce mélange à une chaleur qui approchoit de l'ébullition, & je remarquai d'une manière non équivoque, qu'ici aussi l'acide du vitriol qui est dans l'alun, attaquoit le cuivre; car une lame de fer poli, trempée dans cette solution, fut tout aussitôt revêue de cuivre. Mais si, à la place du cuivre, on jette de la limaille de fer dans la solution d'alun, la solution de cette limaille s'effectue encore plus promptement, la terre d'alun se précipite, & le fer est dissous.

On fait que les mêmes choses conviennent au zinc. J'ai crû devoir rapporter ce qu'on vient de lire, parce qu'il est vraisemblable qu'à la faveur de semblables Observations, on pourra faire de plus grands progrès dans la connoissance des variations que peuvent subir dans l'intérieur de la terre les corps qui contiennent quelque sel particulier. Il y aura peut-être aussi des avantages à en tirer par rapport à la Teinture.

II.

Sur une Résine produite par le mélange de l'huile rectifiée de succin, & de l'esprit acide de nitre concentré, laquelle a une odeur particulière de musc.

Dès l'année 1758. en essayant la force de mon acide de nitre concentré sur l'huile de girofle, pour voir si cet acide s'enflammeroit
avec



avec l'huile susdite, ce qui est alors un signe de sa bonté, je voulois éprouver si le mélange du même acide avec l'huile de succin rectifiée produiroit une semblable inflammation. Je mêlai pour cet effet un peu d'une huile de succin qui avoit été rectifiée sur l'eau avec cet acide concentré du nitre, commençant par verser l'huile de succin dans un verre pointu, & secouant ensuite l'acide par dessus. Au commencement ce mélange demeura assez tranquille, mais, lorsqu'un peu après j'eus secoué le verre, le mélange commença à fumer avec beaucoup de force, & s'échauffa, rendant un bruit véhément, mais il ne s'alluma pas. Je le laissai ensuite reposer, & je trouvai au bout de 24 heures que ce mélange étoit devenu tout à fait résineux; au dessous il y avoit une liqueur acide, & au dessus une résine jaune qui sentoit fortement le musc. D'autres affaires m'ayant fait oublier ceci, je répétai au mois de Juillet 1759. la même expérience, & les effets en furent entièrement semblables à ceux de la précédente. Je séparai la résine de la liqueur acide qui étoit au dessous; je la lavai d'abord avec de l'eau froide, & ensuite avec de l'eau bouillante, où j'avois mis un peu de sel alcali fixe, pour emporter toute l'acidité de la résine, que je lavai encore à diverses reprises avec de l'eau nette; après quoi j'obtins une résine jaune, qui avoit l'odeur du musc le plus fort, sans conserver le moindre reste de l'odeur de l'huile de succin. Si l'on veut observer à cet égard une certaine proportion, qu'on prenne sur une dragme d'huile de succin rectifiée, trois dragmes & demie d'acide du nitre concentré, & qu'après les avoir mêlées, on suive le procédé qui vient d'être indiqué. La résine qui procede de ce mélange se dissout aisément dans l'esprit de vin le plus rectifié, & s'en laisse ensuite précipiter par l'eau comme les autres résines; mais elle garde inaltérablement l'odeur de musc qu'elle a une fois contractée. Elle brûle aussi à la chandelle comme toute autre résine. J'en ai fait distiller deux dragmes dans une retorte de verre à laquelle j'avois adapté un récipient, en donnant à la fin un feu d'incandescence à la retorte; & par ce moyen j'en ai d'a-



bord fait sortir un phlegme tirant à l'acide, qui paroissoit blanchâtre à cause des parties huileuses dont il étoit entremêlé; il vint ensuite quelque chose d'écumeux & de graisseux, le tout ayant l'odeur de musc; après quoi le feu le plus véhément fit sortir une huile épaisse, qui s'attacha au col de la retorte, & qui sentoit comme l'huile animale de *Dippelius*. Il resta au fond de la retorte une masse noire brillante, qui pesoit quatre grains.

III.

Sur le Camphre raffiné.

M. *Neumann* & d'autres ont dit que le raffinage du Camphre étoit un secret particulier aux Hollandois; mais ce secret n'est pas grand: car, en prenant trois à quatre parties de camphre crû, en les mêlant avec une partie de chaux vive affaïssée à l'air, & en les faisant sublimer dans un verre convenable à cette opération, on aura le plus beau camphre blanc raffiné.





OBSERVATIONS

S U R

QUELQUES MALADIES ASSEZ RARES.

P A R M. MECKEL.

Traduit du Latin.

O B S E R V A T I O N I.

Sur une pierre intestinale qui bouchoit le canal des intestins.

Le 27 Mars de l'année dernière, mourut la veuve d'un soldat qui demouroit ici à Berlin. Cette femme, pendant sa vie, avoit fait de si grands excès de brandevin de grain, qu'elle en beuvoit toutes les vint-quatre heures jusqu'à trois mesures pesant six livres, sans compter une quantité énorme de biere, dont la soif ardente qui la dévorait, l'obligeoit à se saouler. Le 24 du mois susdit, voulant atteindre au brandevin qu'elle avoit coutume de boire, elle tomba d'une échelle sur la tête, & fut portée à demi-morte sur son lit. Là elle souffrit des douleurs atroces & sentit une ardeur véhémente dans la région ombilicale de l'abdomen, & après avoir vomi des matieres bilieuses excessivement puantes, elle périt, comme je l'ai dit, le 27. Longtems déjà avant sa fin, elle s'étoit plaint d'une ardeur continuelle & d'une douleur dans la région iliaque droite & dans la région ombilicale. Pour l'appaiser, elle bûvoit d'autant plus de biere & de brandevin; mais, quelques mois avant que de mourir, elle avoit eu de fréquens vomissemens d'une matiere liquide, bilieuse & fétide; & elle en rendit encore une très grande abondance par la bouche, lorsqu'étant tombée de l'échelle à la renverse le poids du corps reposa sur la tête. La constitution de son corps étoit robuste, & après que le



cadavre eût été ouvert, il parut gras & musculeux. La peau de l'abdomen étoit fort ridée, preuve qu'elle avoit eu plusieurs ecoules. Quand les muscles de l'abdomen & le péritoine eurent été disséqués, il sortit une puanteur insigne. Le ventricule se présenta aussitôt dans l'état d'une fort grande expansion, comme étant tout plein d'une liqueur putride jaunâtre, qui lui avoit fait occuper toute la cavité de l'hypocondre gauche, & l'épigastre jusqu'à l'ombilie; & ce qui est tout à fait étonnant, toute sa celluleuse étoit aussi gonflée d'air que si l'air l'y avoit introduit. Dès que sa tunique externe commune eût été entamée, le liquide jaunâtre qui y étoit contenu en sortit sur le champ. En continuant l'examen de l'hypocondre droit, le duodenum fut absolument invisible, aussi bien que le lobe droit du foye, en sorte qu'on auroit pu révoquer en doute leur existence dans ce corps. Considérant de plus près le lieu où ces parties ont coutume d'être situées, je trouvai que le duodenum, dans l'endroit où il se termine de la partie transversale supérieure dans la partie descendante, s'étoit réuni, tant par son bord que par sa surface interne, avec le cartilage des côtes neuvième & dixième, aussi bien qu'avec le lobe droit du foye & la vesicule du fiel, de façon qu'au lieu de cette vesicule on ne pût trouver qu'une substance solide, dure & calleuse, attachée au lobe droit du foye & à la surface extérieure du duodenum. Le conduit cystique manquoit aussi; mais le conduit hépatique, fort élargi & tout rempli d'une bile jaune, se terminoit derrière la partie transversale supérieure du duodenum dans la partie descendante. Le côté extérieur de la partie transversale & descendante de l'intestin duodenum étoit squirreux, épais, comme réuni & fortement attaché au foye, le côté intérieur étant cependant demeuré dans son état naturel. La continuation du duodenum dans le jejunum sous le mesocolon étoit fort dilatée, & toute remplie d'un liquide jaunâtre fétide; d'où ce même intestin très rétréci se continuoît dans l'iléon, qui conservoit sa situation naturelle dans le bassin, mais qui étoit endommagé par une noirceur sphacéleuse, en sorte qu'il n'y avoit aucune place où l'on n'aperçût ce changement gangréneux. Dans l'endroit de la région ombilicale
du

du côté droit où la partie large du jejunum se terminoit dans la partie rétrécie, on pouvoit sentir un corps rond & dur, qui bouchoit toute l'ouverture de cet intestin. L'ayant ouvert, j'y trouvai attaché une pierre d'une rondeur qui se terminoit un peu en ovale, & de la grosseur d'un petit oeuf de poule, telle que la représente la Figure ci-jointe 1). La couleur de cette pierre étoit d'un brun jaunâtre. L'ayant brisée, il se présenta au milieu un noyau ovale 2), intérieurement blanc, composé de fibres radiées & brillantes qui aboutissoient à un centre commun 3). La substance de ce noyau étoit très legere, fort inflammable, insoluble dans l'eau où elle avoit une legereté spécifique beaucoup plus grande, de façon qu'elle y surnageoit, jusqu'à ce que l'eau s'étant introduite dans ses interstices, son volume augmenta comme celui d'une éponge, & sa pesanteur spécifique ayant été rendue plus grande, elle gagna le fond, sans que l'eau néanmoins l'eût amollie, de sorte qu'on ne peut pas dire qu'elle en soit le menstree. La substance du même noyau, jetée dans l'esprit de vin, tomba d'abord au fond, son volume ayant un peu grossi par l'esprit de vin dont elle s'étoit imbibée, mais sans changement dans la dureté. L'esprit de térébenthine changea sa couleur blanche en jaunâtre, & rendit cette substance plus molle, sans pourtant la dissoudre entierement. Dans l'esprit de nitre la masse très legere de ce noyau ne se porta point du tout au fond; mais il ne se fit, ni effervescence, ni changement de volume avec cet esprit. L'huile de tartre par défaillance ne causa non plus, ni effervescence, ni solution; mais le noyau y surnagea, comme étant une matiere spécifiquement plus legere.

Ces expériences font voir que la masse du noyau susdit n'est, ni alcaline, ni douée d'un principe acide, ni composée de sels; mais que les principes qui la constituent sont l'huile glutineuse du sang humain, jointe à la matiere très subtile des parties salines animales, & à cette terre immuable qui est la base de toutes les parties solides du corps. C'est pourquoi l'huile de térébenthine, en dissolvant son huile, diminua beaucoup la cohésion de ses parties, sans pouvoir cependant dissoudre entierement sa substance, à cause des principes glu-

1) Planche I.
Fig. 1.

2) Planche I.
Fig. II.

3) Planche I.
Fig. I.
lett. b.

rineux terrestre & salin animal. Ce noyau blanchâtre que je viens de décrire, étoit entouré d'une écorce brune, qui, devenue fragile après le desséchement, éclata par morceaux de l'épaisseur d'un demi-pouce environ dans les endroits les plus épais. Elle étoit composée de plus de vingt couches posées concentriquement & collées l'une à l'autre, d'une couleur jaunâtre, verdâtre, ou brune, mais la plupart d'un verd éclatant 1); & au milieu elle formoit un creux pour recevoir le noyau 2). Suivant les expériences faites aussi avec cette substance corticale de la pierre, elle ne se laissoit dissoudre, ni avec l'eau, ni avec l'esprit de vin, ni avec l'huile de térébenthine, ni avec l'huile de tartre par défaillance; elle n'entroit non plus en effervescence avec aucune de ces liqueurs: mais ayant été jetée dans l'esprit de nitre, au bout de six heures, elle fut dissoute en une pulpe rouge, avec une insigne effervescence. Au commencement, l'eau & l'esprit de vin se teignoient un peu d'une couleur jaunâtre, mais à peine perceptible. Cette masse brûlée au feu laissa beaucoup de *caput mortuum*. Cela fait voir que cette écorce de la pierre intestinale étoit plutôt d'une nature alcaline que moyenne, la terre alcaline du sang s'étant en effet condensée avec sa partie huileuse & glutineuse dans cette masse concentrique, qui étoit plus fragile que celle du noyau à cause de la plus grande quantité du principe terrestre.

Ainsi cette matière extraite de la bile s'étoit insensiblement rassemblée dans l'intestin grêle, & le corps de la pierre s'étoit formé de cette manière. Tandis que la bile qui couloit dans l'intestin avec la partie glutineuse du fluide intestinal, se réunissoit en une masse dense, par la force du brandevin bû dans une quantité excessive, le noyau s'est formé le premier de l'huile la plus subtile & des particules salines volatiles; ensuite, des particules plus grossières mêlées d'une matière glutineuse s'y étant attachées, ont formé l'écorce qui s'est arrangée successivement par couches. Il paroît qu'il est tombé dans les intestins une quantité considérable de bile hépatique, qui, n'étant pas bien préparée, a pu subir avec plus de facilité un pareil changement. En effet, le réservoir de la bile manquoit, savoir la vésicule du fiel, détruite

1) Planche I.
Fig. II. & III.
lett. a.

2) Planche I.
Fig. III.
lett. c.



à ce qu'il paroît, par une inflammation qui avoit eu lieu longtems auparavant dans cet endroit du foye & du duodenum. C'est ce qui avoit rendu toutes ces parties calleuses, & les avoit attachées au foye. De là vient aussi que la bile a coulé continuellement du conduit hépatique par le cholidoque dans le duodenum, insensiblement épaissie par le brandevin, parce que l'intestin n'étoit pas rempli du suc avec lequel elle auroit pu se mêler & se préserver de la condensation.

La masse de cette pierre s'étoit ainsi accrue de jour en jour, il ne se pouvoit qu'elle ne devint la cause d'une maladie très cruelle, & finalement de la mort. Car elle a bouché le conduit de l'intestin grêle, & a par là refusé le passage aux humeurs tant nourricieres qu'excrementitiales dans le canal ultérieur des intestins; cette matiere devenue acre a causé l'inflammation, la soif, & la disposition à se remplir d'autant plus de ces liqueurs dangereuses; d'où s'est ensuivi le vomissement d'humeurs excrementitiales souverainement fétides, accompagné d'une douleur véhémente, de ce cruel tourment qui est inséparable de l'inflammation des intestins. Le passage de la bile dans les gros intestins ayant aussi été intercepté par la constriction spasmodique qui venoit de l'irritation du canal intestinal, les excréments ont séjourné dans ces gros intestins, & y sont devenus durs & blancs; ce qui a produit cette extension des gros intestins qui frappoit la vue dans ce cadavre. On voit suffisamment par cette observation, combien l'excès du brandevin contribue à condenser les humeurs, & à roidir les parties solides du corps humain. L'uterus de cette femme avoit aussi été réduit par la contraction en un si petit volume, que, bien qu'il ne fût, ni durci, ni squirreux, il ne surpassoit pas en grandeur celui d'un enfant de huit ans.

OBSERVATION II.

Sur une excroissance singuliere du gros intestin heureusement détruite.

Pendant l'Eté de l'année dernière, un femme d'environ trente ans, d'une constitution fort pléthorique, après s'être plaint longtems
d'une



d'une douleur ou sensation incommode & d'un corps qui pesoit dans l'hypocondre gauche, fort sujette d'ailleurs aux constipations, eût un refroidissement qui fut suivi d'une inflammation des intestins extrêmement violente. Les douleurs de l'abdomen étoient d'une force qui permettoit à peine à cette malheureuse personne de les supporter; & il s'y joignoit un vomissement continuel & une constipation des plus opiniâtres. Par les saignées réitérées, les clystères, les laxatifs doux, les résolvens & les tempérans, aussi bien qu'extérieurement par les fomentations & les organes, j'arrêtai les progrès du mal, & je vins à bout de calmer l'inflammation. Le succès répondit à mon attente; la fièvre inflammatoire, la constipation & le vomissement cessèrent. Cependant il demeura une douleur continuelle dans l'hypocondre gauche, avec la sensation d'un corps qui tomboit dans ce côté, lorsque le corps se courboit de l'autre. Cette sensation n'étoit jamais sans douleur; mais celle-ci se faisoit surtout sentir dans l'application des clystères & dans la sortie des excréments; de sorte que la malade ne pouvoit s'empêcher de pousser des gémissemens causés par l'extreme douleur, lorsqu'elle alloit à la selle, on même lorsqu'elle reposoit sur le côté droit, cette situation donnant à la douleur de prodigieux accroissemens, toute cette sensation étant causée par un corps qui pendoit dans la partie gauche de l'intestin colon, là où se fait la seconde courbure de cet intestin, nommée liénale. Les remèdes tant intérieurs qu'extérieurs ne purent venir à bout de détruire ce mal, qui au bout de quelque intervalle revenoit dans toute sa force. Les laxatifs doux furent continuellement employés pour détacher des intestins ce corps étranger, que la sensation douloureuse de sa chute dans l'hypocondre droit indiquoit suffisamment être suspendu de gauche à droite. A la fin le septieme jour, après des douleurs si vives qu'elles alloient presque jusqu'aux convulsions, la malade ayant fait usage des clystères sentit dans cet hypocondre gauche une douleur des plus aigues, & comme un déchirement de quelque partie des intestins; & bienrôt après, avec une selle copieuse, elle rendit une excroissance membraneuse ¹⁾, creuse, qui s'étoit déchirée en sortant, & garnie de deux racines ²⁾ qui

1) Planche I.
Fig. V.

2) Planche I.
Fig. V.
lett. b, c.



qui formoient deux canaux creux 1) lesquels se terminoient dans la cavité de la vessie 2). Les extrémités libres de ces racines qui avoient été déchirées 3) & arrachées d'une autre partie de l'intestin, paroissoient encore sanglantes. Cette excroissance ayant été ainsi heureusement détachée du corps, j'ordonnai des adoucissans, & des remèdes propres à guérir la playe tant par les clystères qu'intérieurement, à quoi je fis joindre l'usage des eaux de Selter avec le lait. Pendant les premiers jours qui suivirent la sortie de l'excroissance, une douleur très vive se fit sentir dans la partie blessée, avant les selles, & lorsque les vents causoient quelque dilaration dans les intestins. Mais l'usage des remèdes fit diminuer ces symptômes de jour en jour, jusqu'à ce qu'enfin, huit jours après la sortie du corps étranger, ils disparurent entierement; & la malade, ayant entierement recouvré la santé, n'eut plus besoin que de réparer ses forces qui revinrent bientôt par l'usage des remèdes roborans & par une diete convenable; de sorte que, tandis que j'écris ceci, elle se porte parfaitement bien, & n'éprouve aucune sensation incommode.

1) Planche I.

Fig. V.

lett. d, e.

2) Planche I.

Fig. V.

lett. a.

3) Planche I.

Fig. V.

lett. d, e.

On apperçoit aisément que cette excroissance étoit attachée à la partie de l'intestin colon, qui forme dans le côté gauche la seconde courbure qu'on nomme liénale. Il est fort probable que, comme les hydatides, elle avoit contenu une liqueur coagulable, & que c'est même d'un semblable corps qu'elle avoit tiré son origine. Mais ensuite, d'une maniere insensible, par l'action & la pression des intestins, les racines se sont formées en tirant, l'une plus courte, l'autre plus longue, & leurs fragmens semblables à une membrane rompue, attachés à l'extrémité libre des racines, & dégouttant encore de sang, montrent assez qu'elles s'étoient réunies à l'intestin. La vessie membraneuse suspendue à ces racines, ne pouvoit que rendre difficile le passage des humeurs par le canal intestinal, ou même l'intercepter entierement; ce qui causoit l'opiniâtreté de la constipation. Enfin, l'inflammation auroit pu aisément venir à la suite de la compression & de l'irritation causée par cette excroissance.



OBSERVATION III.

De l'air dans le thorax qui arrêtoit la respiration, & a causé la mort.

Le 18 Janvier de l'année dernière, dans notre Hôpital de la Charité, mourut un jeune Soldat, nommé *Herzog*. Il étoit dans sa dix-huitième année; son corps étoit musculeux & bien constitué; & sa stature alloit à cinq pieds & onze pouces. Pendant les dix jours qu'il passa dans cet Hôpital, il se plaignit d'une extrême anxiété & difficulté de respirer, ne pouvant le faire que quand il étoit à son séant dans le lit. Son pouls étoit fréquent; mais il n'expectoroit point de pus, sa toux n'étant même, ni continuëlle, ni phytique. La saignée ne lui procura aucun soulagement; & il en fut de même de tous les remèdes qu'il prit: au contraire, la difficulté de respirer allant toujours en augmentant, il y succomba & mourut. Avant que d'entrer à l'Hôpital, il avoit passé dix-sept semaines au lit, se plaignant toujours de la respiration difficile, mais ne pouvant indiquer aucune cause de son mal.

Je disséquai son cadavre. Ayant ouvert l'abdomen, je trouvai

- 1) *Planche II. le foye* 1) dans un état de dépression, étant placé au dessous des cartilages des côtes de l'hypocondre droit, & même obliquement, en sorte qu'il étoit plus élevé du côté gauche, & plus enfoncé vers embas dans le côté droit. Le diaphragme convexe par embas s'avançoit dans le côté droit dans la cavité de l'abdomen, au dessus du lobe droit du foye, de manière qu'il paroissoit gonflé comme une vessie 2) au dessous des cartilages des côtes septième, huitième & neuvième. Par cette raison, le foye dans ce côté étoit déprimé au dessous de l'hypocondre, son lobe droit s'enfonçant dans la cavité de l'os droit des iles; il étoit placé sur l'intestin cœcum 3), la première courbure du colon étant déprimée dans la région de l'os des iles, au dessous du lobe droit du foye. De ce côté droit le colon 4) passoit à la crête de l'os des iles du côté gauche, sous la grande courbure du ventricule 5) qui s'enfonçoit dans le côté droit; puis il remontoit derrière le ventricule dans l'hypocondre gauche jusqu'à la ratte; d'où, faisant une courbu-



bure fort aigue, il descendoit suivant son cours naturel devant le rein droit. Je soupçonnois que, comme il arrive souvent, la cause de ce phénomène se trouveroit dans du pus, ou de l'eau répandue dans la cavité du thorax, surtout voyant que le diaphragme pressé en arriere s'avançoit vers l'abdomen avec l'apparence d'une vessie pleine d'eau. Mais quelle ne fut pas ma surprise quand, après l'ouverture du diaphragme, il sortit avec bruit de l'air du thorax par la playe faite au diaphragme, qui, de gonflé qu'il étoit auparavant par embas, se releva vers le thorax & se relâcha! Dans la cavité même du thorax, à droite, au dessus du diaphragme, jusqu'à la troisieme côte, il y avoit un vuide 1) que le pòumon ne remplissoit pas, mais qui étoit dégagé, sec, & garni partout de la pleure blanchâtre, & seulement un peu plus épaisse qu'elle n'a coutume de l'être naturellement; une mucosité déliée y étant répandue par dessus. Le pòumon 2) de ce côté étoit 3) sec, dense & d'une substance consistente: il ne s'y trouvoit aucun air; il étoit noueux sans être squirreux; seulement il étoit rempli de petits vaisseaux assez durs & qui se serroient de près. Il étoit un peu adhérent à la seconde côte par sa partie antérieure; mais le reste étoit libre. Par derriere, c'est à dire, vers le dos, ce pòumon se terminoit à la septieme côte, quoique naturellement il eût du atteindre jusqu'à la douzieme. En soufflant de l'air, même avec la plus grande véhémence, par la trachée artere, on n'en put point introduire dans ce pòumon droit, au lieu qu'il entroit fort librement dans le gauche 3) dont l'état étoit parfaitement naturel.

1) Planche II.
lett. F.

2) Planch. II.
lett. D, E.

3) Planche II.
lett. B.

Il paroît donc que l'orifice de la trachée artere, rempli d'une mucosité assez dense, avoit empêché l'air d'entrer & de sortir librement par le conduit bronchial, continuation de la trachée artere de ce côté là. Voilà pourquoi l'air renfermé dans ce pòumon droit étant raréfié par la chaleur, brisa ses parois; & ensuite, s'étant répandu dans la cavité du thorax, & s'y dilatant par sa propre expansion, il comprima le pòumon, & y empêcha la circulation du sang aussi bien que celle de l'air; ce qui causa les anxiétés, la difficulté de la respiration, la fréquence du pouls, & enfin la suffocation avec la mort.

Cette observation extrêmement rare n'est pas inutile pour réfuter l'opinion d'un air élastique entre le p^{ou}mon & la pleure, nécessaire pour le mécanisme de la respiration. Il est plutôt clair par le changement dans ce corps, que l'air répandu entre la pleure & le p^{ou}mon, bien loin de faciliter la respiration, y mettoit obstacle par la compression du p^{ou}mon.

OBSERVATION IV.

D'un stéatome du thorax, qui avoit déplacé le coeur, le p^{ou}mon & les visceres de l'abdomen, de leur situation naturelle.

Au mois, de Decembre 1762, je disséquai le cadavre d'une femme âgée de soixante cinq ans; & ayant ouvert l'abdomen, le ventricule & la rate se trouverent si déprimés, que celle-ci se portoit à la crête de l'os des iles, tandis que celui-là étoit déplacé vers la région ombilicale. En recherchant la cause de cette situation contraire à la nature, après l'ouverture du thorax, je découvris un stéatome dans le côté gauche du thorax, fortement attaché entre la base du sac gauche de la pleure, le diaphragme & les côtes. Le sac gauche de la pleure en son entier renfermoit le p^{ou}mon gauche comprimé par le stéatome 1), & ayant sa partie postérieure la plus voisine des vertebres tellement appliquée aux vertebres & aux côtes, que ce p^{ou}mon gauche tout entier égaloit à peine en grandeur la moitié du lobe supérieur, telle qu'elle auroit du être dans l'état naturel; puisque sa partie antérieure se terminoit à la quatrième côte, près de son bord supérieur, & sa partie postérieure à la dixième, derrière le stéatome.

1) Planch. III.
lett. C.

Ce p^{ou}mon cependant étoit mou, sans aucune squirrosité; mais il tenoit comme une membrane spongieuse au sac de sa pleure, derrière le stéatome.

Le stéatome même, du poids de quatre livres communes & treize onces, adhérent par le moyen d'une celluleuse très dure à la partie gauche du diaphragme vers le bas, remplissoit de ce côté toute la partie inférieure du thorax, s'étendant depuis la quatrième côte jusqu'à la onzième inclusivement. Il étoit attaché aux côtes onzième & douzième tout entières, à la huitième & à la neuvième depuis l'angle jusqu'au ster-



sternum, à la quatrième, à la cinquième & à la sixième depuis le tiers de la longueur de la partie osseuse jusqu'au sternum ; de sorte que le poulmon comprimé étoit renfermé dans l'espace étroit qui restoit derrière le stéatome jusqu'aux vertèbres. Ainsi la base du sac gauche de la pleure étoit adhérente 1) à la partie supérieure du stéatome : & quant au stéatome même il s'avançoit par un bord pointu sous l'adhésion de la pleure, sa partie supérieure se terminant en une extrémité conoïde assez étroite, tandis que la largeur de la base reposoit sur le diaphragme ; extérieurement vers les côtes il étoit convexe, & cette convexité s'applatissant par devant répondoit aux cartilages des côtes. A son côté intérieur, séparé de la surface antérieure par un bord étroit, étoit attaché le péricarde 2) au moyen d'une celluleuse dense. Le coeur 3) même, dérangé par ce stéatome de sa situation naturelle, se trouvoit placé dans le côté droit du thorax, renfermé dans son péricarde 4) qui étoit plein d'une sérosité assez rouge ; de façon que la base se tournoit en haut, & la pointe en bas un peu à gauche. La base montoit jusqu'à la cinquième côte du côté droit, & la pointe atteignoit à l'angle du tendon du diaphragme, y reposant dans le péricarde. La surface convexe du coeur la plus antérieure étoit cachée derrière la partie antérieure osseuse & les cartilages des vraies côtes inférieures du côté droit, regardant ces côtes ; le bord aigu étoit penché vers le bas à droite, & le bord obtus qui se portoit vers le côté gauche étoit adjacent au stéatome. Les grands vaisseaux artériels du coeur étoient fort dilatés ; l'artere pulmonale 5) qui penchoit à la gauche du coeur derrière le sternum, se cachoit sous l'arc de l'aorte ; & pour l'aorte même 6) elle étoit située dans le côté droit du thorax, s'élevant du ventricule postérieur du coeur derrière les cartilages des côtes depuis la cinquième côte vraie, d'où s'étendant à gauche au dessus de l'artere pulmonale, elle jettoit, comme de coutume, ses grands rameaux 7). Enfin le poulmon droit 8) lui-même, couvert par le péricarde que le coeur remplissoit, se montroit élevé au dessus de lui depuis la cinquième côte jusqu'à la pointe du thorax droit. C'est ainsi que cette masse stéatomateuse, par ses accroissemens insensibles dans la membrane cellulaire, avoit entièrement dérangé la situation du coeur & des autres viscères.

1) Pl. III.
lett. R.

2) Pl. III.
lett. N.

3) Pl. III.
lett. D.

4) Pl. III.
lett. N.

5) Pl. III.
lett. N.

6) Pl. III.
lett. F.

7) Pl. III.
lett. G, H, I.

8) Pl. III.
lett. P.



EXPLICATION DES FIGURES.

P L A N C H E I.

- Fig. I. La pierre intestinale tout entière, de sa grandeur & de sa forme naturelle, avec les fentes qui paroissent à sa surface extérieure, & qui venoient du dessèchement de la croûte externe de la pierre jusqu'au noyau.
- Fig. II. La moitié de la pierre brisée en travers, avec le noyau.
- a. La croûte externe noirâtre, formée de couches concentriques, fragile.
 - b. Le noyau, d'une matière tout à fait blanche & brillante, dont les fibres, comme des rayons, aboutissoient de la circonférence au centre.
 - c. Les fentes causées par le dessèchement dans la substance de la croûte externe.
- Fig. III. L'autre moitié de la pierre brisée en travers, sans le noyau.
- a. La croûte externe, formée comme précédemment de couches concentriques, avec diverses fentes.
 - c. La cavité d'où le noyau blanc a été tiré.
- Fig. IV. Le noyau entier tiré de sa cavité, de figure ovale comme toute la pierre, blanc, un peu tuberculeux extérieurement, très blanc intérieurement, resplendissant & radié, comme il se montre dans la Fig. II. lett. b, où il est dépeint brisé en travers, & situé dans la cavité de la croûte externe.
- Fig. V. Excroissance membraneuse du gros boyau.
- a. Le petit sac membraneux sphéroïdal, concave intérieurement, formé d'une membrane semblable à la nerreuse; fibreuse, blanche, garnie de petits vaisseaux, & se continuant en deux jambes b & c.
 - b. La jambe concave, la plus longue, membraneuse, continue au petit sac a.
 - c. La jambe la plus courte, aussi concave, & faisant une continuation du petit sac.
 - d. Le bout déchiré & ouvert qui fait la fin de cette jambe la plus courte.
 - e. La fin pareillement déchirée & ouverte de la jambe la plus longue b, où des déchirures de diverse longueur avec leur ouverture s'offrent à la vue, le tout peint au naturel.

P L A N C H E II.

- A. La charpente du thorax ouverte, afin que les cartilages coupés jusqu'à la cinquième côte inclusivement, & la cavité du thorax, le sternum étant ôté, se montrent, le cartilage de la sixième côte plus bas avec le cartilage ensiforme ayant été laissés dans leur cohésion, pour découvrir la situation du thorax & des viscères de l'abdomen, telle qu'elle a existé en nature.
- B. La poitrine gauche.
- C. Le péricarde fermé.
- D. Le lobe supérieur du pōmon droit comprimé.
- E. Le lobe inférieur du même pōmon presque membraneux, à cause de la compression, collé au sac de la pleure vers le péricarde.
- F. La cavité droite de la pleure depuis la quatrième côte jusqu'au diaphragme, tout à fait vuide de pōmon, & tant qu'elle a été dans son intégrité, parfaitement remplie d'air élastique.

Fig. I.



Fig. II.



Fig. III.

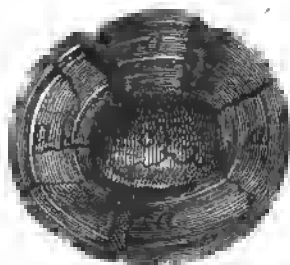


Fig. IV.

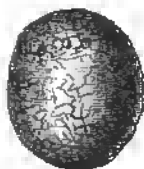
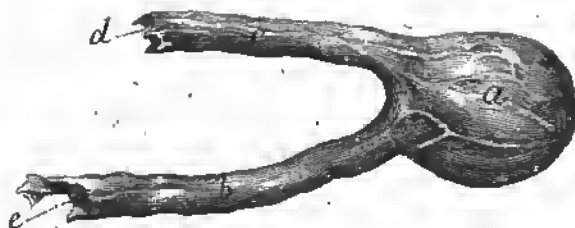
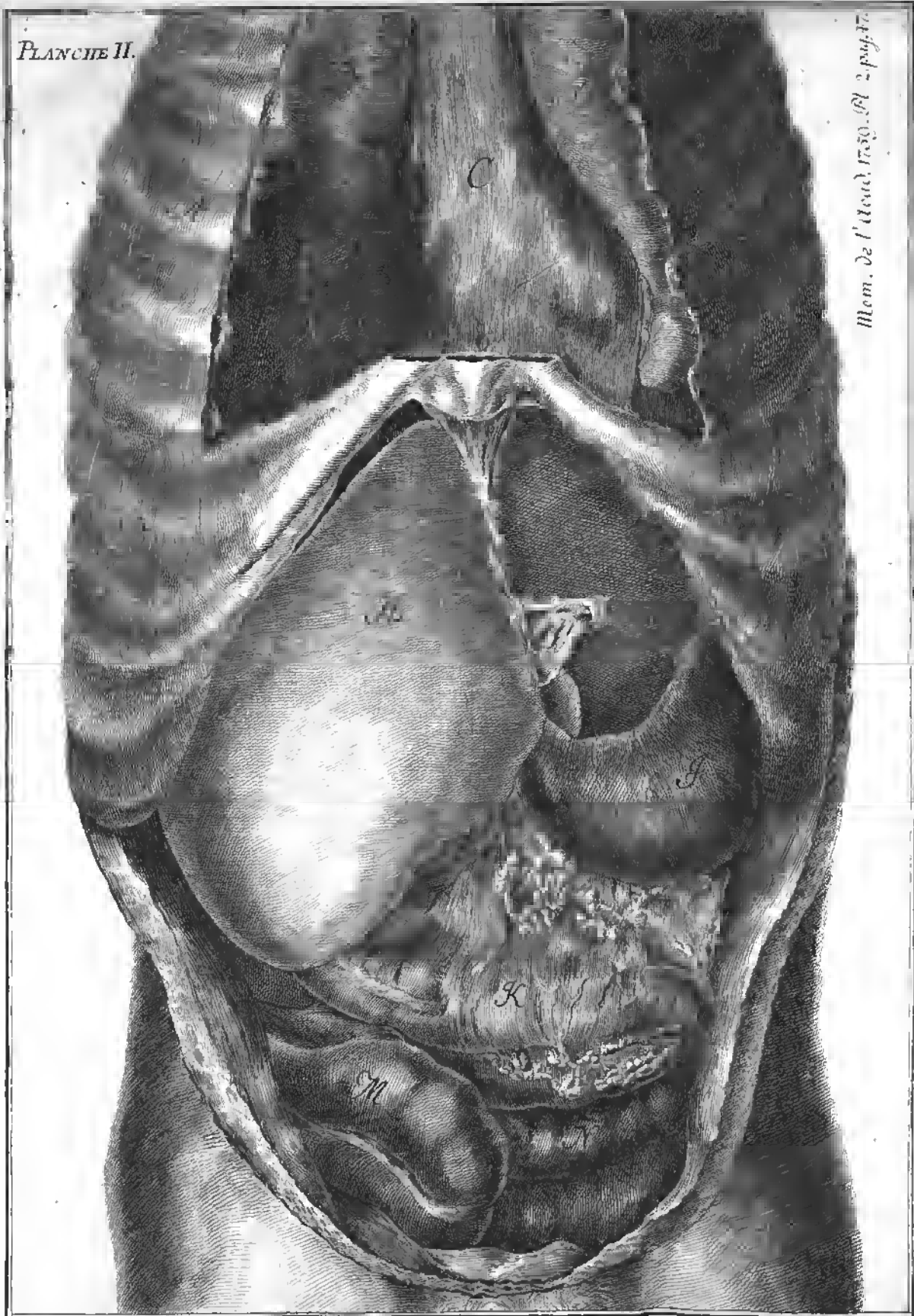
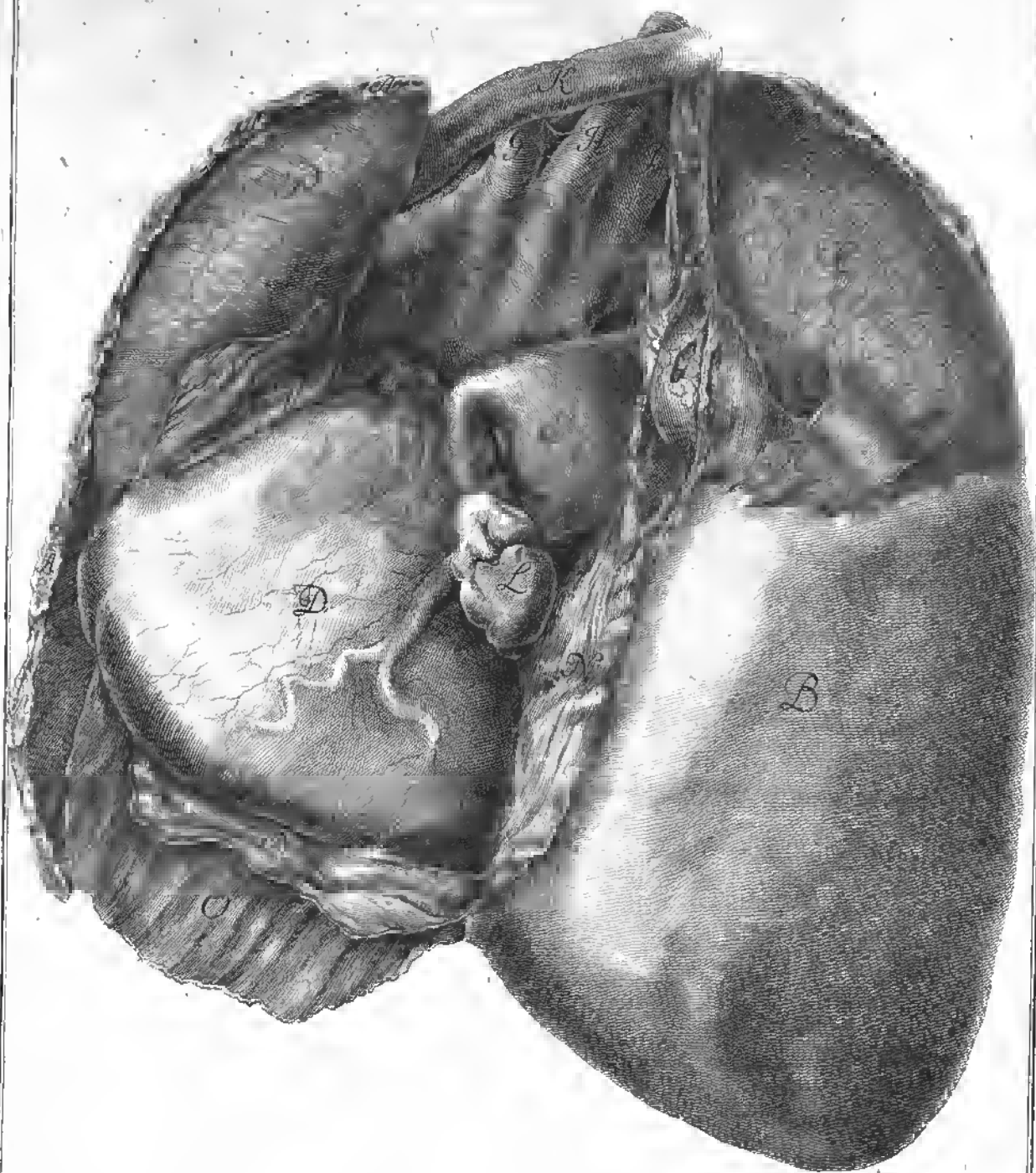


Fig. V.







1 2 3 4 5 6 7 Zoll. Rheinl.



- G. Le diaphragme si déprimé qu'il s'avançoit dans l'abdomen au dessus du foye, plus bas que le cartilage de la septieme côte.
- H. Le foye, qui naturellement est caché dans l'hypocondre droit derriere les bords des côtes, tellement déplacé de sa cavité de l'hypocondre droit par la dépression du diaphragme qui descendoit dans l'abdomen, qu'il étoit situé tout entier dans l'épigastre, & descendoit jusqu'à la région ombilicale.
- I. Le ventricule déprimé par le foye jusques dans la région ombilicale, & poussé à gauche, vers la fin de l'hypocondre gauche.
- K. La partie transversale du colon, poussée dans l'endroit le plus bas de la région ombilicale jusqu'au commencement de l'hypogastre.
- L. L'omentum gastrocolic.
- M. La partie du gros intestin qui fait le cœcum, & le commencement du colon.
- N. Une partie de l'intestin jejunum descendant dans l'hypogastre.

PLANCHE III.

- A. Les côtes qui forment la charpente du thorax retranchées.
- B. Le stéatome situé entre le diaphragme, les côtes du côté gauche & la pleure, montant jusqu'à la quatrieme côte, & étant fortement attaché aux parties susdites aussi bien qu'aux vertebres du dos du côté gauche jusqu'à la quatrieme.
- C. Le lobe supérieur du pœumon gauche comprimé par ce stéatome.
- D. Le coeur, dégarni du péricarde, entièrement déplacé de sa situation par le stéatome B, & poussé dans la cavité droite du thorax. La surface convexe du coeur se présente jusqu'à son bord pointu, la base en haut, la pointe en bas, & un peu tournée à gauche, de sorte que la situation depuis la base jusqu'à la pointe est presque perpendiculaire.
- E. L'artere pulmonale s'arçant du coeur vers le côté gauche.
- F. L'aorte se portant avec le coeur à droite, derriere les cartilages du côté droit des côtes, de façon qu'elle monte de la cavité droite du thorax vers le sternum.
- G. L'artere commune de la sousclaviere & de la carotide droite.
- H. La carotide gauche.
- I. La sousclaviere gauche.
- K. La veine sousclaviere gauche.
- L. L'oreillete gauche, qui, au lieu d'être naturellement cachée derriere le coeur, se présente ici devant.
- M. L'oreillete droite cachée & convertie par la base du coeur, de sorte qu'on n'en voit que la pointe.
- N. La membrane du péricarde ouvert.
- O. Une partie du muscle costal droit du diaphragme.
- P. Le lobe supérieur du pœumon droit.
- Q. Une partie de la pleure qui forme le sac gauche, adhérente au sternum.
- R. Le sac gauche de la pleure pressé vers en haut par le stéatome, & séparé du diaphragme, de sorte qu'il est fermé & adhérent par sa base au dessus du stéatome.





ECLAIRCISSEMENTS
HISTORIQUES ET PHYSIQUES
SUR
DIVERSES PLANTES QUI ONT ÉTÉ PRISES
POUR LE VÉRITABLE
AEGOLETHRON
DE PLINÉ *).
PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

On sait assez combien il se trouve de défauts dans l'Histoire Naturelle des pierres, des plantes & des animaux; défauts qui ne se rapportent pas seulement aux tems les plus reculés, ou à ceux de barbarie qui les ont suivis jusqu'au XV^e Siècle, mais qui s'étendent encore fort au delà. Leurs suites sont parvenues jusqu'à nous, & il n'est pas encore en notre pouvoir de les faire disparaître entièrement. En effet, en examinant les Ecrits qui ont été publiés un peu avant nous, & même la meilleure partie des plus récents, on se confirme de plus en plus dans la persuasion qu'il n'y a encore jamais eu de division conforme à la nature, ni de détermination exacte des corps qui appartiennent aux trois Regnes de la Nature; ce qui durera jusqu'à ce qu'à la fin on sache découvrir & appliquer des moyens convenables qui fassent insensiblement cesser ces défauts. La voye la plus assurée d'y réussir, ce sera de secouer le joug des préjugés reçus, & de s'occuper de la contemplation de la Nature elle-même, sans s'attacher à des systèmes enfantés par l'art.

Ces circonstances nous mettent en état d'appercevoir la raison pour laquelle plusieurs Ecrits des Anciens, relatifs à l'Histoire, convien-

*) Hist. Lib. XXI, chap. 4.



viennent beaucoup moins à nos vues présentes qu'on n'a coutume de se l'imaginer. Il se peut bien qu'originellement, & dans les contrées où ils ont été composés, ils aient eu certaines utilités, qui leur aient donné alors un prix beaucoup plus considérable que celui qu'il nous convient de leur attribuer aujourd'hui, au moins à quelques uns d'entr'eux. Parmi les Savans du moyen âge & des siècles ténébreux, il s'en est trouvé qui ont rendu des services signalés, en commençant un travail qui a été poussé beaucoup plus loin depuis, c'est celui d'expliquer dans les Anciens les passages dont le sens étoit équivoque, & de restituer ceux que la coutume d'écrire par abbréviations avoit rendus inintelligibles, développant dans leurs remarques les raisons de cette Critique par laquelle ils comptoient mériter la reconnoissance de la postérité. Le nombre de ces sortes d'Ouvrages s'est prodigieusement accru, parce qu'on étoit anciennement persuadé que les Ecrits des Anciens qui en étoient l'objet, contenoient pour la plupart de riches trésors de science, & qu'en particulier on parviendroit par leur étude à retrouver des arts qui se sont perdus. Ces travaux pénibles des savans Interpretes, après avoir duré fort au delà d'un siècle, ont à la fin cessé peu à peu, parce que les avantages qu'on s'étoit promis d'en retirer, n'ont que très imparfaitement dédommagé du tems & des peines qu'on y consacroit.

Quoiqu'aux divers égards qui viennent d'être exposés, on ne puisse plus tirer des Ecrits des Anciens les secours qu'on y avoit cherchés, ni même quelquefois en faire aucun usage; il est cependant presque incroyable que les Anciens n'aient pas eu, au sujet de plusieurs corps naturels, au moins de ceux de leurs propres contrées, des connoissances plus exactes, & qu'ils n'aient su les appliquer à d'autres usages qu'on a lieu de le penser en jettant les yeux sur ce qu'ils en disent par ci par là, ou sur les descriptions confuses & défigurées qu'on en trouve dans leurs Ecrits. En effet, quand on réfléchit sur l'usage général de certains corps naturels, & sur les avantages & les inconvéniens qui sont nécessairement & inséparablement attachés à la manière dont on les connoit, il n'est gueres possible de douter que leur connois-



sance ne doit avoir été dans tous les tems aussi parfaite chez un peuple que chez un autre ; de façon que, sous certains points de vue, on peut la qualifier complete & suffisante. Mais peut-on affirmer qu'elle ait été telle en général, ou seulement pour les hommes les plus éclairés & chez les Nations les plus policées ? C'est ce qui peut être un objet de discussion, & dont il ne faut décider qu'après un examen attentif. En attendant, on n'a aucun droit d'exiger & de supposer que les descriptions détaillées & exactes, fondées sur de semblables connoissances, soyent parvenues à travers tous les siècles jusqu'à nos jours.

Nous regardons les tems où nous vivons comme trop éclairés, & en possession de trop d'avantages, pour ne pas convenir qu'on y a poussé la connoissance des corps de la Nature sort au delà des découvertes faites par aucun de ceux qui ont vécu avant nous. Il faut reconnoître, à la gloire de la vérité, que sur bien des articles on s'est réellement élevé à un degré très supérieur à celui que nos prédécesseurs avoient atteint ; mais, si l'on veut supposer dans ce degré l'élévation que plusieurs lui attribuent, je pense qu'il y aura beaucoup à rabattre, ou du moins que cela n'aura lieu qu'à un très petit nombre d'égards. Car, quand on décompose avec quelque exactitude l'assemblage de ces prérogatives tant exaltées, quand on observe tant de lacunes qui demeurent à remplir de côté & d'autre, tant de choses que nous transmettrons imparfaitement connues, malgré tous nos efforts, à la postérité la plus reculée, il en résultera une conviction des bornes étroites de notre savoir, qui nous rendra plus modestes. On n'a garde de disconvenir que les Ecrits des Anciens renferment quantité de relations imparfaites & de descriptions fautive des pierres, des plantes & des animaux, de sorte que nous ne pouvons en tirer aucun profit ; ce ne sont souvent que des traces obscures, sans ordre & sans liaison : mais il s'agit ici principalement de savoir, si ces Ecrits, ou du moins la plupart d'entr'eux, ont été faits dans la vue de servir à notre instruction : & c'est pour cela qu'il est très expédient de rechercher comment ils ont été produits, quelle en a été l'occasion, & quel but leurs Auteurs s'y sont proposé.



De cette maniere nous ne devons quelquefois nous en prendre qu'à nous-mêmes, si nous attendons de ces Ouvrages plus qu'ils ne doivent nous donner, ou des choses différentes de celles qu'ils contiennent. Cela vient de ce que nous jugeons des Ecrits des Anciens d'après des préventions trop avantageuses, & sans y apporter l'examen requis; de ce qu'il nous plaît de regarder des fragmens détachés, ou de simples pieces de rapport, souvent recueillies au hazard, comme une Histoire naturelle complete des pierres, des plantes, & des animaux, que les Auteurs de ces Recueils n'ont jamais voulu écrire, encore moins transmettre à des Nations étrangères & à des siècles éloignés; en sorte que, dans toutes les contrées ou parties du Monde, leurs Livres fussent destinés à l'instruction publique, & leur méthode devint celle à laquelle on devoit rigoureusement s'astreindre. Combien n'est-il donc pas aisé que divers Ouvrages faits avec soin & pleins de bonnes choses, demeurent inutiles, aussi bien que les travaux de leurs Interpretes, dès qu'on veut les envisager uniquement sous ce point de vue, & les rapporter à cette seule destination? Il faut pourtant rendre à quelques Interpretes la justice, que leurs explications sont tout à fait solides & véritablement précieuses, en sorte qu'on pourroit quelquefois se passer plutôt du Texte que du Commentaire.

La Plante nommée *AEGOLETHRON*, fort connue du tems de Pline, originaire du Pont dans le terroir d'Héraclée, va servir à confirmer tout ce que nous avons avancé jusqu'ici. Ce qui rendoit alors cet *Agolethron* si connu, c'étoient ses qualités nuisibles, par lesquelles en partie il caufoit des accidens mortels au bétail, bœufs, brebis & chèvres, en partie il rendoit le miel fort pernicieux, lorsque dans certaines années les abeilles en recueilloient sur ses fleurs. Je prendrai occasion de là de comparer les opinions de quelques modernes avec celles des Anciens, & de rassembler des circonstances historiques & physiques, desquelles je puisse déduire distinctement quelle est la Plante où l'on trouve aujourd'hui les vrais caractères de l'*Agolethron* de Pline.



Le célèbre *Conrad Gefner* *) n'avoit pu trouver dans les Anciens d'autre mention de cette Plante que celle dont on est redevable à Pline. Tout ce qu'*Hermolaus Barbarus* & *Ruellius* **) en disent, est pareillement tiré du seul Pline. Celui-ci, dans son *Histoire Naturelle*, donne une indication abrégée de deux Plantes étrangères nuisibles, différentes l'une de l'autre. La première est celle que ses mauvaises qualités, comme on l'a déjà dit, avoient fait nommer *Agolethron*, & sur les fleurs de laquelle les abeilles, dans certaines années, recueilloient un miel pernicieux. L'autre Plante, qui appartenoit au même pays, & qui venoit avec abondance dans les bois d'un certain district, fournissoit aussi aux abeilles un miel si dangereux qu'il causoit le délire, les verriges, le vomissement, & d'autres accidens semblables. On la désignoit par le nom de *RHODODENDROS* ***). Ces deux Plantes méritent bien qu'on y fasse quelque attention, tant à cause de leurs qualités nuisibles en général, que du miel pernicieux qu'elles fournissoient; d'autant plus qu'on ne sauroit encore déterminer exactement, si ce n'étoit point une seule & unique Plante qu'on avoit indiquée à Pline sous deux dénominations, ou si peut-être il ne faut point attribuer à l'une l'effet mortel qu'éprouvoient les especes de bétail qui ruminent, & à l'autre qui en différerait entièrement, le suc vénéimeux de ces fleurs dont provenoit un miel empoisonné.

Pline, à l'occasion d'un malheur très considérable qu'avoit causé à Héraclée dans le Pont le miel dont on vient de parler, fait mention, comme en passant, de ces deux plantes, d'après des mémoires qui lui avoient été fournis: mais cette mention est si courte, qu'on n'y démêle pas bien clairement si l'*Agolethron* est une Plante réellement différente du *Rhododendros*. On a ici toutes sortes de raisons d'être fort circonspect, pour éviter les écarts dans lesquels sont tombés quelques uns des Interpretes de Pline, & après eux plusieurs Botanistes du moyen âge. C'est pourquoi je vais commencer par

rap-

*) *Hist. Animal. Lib. I. de Quadruped. p. 47.*

**) *Hist. Stirp. Lib. III. cap. 21*

***) Les Botanistes l'appellent *Rhododendros Ponsica Plinii*.



rapporter ici successivement & mot à mot tous les passages de Pline qui peuvent servir à répandre du jour sur cette discussion, sans m'arrêter aux erreurs manifestes qu'ils renferment, & que ceux qui sont versés dans les Arts ou dans les Langues peuvent aisément découvrir. Voici donc comment Pline s'exprime.

Heracleæ in Ponto quibusdam annis mella perniciosissima existunt, ab iisdem apibus facta. Nec dixere auctores e quibus floribus ea fierent. Nos trademus quæ comperimus.

Herba est ab exitio jumentorum, sed præcipue caprarum, appellata AEGOLETHRON. Hujus flores concipiunt noxium virus, aquoso vere marcescentes. Ita fit ut non omnibus annis sentiaturs hoc malum.

Plus bas il ajoute ;

Est genus in eodem Ponto gente Sannorum mellis, quod ab insania manomenon vocant. Id existimatur contrahi flore RHODODENDRI, quo scatent sylvæ.

Dioscoride *) raconte à peu près les mêmes choses au sujet des accidens causés par le miel d'Héraclée; seulement il donne à la Plante nuisible le nom d'Aconit. Il dit que le miel dangereux a coutume de se trouver dans l'endroit même où croit l'Aconit; & que tous ceux qui emploient de ce miel, dans leurs alimens ou dans leur boisson, éprouvent les mêmes accidens que s'ils avoient pris du suc d'aconit. Acliu **) rapporte au sujet du miel du Pont, qu'on trouve autour de Trébizonde, que ce miel, autant qu'il le fait, vient de l'arbre du buis, que de plus il a une odeur forte & désagréable, qu'il guérit les malades attaqués de folie ou d'épilepsie, & qu'au contraire il rend insensés ceux qui sont sains.

Si l'on veut démêler quelque chose dans tous ces récits, il faut considérer séparément les circonstances rapportées à l'occasion de ce miel dangereux d'Héraclée, & distinguer les quatre noms des Plantes

*) Liv. VI, Chap. 8.

**) Liv. V, Chap. 42.



que les Auteurs indiquent. L'*Aconit* de Dioscoride étant la plus ancienne doit être considérée avant l'*Agolethron* de Pline. Celui-ci n'a parlé que d'après les relations qu'on lui avoit communiquées, & selon les apparences il n'avoit pas lu le passage de Dioscoride qui concerne l'*Aconit*; mais il a employé expressément le nom de *Rhododendros* parce que c'étoit celui qu'on lui avoit fourni, ajoutant dans un autre endroit les surnoms de *Nerion* & de *Rhododaphné* qui lui étoient connus, sans y mettre aucune distinction, quoique le célèbre Tournefort *) l'aye crû. Le buis a été connu depuis longtems comme une plante nuisible aux abeilles, & cela peut-être d'après les récits des Anciens. Toutes les plantes qui viennent d'être indiquées, sont, autant qu'on est au fait de leurs parties constituantes, & que l'expérience a pu nous instruire de leurs divers effets, ou absolument nuisibles & mortelles à certains animaux, ou du moins ne leur conviennent pas. Mais, parmi toutes ces plantes, quelle est celle qu'on peut à bon droit prendre pour l'*Agolethron* de Pline?

En effet, puisqu'à l'exception de Pline il n'existe point d'Auteur qui fasse mention de cette Plante, comme il le déclare lui-même par rapport à ceux qui l'ont précédé, & comme le confirment ceux, qui ont écrit après lui; il paroît bien surprenant que quelques Botanistes ayent prétendu avoir découvert & pouvoir déterminer le véritable *Agolethron*, par les seules analogies des qualités mortelles pour tout le bétail, & du miel empoisonné qui se recueille dans certaines années sur ses fleurs. Néanmoins, si l'on considère leur découverte de plus près, il se présentera bien d'autres Plantes dont les effets sont funestes au bétail, & au sujet desquelles on n'a pas des expériences suffisantes pour se convaincre, si leurs fleurs produisent aussi un miel empoisonné. Il y en a plusieurs dont les effets pernicieux sur les corps des animaux sont incontestables, & qui néanmoins ne laissent pas de fournir aux abeilles quantité de miel & de cire d'une très bonne qualité; tandis que quelques autres qui ont une extrême acreté, & dans les parties constituantes desquelles il entre quelque chose de

vo-

*) *Voyage du Levant*, Lettre XVII. p. 99. & suiv.



vôlatil ou narcotique qui est propre à étourdir, tuent les abeilles même, qui ne sauroient y recueillir du miel, mais qui se dispersant çà & là sur les arbres, y meurent, ou dans les fleurs mêmes où on les trouve mortes. Cette dernière circonstance mérite une attention toute particulière. Certaines plantes donnent aux abeilles assez d'étoffe pour le travail de leur miel, sans que celui-ci paroisse en souffrir aucune altération; & cependant leurs parties offrent tous les indices d'un suc vénimeux.

On a quelquefois poussé trop loin la licence des conjectures, en prenant pour l'*Agolethron* diverses Plantes d'Allemagne communes & naturelles au pays, seulement parce qu'elles avoient quelque chose d'acre & de mordant, ou même des plantes tout à fait innocentes, qui ont des vertus médicales assez marquées. Dans tout cela on ne s'est pas seulement mis en peine d'examiner, si le bétail s'en nourrissoit, s'il pouvoit parvenir aux endroits où elles croissent, & s'il s'en trouve de mêlées parmi le fourrage sec; & en ce cas si elles peuvent être nuisibles ou non. Pour applanir donc en quelque sorte la route qu'il convient de prendre ici, si l'on veut se démêler de l'embarras que causent tant d'assertions incertaines, il sera nécessaire de distinguer avec exactitude toutes les plantes qui ont été précédemment indiquées, ou que d'autres pourroient avoir prises pour l'*Agolethron* de Pline.

Le nom même de notre Plante instruit de ses qualités nuisibles, connues & funestes à diverses especes de bétail; qualités qui lui sont communes avec plusieurs autres. Mais la circonstance du miel dangereux qui s'y recueilloit dans certaines années à Héraclée & aux environs, est extrêmement remarquable. Les plus anciennes Expériences, & les Histoires de ces tems-là, la confirment: & encore aujourd'hui les habitans de ces contrées ne se contentent pas de remonter aux traditions éloignées, ils en appellent aux preuves de fait qui existent actuellement. C'est pour cela qu'on a grand soin de bien distinguer cette plante de toutes les autres, que ce soit après cela l'une des deux especes, ou toutes les deux, du *Chamaerhododendros* de Tourne-



nefort *), & par conséquent le *Rhododendros* ou *Rhododaphne* de Plin-
ne, ou bien un *Aegolethron* tout à fait différent de ces Plantes. Car,
quoique, dans les endroits déjà plusieurs fois cités, Pline ne se soit pas
expliqué d'une manière assez nette & assez détaillée sur l'espèce de ses
effets nuisibles, cependant les expressions dont il se sert dans un autre
passage que j'alléguerai bientôt, sont suffisantes pour nous guider.
En effet, on y voit tout à fait clairement que l'*Aegolethron* du Pont
étoit alors connu par deux circonstances manifestes, relatives à deux
espèces d'effets nuisibles; ce qui fait entièrement tomber la conjectu-
re de tous les Auteurs du moyen âge & des derniers tems. Cepen-
dant on ne pourroit faire presque aucun usage du rapport qui concer-
ne les effets funestes de la plante sur le bétail, sans ce qui est ajouté de
la triste expérience fournie par le miel empoisonné. Ce dernier fait
ne sauroit être révoqué en doute, vû qu'il est dit en même tems, *dans*
certaines années, sans que la plante ait d'ailleurs aucun accident, on
maladie, la nielle seule la disposant à produire ce miel dangereux.
Il est à la vérité dit d'abord: *Hujus flores concipiunt noxium virus*;
mais cela est fort vague, & la suite en donne immédiatement la réfu-
tation, par ces mots: *aqueo vere marcescentes. Ita fit ut non omni-*
bus annis sentiat hoc malum. Si donc la saison humide n'avoit fait
quelquefois passer, ou tomber ces fleurs, Héraclée se seroit ressentie
tous les ans de ce mal. En comparant attentivement cet exposé avec
la vertu narcotique très forte des fleurs fraîches d'un des *Rhododendros*
du Pont, dont Tournefort allégué des preuves dans l'endroit cité, il
paroît de soi-même que l'*Aegolethron* de Pline doit avoir été une plan-
te tout à la fois acre & narcotique.

Le grand Tournefort, qui a rendu des services à la Botanique,
& qui, dans ses voyages, a pris des peines pour découvrir de nou-
veau & déterminer diverses plantes connues & employées par les An-
ciens, dont tous les connoisseurs lui sauront éternellement un gré infi-
ni,

*) *Chamaerhododendros pontica maxima, mespili folio, flore luteo.* Coroll. p. 42.
Chamaerhododendros pontica maxima, folio laurocerasi, flore e caeruleo purpurecente.
Ejusd. lib. & loc. cit.



ni, s'est aussi fort occupé du soin de retrouver les Plantes qui, du tems de Pline, portoient le nom d'*Agolethron* autour d'Héraclée dans le Pont. Il a été visiter les lieux mêmes qui lui ont paru les plus propres à lui fournir des éclaircissemens à cet égard; il a consulté l'Histoire, les anciennes traditions, & les Expériences modernes; enfin il a eu sous les yeux & comparé diverses plantes en qui se manifestent les propriétés dont il s'agit. De toutes ces circonstances réunies, le résultat qu'il a jugé le plus vraisemblable, c'est que son premier *Chamaerhododendros* pourroit être l'*Agolethron* de Pline, & le second le *Rhododendros Pontica* du même, & que celui-ci devoit différer entièrement de l'autre. Pour conduire son opinion à une plus grande certitude, il pose en fait que Pline avoit distingué son *Rhododendros* du *Nerion* ou *Rhododaphne* *); & à l'égard du *Nerion*, il dit qu'il n'a point rencontré cette Plante autour du Poot-Euxin.

Mais, quand ce que Tournefort affirme de son premier *Chamaerhododendros* seroit fondé, on n'a pourtant aucune preuve sûre & ancienne, qu'il ait produit des effets mortels tout à la fois sur les boeufs, sur les brebis, & sur les chèvres. La forte odeur narcotique, qu'il dit avoir trouvée dans ses fleurs, semblable à celle des fleurs de chevreuil, peut bien causer des vertiges, des nausées & des vomissemens; mais il ajoute lui-même qu'on l'a assuré que le bétail n'y touche pas. La très ancienne expérience que le miel de certaines années, dans ces contrées, cause des étourdissemens, du degout, du délire, & d'autres accidens semblables, & le nom particulier de *Maenomenon* qui lui a été donné à cause de cela, ont été rapportés par Pline, qui ajoute qu'il a appris que cela provenoit des fleurs du *Rhododendros*, qu'il nomme aussi *Nerion* & *Rhododaphne*. *Dioscoride* en a rejeté la faute sur l'aconit, & *Elie* sur le buis, comme nous l'avons déjà rapporté. C'est ici l'endroit où

il

*) *Nerion, floribus rubescentibus.* C. B. Pin. 464.

Rhododendron, Nerion & Rhododaphne. Plin. *Hist. Nat.* Lib. XVI. Cap. XX.

Lib. XXIV. Cap. XI.

Oleander, Laurus rosea, Lob. Ic. 364.

Laurier-rose, en François.



il convient de rapporter les passages de Pline dont j'ai différé l'allégation, afin qu'on soit en état de juger si cet Auteur a pris le *Rhododaphne*, ou le *Nerion*, pour une plante réellement différente du *Rhododendros*. Cela servira beaucoup à faire connoître, si l'opinion de Tournefort est pleinement fondée, ou si l'on ne peut pas encore y compter autant qu'on l'auroit crû.

Voici d'abord ce qu'on lit au chapitre XX. du Livre XVI. dans l'Histoire naturelle de Pline :

Rhododendron, *ut nomine apparet, a Grecis venit*, alii Nerion vocarunt, alii Rhododaphne, *sempiternum fronde, ruscæ similitudine, caule fruticosum*; & par où il exprime très bien la qualité pernicieuse de l'*Aegolethron*, qu'il ne connoissoit d'ailleurs que de nom, c'est ce qui suit: *jumentis caprisque & ovibus venenum est, &c.*

Au Chapitre XI. du XXIV Livre il ajoute

Rhododendron, *ne nomen quidem apud nos invenit Latinum*; Rhododaphnen vocant, aut Nerium. *Mirum folia ejus quadrupedum venenum esse, homini contra serpentes præsidium ruta addita e vino pota. Pecus enim & capræ, si aquam biberint in qua folia maduerint, mori dicuntur.*

Le passage de *Discoride* qui appartient ici, est le suivant, que je cite d'après la version de Sarracenus :

Nerion, *quibusdam Rhododaphne, aliis Rhododendron vocatum, nescitur in viridariis maritimisque locis, & secus amnes. Flores ac folia canibus, asinis, mulis & plerisque quadrupedibus venena sunt. Animantes autem imbecilliores uti capræ ac pecudes, si aquam biberint, in qua illa maduerint, moriuntur.*

Les Botanistes modernes reconnoissent les qualités nuisibles du *Nerion*, & il y a là dessus un parfait accord entre ce que l'Antiquité nous a transmis & les observations récentes. Mais, puisque l'*Aegole-*



Iethron de Pline doit nécessairement croître autour d'Héraclée dans le Pont, & que le *Nerion* de Tournefort ne se trouve pas dans ces contrées, & même que, de son propre aveu il ne sauroit y en avoir, voilà une circonstance dont il faut encore rendre raison, avant que de confondre ces deux plantes ensemble. Quant à la vertu narcotique des deux *Chamaerhododendros* de Tournefort, elle n'est plus sujette à aucune contestation; tandis qu'au contraire on ne sauroit démontrer qu'elle se trouve dans les fleurs du *Nerion*, ou du *Rhododaphne*, ni que les abeilles recueillent du miel sur ces fleurs, dont l'odeur est plutôt modérée & agréable.

En attendant, je ne crois pas me tromper beaucoup, si j'attribue les effets nuisibles du miel d'Héraclée, d'après la plus grande vraisemblance, à une acreté narcotique & volatile des fleurs des deux especes de *Chamaerhododendros*, qui sont les plantes les plus communes & les plus abondantes dans toute cette contrée, comme l'assurent aujourd'hui les Turcs d'après la tradition & leur propre expérience. Ce n'est pourtant pas une conséquence qu'on puisse appliquer à toutes les plantes narcotiques, comme cela paroît par notre *Ledum*, autrement dit Romarin sauvage, sur lequel les abeilles font d'abondantes récoltes, sans qu'on en découvre les moindres suites fâcheuses dans leur miel.

Quant à la confusion des Plantes dans laquelle les Anciens tombent si fréquemment, on ne sauroit leur en faire un reproche, puisqu'à proprement parler ils n'avoient aucune véritable connoissance botanique des plantes. Rien n'a donc pu arriver plus aisément que ce qu'une même plante ait été décrite sous deux ou trois noms différens, & que diverses plantes aient été comprises sous le même nom, quoiqu'elles ne convinsent pas ensemble. Qu'on examine seulement le genre de l'*Aconit éphémère*, & d'autres; qu'on essaye d'y porter la lumière & les distinctions nécessaires: & l'on rencontrera des difficultés qui souvent rendront tous les efforts inutiles.

Au sujet du *Nerion* ou de l'*Olzander*, il ne faut pas oublier que cette plante croît en plusieurs contrées d'Espagne, d'Italie, des Isles



de la Grece, de la Syrie, des Indes & de la Chine; que dès les anciens tems elle a été regardée en Espagne comme une plante fort nuisible, & que les Chasseurs en ont exprimé le suc pour y tremper la pointe de leurs flèches, & blesser mortellement les bêtes féroces. Encore aujourd'hui ses propriétés nuisibles lui font porter le nom de *Pervin mala*, ou *mauvaise herbe*; comme la *Bofea* de Linnæus, suivant les Relations, est appelée dans les Iles Canaries, & dans quelques contrées de l'Amérique, par des raisons semblables, *Perva mora*, ou *l'herbe de la mort*.

Ceci peut suffire pour cette fois au sujet de l'*Aegolethron* de Pline; mais il se présente de nouveaux objets à considérer, si nous voulons passer en revue les diverses plantes que les Auteurs ont prises pour celle-là. Suivant l'opinion de Mentzel *) on peut les diviser de maniere que les unes se rapportent à l'*Aegolethron* de Pline, & les autres à celui de Gesner. Il n'y a rien à ajouter à l'égard du premier, au moins de ce qui peut servir à répandre du jour sur l'histoire de cette plante; il s'agit donc à présent de passer au second.

Gesner dit **) que la plante qu'il prendroit pour l'*Aegolethron* de Pline, auroit beaucoup de ressemblance avec l'*Orobanche*, si elle n'en différoit par la racine & par la couleur de pourpre de la tige. Quand j'examine dans les Ecrits de ce savant Auteur la relation qui précède, & que je la compare avec ce qu'il dit ici, les principales circonstances & les caracteres indiqués sont à la vérité applicables à l'*Orobanche*; mais ils ne conviennent pas le moins du monde à l'*Aegolethron*. Voyons donc le récit qui concerne ce prétendu *Aegolethron*.

„Il croit chez nous, dit Gesner, une espece de plante nuisible,
„dont le bétail à corne ne mange non seulement point, mais il s'é-
„loigne de l'herbe à laquelle elle se trouve mêlée: les chevaux cepen-
„dant mangent de cette herbe. Nos gens de la campagne nomment
„la plante en question la *mauvaise fleur*, ou le *mauvais Henri*, comme
„ils

*) Christ. Mentzel. *Ind. Nom. Plant. Univ.* p. 8.

**) *Hist. Animal. de Quadruped.* §. 50. p. 40.



„ils appellent au contraire une espece de *Chenopodium*, que les Anciens ont connue sous le nom de *Chrysolachnon*, le bon Henri.“

On voit par le reste de la description de cette plante, que je supprime pour abrégér, que Gesner indique simplement ici une plante qui a beaucoup d'affinité avec l'*Anblatum* de Valerius Cordus *), ou plutôt qui est cet *Anblatum* même. Cette plante est fort commune en Allemagne: on la trouve dans Matthiöle sous le nom de *Dentaria major*; dans le *Pinax* de C. Bauhin sous celui d'*Orobanche*, *radice dentata major*; Leonicerus, Rivinus, & d'autres l'appellent *squamaria*, nom qu'elle conserve encore dans quelques Aporicaireries. A la fin de cette relation, Gesner ajoute; *Eadem (planta) nisi fallor, Aegolethros Plinii fuerit.*

Dodonæus **), dans le XXVI Chapitre de son premier Livre, intitulé de *Herba Tota Bona*, a fidelement copié la relation de Gesner, mais il n'a pas ajouté un seul mot qui puisse seulement faire conjecturer ce qu'il pense de l'opinion de ce Savant; & lorsqu'il parle dans le X Chapitre de son troisième Livre de l'*Anblaton* & de la *Neotia*, il n'ajoute rien de plus. Caspar Hoffmann ***) au contraire demande, ce que c'est que ce *malus Henricus* que Dodonæus a décrit d'après Gesner, ne trouvant, dit-il, rien du tout dans cette description qui puisse faire prendre la plante en question pour la *Dentaria major* de Matthiöle. Cependant la chose est si manifeste que, ni les deux freres Bauhin, ni les autres habiles Botanistes depuis ce tems-là, n'ont pas formé la moindre difficulté à ce sujet.

Les principales circonstances de cette description s'accordent pour la plus grande partie avec l'*Anblatum* de Cordus; & celles qui paroissent y répugner, font voir évidemment que Gesner a été dans le même cas à l'égard de cette Plante que Plinè à l'égard de son *Aegolethron*, l'un & l'autre n'ayant parlé que d'après les relations qu'on leur a fournies, sans voir les plantes mêmes. En effet, si les gens du pais

H 3

avoient

*) Hist. Lib. I. cap. X.

**) Pempt. Stirp. 5.

***) Lib. II. de Medicam. Officinal. Cap. 121. de *Lapatho*.



avoient porté à Gesner la plante dont il parle, il l'auroit tout aussitôt non seulement reconnue pour une des plantes les plus communes du canton, mais il auroit été en état de la décrire sous son véritable nom. Alors il ne lui seroit pas arrivé de dire qu'elle croît dans les vignobles, qu'elle gâte les pieds de vigne, & qu'à cause de cela les vigneronns sont extrêmement soigneux de l'arracher; choses qui conviennent toutes à l'*Orobanche* commune & à ses especes dans les pays chauds.

Par conséquent il auroit reconnu d'une maniere certaine que c'est la *Dentaria major* de Matthiolo, qu'elle aime les terroirs spongieux sous la terre couverte de feuilles & dans les endroits où regne l'ombre, qu'elle vient autour des sources & des arbres dont les racines sont couvertes de vieille mousse; au lieu qu'elle ne s'accommode point des places découvertes & chaudes autour des montagnes, où l'on a coutume de placer les vignobles. Il n'auroit pas pu ignorer non plus la saison où elle paroît, sa courte durée tant en fleur que sur la terre, & le petit nombre de plantes particulieres du printems qui croissent en même tems qu'elle, & dans le même lieu. Enfin, sa substance molle, charnue, & pleine de suc, lui auroit donné occasion de s'appercevoir que, pendant son rapide accroissement, elle ne sauroit soulever & percer un terroir dur; ce qui ne peut avoir lieu qu'avec une terre legere, dans la composition de laquelle entrent principalement la mousse, le bois pourri & les feuilles.

Quand on va plus loin, & qu'on en vient aux recherches qui ont pour objet la constitution intérieure & les propriétés de l'*Anblatum*, telles qu'il a toujours eu coutume de les déployer, la conjecture que j'ai avancée, acquiert encore plus de force. L'innocence de la Plante dont Gesner parloit, & qui ne peut gueres être que l'*Anblatum* ou l'*Orobanche*, ne lui auroit jamais permis de tourner ses vues du côté de l'*Aegolethron* de Pline; mais il se seroit plutôt attaché à une considération plus attentive des qualités nuisibles qu'on prétendoit lui attribuer. Or, comme ce ne sauroit être d'autre plante que l'*Anblatum*, ou *Schuppenwurtzel*, que les habitans de la Marche de Brandebourg



bourg connoissent fort bien sous le nom de *Marywurtzel*, elle est non seulement une plante parfaitement innocente, mais elle est même employée en qualité de remède tant pour les hommes que pour les animaux, & elle pourroit l'être encore plus utilement.

Cette plante est charnue & pleine de suc, comme pourroit l'être un jeune pied d'asperge. L'odeur de la fleur est délicate, volatile & restaurante, à peu près comme celle de la jonquille; mais la fleur même pousse peu après s'être ouverte. Son goût est mêlé, aqueux, balsamique, amer & astringent, tant dans les semences que dans la racine. Ces circonstances ne fournissent aucun indice de propriétés suspectes, & les effets connus que cette plante produit sur les hommes & sur les animaux la déchargent de tout reproche. Cependant d'autres, en s'en fiant à l'autorité de Gesner, ont pris l'*Anblatum*, qu'il nomme *malus Henricus*, pour l'*Aegolethron* de Pline; & ceux qui n'ont pas pu concilier les bonnes qualités de cette plante avec les mauvaises de l'*Aegolethron*, ont été chercher d'autres plantes acres & nuisibles, comme je le ferai voir dans la suite, en y joignant les remarques nécessaires. Ce n'est qu'après toutes ces discussions qu'on pourra réunir les vraisemblances qui servent à découvrir & à mieux déterminer la plante en question, qui, dans différentes contrées, porte les noms de *mala herba*, *malus flos*, *malus henricus*, & autres semblables, sans que ces dénominations soient pourtant fondées sur ce qu'elle est mortelle pour le bétail, mais elles désignent seulement le préjudice qu'elle cause aux autres plantes.

La description inexacte que Gesner a donnée d'une plante qu'il ne connoissoit pas, & à laquelle il donnoit le nom de *malus flos*, ou de *malus Henricus*, (description qui l'a conduit à la conjecture si dénuée de vraisemblance, qu'il fait au sujet de l'*Aegolethron*,) n'avoit d'autre fondement que le récit de gens de la campagne, négligens & en partie ignorans. Dans la plupart des gens de cet ordre, rien de plus commun qu'un défaut d'attention qui est comme lié à l'imperfection des connoissances, & qui regne parmi eux, même à l'égard de cir-
constan-



constances au fait desquelles il seroit pourtant de leur intérêt de se mettre mieux.

J'ai conservé le souvenir exact d'un cas tout à fait semblable & dont il convient de faire mention. Je suis témoin oculaire de ce que je vais rapporter; & cela s'est passé dans le tems où je fus chargé *) par ordre du Roi d'examiner les causes d'une mortalité fort rapide dont le bétail étoit attaqué. Il falloit assurément un secours des plus prompts à ce mal, puisqu'il enlevait les bêtes les plus jeunes, les plus saines & les fortes; tandis que les vieilles en ressentoient des atteintes beaucoup moins fortes, & se guérissent plus aisément. C'étoit à proprement parler une violente fièvre inflammatoire, avec des douleurs, des crampes, & des signes sensibles d'inflammation dans le bas ventre; à quoi se joignoient la constipation & un flux copieux d'urine épaisse, rouge, ou d'un brun fort noirâtre **). Le bétail qu'on envoyoit à la prairie étoit fort subitement attaqué de ce mal, qui faisoit les progrès les plus rapides, de sorte que mort s'ensuivoit le 6. 7. & 8 jour. Les gens de la campagne qui ne connoissoient point ce mal, remarquoient seulement tout d'abord que le symptôme de l'urine d'un rouge noir, étoit mortel; ce qui ne pouvoit gueres manquer d'avoir lieu, en partie par la nature même du mal, & la force de l'inflammation, en partie à cause de l'usage de remèdes trop forts, & qui produisoient trop vite un effet astringent ***).

L'idée généralement répandue parmi les gens du canton au sujet de la cause de ce mal, c'est qu'il falloit la chercher dans certaines plan-

*) En 1741. au printems, dans les contrées élevées qui regnent le long de l'Oder, où je faisois alors les fonctions de l'emploi auquel on donne en Allemagne le nom de *Physicien provincial*.

**) *Febis inflammatoria, cum mictu cruento, quem Hæmaturiam bovillum vocant villici*; en Allemand, *die schwarze blut-netze*, ou *das rosche Wasser*, ou *rosche netze*, &c.

***) Les gens du lieu disoient que cette urine foncée étoit un signe mortel, & faisoient une distinction entre cette espèce de *mictus cruentus* & une autre plus douce, dans laquelle la fièvre est faible, ou même à peine sensible, & qu'ils gué-



plantes nuisibles, acres & échauffantes, que le bétail avoit broutées à la prairie. Les plus anciens d'entr'eux, conjointement avec les Bergers, affuroient que, depuis longues années, une semblable maladie n'avoit pas été entièrement inconnue dans la saison du Printems. D'autres attribuoient le mal à la poussière, à la bourbe, à des insectes vénémeux & à leurs oeufs qui avoient été déposés sur l'herbe, ou aussi à quelque nielle empoisonnée. Les plus sensés réunissoient toutes ces causes, mais en y joignant certaines restrictions, comme la saison, la température de l'air, & la nature de la prairie. Néanmoins, dans les cas dont il s'agissoit actuellement, ils n'insistoient que sur certaines plantes acres & vénémeuses, qu'ils regardoient comme l'unique cause du mal. Conformément aux ordres que j'avois reçus, j'allai vérifier exactement le tout sur les lieux; mais, quand il fut question d'arriver par mes informations aux voyes efficaces pour prévenir un plus grand malheur, ils ne surent comment me nommer, & me désigner ces plantes prétendues nuisibles auxquelles ils s'en prenoient. Là dessus ils tombèrent sur les jeunes feuilles que pouissoient alors les arbres, en particulier les chênes, les hêtres, & ceux qu'on nomme en Allemand *Weiss-dorn* *), ou sur diverses herbes tout à fait innocentes, dont quelques unes même ont des vertus médicinales. Je parlerai de celles-ci dans une autre occasion, & je ferai voir comment il peut arriver qu'accidentellement elles causent au bétail des accidens à peu près semblables à ceux du mal en question, comme il m'est arrivé diverses fois de le remarquer: mais, dans le cas présent, elles en étoient parfaitement innocentes.

Plu-

guérissent simplement avec du son chaud, & quelques astringens, par exemple, de la poudre de feuilles de chêne, de gland, ou de noix de galle, mêlée avec six fois autant de farine, & réduite en une bouillie claire avec du lait tiède. Dans la fièvre inflammatoire ils avoient recours aux mêmes moyens; ils donnoient aussi abondamment à boire au bétail de l'eau dans laquelle ils trempoient souvent du fer brûlant; mais le tout sans succès.

*) *Quercus, Fagus, & Crataegus Oxyacantha.*



Plusieurs rencontres pareilles à celle que je viens de rapporter, m'ont convaincu que les gens de la campagne sont fort sujets à confondre les plantes ensemble, en attribuant à celles qui sont nuisibles de bons effets, & en regardant comme pernicieuses celles qui sont les meilleures ou les plus innocentes, quoiqu'ils n'aient que très peu de connoissance des unes & des autres, ou quelquefois point du tout. Je fais aussi de science certaine qu'ils confondent souvent les accidens qui arrivent au bétail pour avoir trop mangé & par une mauvaise digestion, avec ceux que peuvent causer des plantes véniieuses, l'intempérie des saisons, les eaux corrompues, & les insectes.

En faisant des recherches plus exactes sur la contagion qu'on m'avoit chargé d'examiner, je trouvai que le bétail, à cause de la rareté du pâturage dans ce printems, avoit brouté copieusement les plus tendres rejettons des plantes, & entr'autres ceux qui se trouvoient sur les collines & dans les endroits les plus exposés à la chaleur, attaquant les hayes & les tiges qui commençoient tant soit peu à pousser. Parmi les especes de ces plantes, il y en avoit d'acres & d'ameres, qui appartenoient au genre des *Anemones*. La premiere est celle qui portoit, dans les anciens tems, le nom de *Pulsatilla* *). Elle croit dans les endroits secs exposés à l'air, sur les côteaux dont le terroir est maigre, & sur d'autres endroits élevés, aussi bien que dans les bois & autour d'eux; & vu l'acreté qui se fait sentir dans ses feuilles, le bétail ne la broute, pour ainsi dire, que par mégarde, mêlée avec d'autres herbes, ou par nécessité dans certains printems; & quand il en mange trop, elle lui cause les mêmes accidens que toutes les autres herbes mordicantes. La seconde plante, aussi amere & acre, a déjà été reconnue pour telle par les Anciens, qui l'ont nommée *Sanguinale*, parce qu'elle cause au bétail des urines sanglantes, & des inflammations. C'est peut-être l'*Enneuphyllum* de Pline. Au moins les cir-

constan-

*) *Anemon* 6. Linn. Spec. Pl. 760. (*pratensis*.)

Pulsatilla flore minore nigricante. C. B. Pin. 177.

En Allemand: *Kleine Küchen Schelle*, *Oster-Blume*, *Pist-Wurtz*. Ce dernier nom Allemand a été donné à cette plante à cause qu'elle provoque extraordinairement les urines.



constances ont-elles beaucoup de rapport entr'elles *). Il semble que la Nature ait voulu cacher cette plante pernicieuse au bétail en la plaçant sous les buissons, de sorte qu'il ne peut la brouter que par mégarde, quand elle est mêlée avec d'autres, ou lorsqu'il est affamé. Elle paroît de fort bonne heure, & passe si vite qu'on ne la voit plus pendant huit ou neuf mois de l'année **).

Cette circonstance, jointe à plusieurs autres qui se manifestent souvent dans la vie commune, au grand préjudice du bien public, m'a pleinement convaincu que M. de Rohr ***) ne se trompe pas, quand, dans ses Projets si remplis de vues utiles, il s'exprime ainsi: „Je suis „persuadé qu'une grande partie des maladies des bestiaux, dont l'origine est le sujet de tant de doutes & d'incertitudes, doit être attribuée „aux plantes nuisibles & vénimeuses, que le bétail broute dans les forêts & dans les autres pâturages; plantes qui sont inconnues aux „Bergeres.“

A quoi il ajoute. „C'est pourquoi, quand ces maladies contagieuses se répandent, & appauvrissent les habitans d'un pays de tant „de milliers d'écus qu'ils auroient pu conserver, on s'aperçoit qu'en „faisant une attention plus particulière aux plantes pernicieuses, & en „prenant toutes les précautions nécessaires pour préserver le bétail d'y „toucher, on prévient ces funestes dommages, & on rendroit un „service important aux finances.“

I 2

Mais,

*) *Ancione*, Linn. Sp. Pl. 762. (*nemorosa*.)

En Allemand, *Weiß-Wald-Hühlein*. *Storch-blumen*.

Avec cette plante croît en même tems & dans les mêmes lieux une autre espèce que Linnæus nomme *Ancione ranunculoides*, autrement dite *Ranunculus nemorosus luteus*, C. P. Bin. 178. L'une & l'autre s'accordent avec la *Lathræa* 4. (*squammaria*) Linn. Spec. Pl. 847. qui doit être la plante que Gesner a décrite sous le nom de *malus Henricus*.

**) Cette plante croît avec celle qui vient de faire le sujet de la note précédente, avec le *malus Henricus*, & peut produire les mauvais effets qu'on a faussement attribués à ces plantes innocentes, quand on mène paître le bétail dans les lieux où elle croît, ce qui est fort rare, & n'arrive pas aisément de propos délibéré.

***) Dans son *Traité; de usu oeconomico plantarum*.



Mais, pour étendre plus loin les applications des remarques que nous venons de faire sur les récits ordinaires des gens de la campagne, & sur les lumieres qu'ils sont en état de fournir dans certaines circonstances, je crois que la meilleure voye à suivre pour un homme qui étudie la Nature, c'est d'examiner soigneusement tout par lui-même. Car, comme il se présente fréquemment des cas pareils à ceux que nous avons indiqués, & sur lesquels il y a bien des doutes à former & des soupçons à concevoir, ce n'est qu'après avoir donné toute notre attention à les bien considérer qu'il est permis de leur accorder place dans l'Histoire Naturelle. Le récit de Gesner au sujet du *malus Henricus* confirme pleinement ce que j'avance, & donne à connoître combien de fictions se sont glissées parmi les faits réellement fondés sur les expériences, tant à remonter jusqu'aux anciens tems que dans ceux qui les ont suivis, & dans les nôtres mêmes; fictions qui assurément ne sont gueres d'honneur aux Naturalistes. On parviendra de plus en plus à la conviction sur ce sujet, si entr'autres choses on se rappelle les prétendues transformations d'une plante dans quelque autre qui seroit d'un genre tout différent: on a vu des Savans & des ignorans adopter également cette chimere, faire tout ce qui dépendoit d'eux pour l'accréditer, & produire même des Expériences par lesquelles ils se proposoient de rendre incontestable la réalité de ces transformations. Quelques uns ont même été si loin qu'ils ont prétendu ramener ces faits à une théorie exacte & démontrée. C'est ici qu'appartient la transformation de l'avoine en seigle ou en orge, comme réciproquement celle du seigle & même de l'orge en froment, celle du froment en *Lolium*, celle des pois en vesces, celle de la menthe en basilic, celle des choux rouges en fauge, celle des choux blancs en navets des champs, celle de la camomille en mille-feuille, & autres semblables. Après cela quelcun oseroit-il s'élever contre ce qu'on disoit anciennement de la génération des Scorpions produits par la plante dite basilic?

● Avant que d'aller plus loin, & de rendre compte des autres plantes qui ont été prises de côté & d'autre pour l'*Agolethron*, je
veux



veux encore indiquer celle qui, selon toutes les vraisemblances, s'accorde beaucoup mieux avec les caractères indiqués par Gefner, & avec le récit des gens de la campagne sur lequel il se fonde, que ne le fait l'*Anblatum* de Cordus. Cette Plante, c'est celle qu'on nomme *Orobanche legitima Dioscoridis* *), ou *Herba lupa Italorum*, plante suffisamment connue par les récits des Anciens & des modernes, comme meurtrière des autres : & peut-être celle de ses variétés qui a la tige rouge. Elle ne doit pas être confondue avec l'*Ervangina*, ou la *Cuscuta*, quoique celle-ci affoiblisse aussi les plantes qui se trouvent autour d'elle en les privant de leur suc nourricier, & que par là elle fasse beaucoup de dégâts à la campagne & dans les jardins. *Bodæus de Stapel*, en parlant de cette pernicieuse plante savoir de l'Orobanche, dit **): *Eadem de causa rustici malum florem vocare solent.* Le dommage qu'elle cause aux autres plantes est une chose qui n'a point été ignorée : & c'est peut-être elle aussi qu'on nomme *herba Leo* ou *Leonis geponicorum*. Cependant elle ne fait aucun mal aux bêtes à corne, ni au reste du bétail ; au contraire elle en est recherchée, parce qu'on croit qu'elle leur cause une espèce d'irritation. On peut voir ce que les Historiens des Plantes en disent plus au long sous les noms d'*Herba Taura* ou *Tora*.

Les fleurs de cette *Orobanche* ont l'odeur agréable & aromatique des oeillets, & elles contiennent beaucoup de suc mielleux. La tige fraîche & jeune est tendre, charnue, aqueuse, d'un goût amer & astringent. S'il y avoit quelque cas où cette plante pût nuire aux animaux domestiques, ce seroit lors qu'ils en mangent trop copieusement ; ce qui pourroit leur gonfler l'estomac & le bas ventre : mais les plantes les meilleures, les plus grasses & les plus nourrissantes, produisent le même effet, dès que le bétail en fait excès.

Dans notre pays, cette plante aime les lieux exposés à un air libre, élevés, chauds, secs, & dont le terroir est maigre, autour des

*) *Orobanche* 2. (major) Linn. Sp. Pl. 888.

Orobanche major, caryophyllum olens. C.B. Pin. 87.

Cynomorium quorundam, apud *Plinium*, Hist. Lib. XXII. Cap. ult.

**) *Bod. a Stapel*, in *Theophrast.* Hist. Plant. Lib. III. Cap. VIII.



côteaux, des prairies & des vignobles qui sont situés au midi. J'en ai trouvé moi-même d'attachées aux racines de vieux sèps, dans un vignoble ruiné, près de Francfort sur l'Oder; & peut-être qu'on les y trouveroit encore, personne ne se mettant en peine de les arracher. Toutes ces circonstances réunies me donnent lieu de conjecturer que l'*Orobanche* est la plante nuisible que les gens de la campagne avoient décrite à Gesner, & qu'ils étoient si soigneux d'arracher des vignobles & du voisinage des pieds de vigne. Mais on ne fauroit dire les mêmes choses de l'*Anblatum* de *Cordus*; ou du moins les prouver. Si l'*Orobanche* de Montpellier *) qui ne doit pas être moins préjudiciable aux plantes que celle dont on vient de parler, se trouvoit abondamment dans les contrées où Gesner a vécu, & a recueilli sa description, qu'on fût assuré que les chevres la broutent & que les abeilles en tirent du miel, on seroit alors mieux fondé à la regarder comme un *Agolethron* que plusieurs autres; car l'odeur & le goût de cette plante sont souverainement mauvais & désagréables, & la distinguent d'une façon toute particulière des autres plantes qui répugnent aussi à l'odorat & au goût.

A l'égard de la seconde plante, que Dodonæus **), à cause des qualités extrêmement nuisibles que plusieurs autres ont reconnues en elle, conjecture pouvoir être celle dont Plinè a fait mention, C. Bauhin ***), & d'autres ont eu la même idée. Quoique Dodonæus ne se hazarde pas à rien avancer de positif là dessus, il y a pourtant diverses circonstances sur lesquelles on peut fonder son opinion. Mais, avant que de les alléguer, je dois remarquer que la même plante, de laquelle il est fait actuellement mention, a été connue ailleurs sous le nom de *Cleome Octaviani Horatii*, comme une plante très acre, & on l'a confondue avec d'autres, savoir la *Dentaria* †), ou, suivant

*) *Orobanche (lævis)* Linn. Sp. Pl. 881.

Orobanche major flore. C. B. Pin. 88.

**) *Pempt. Stirp.* Lib. III. Cap. V.

***) *Pinax*, 180.

†) *Dentaria* 2. (bulbifera) Linn. Sp. Pl. 913.



toutes les circonstances l'*Erysimum officinale* *). Aussi ne doit-il pas y avoir beaucoup de différence entr'elle & cette dernière. En ce cas elle n'appartient pas ici.

La véritable plante qui, conformément à tout ce qui a été dit jusqu'ici, est la plus propre à représenter l'*Aegolethron*, se rapporte au genre de l'antiquité, déjà connu chez les Grecs sous le nom de *Batrachis*, ou *Batrachion*, & que les Botanistes appellent en Latin *Ranunculus* **). Aussi longtems que les Médecins, dans les anciens tems, ont plus pensé à multiplier les remèdes crûs & simples, qu'à en faire l'examen, on employoit dans les Apoticaieries cinq ou six especes différentes de *Ranunculus*: mais les Médecins modernes s'en sont débarrassé comme de beaucoup d'autre fatras. La première espece s'appelloit simplement *Ranunculus officinarum*, & elle est la sixième dans Tabernæmontanus ***). Le peu d'acreté qu'elle a, lui a fait donner le nom de *Ranunculus dulcis repens*, d'avec lequel Tabernæmontanus distingue, sans aucun fondement, encore un *Batrachium salutarium*.

La seconde espece étoit *Ranunculus acris officinarum*, s. *causticus* & *sylvestris* †), *Tabernæmontani*. Les gens de la campagne la connoissent encore comme une plante mordante, & qui fait élever des ampoules. Aussi, dès les anciens tems, l'a-t-on employée à la place du *Moxa* de la Chine, & avec le même succès. La troisième espece de ce genre a pour nom *Ranunculus palustris officinarum* ††); & pendant longtems les Apoticaies l'ont débitée à faux pour le *Coronopus* †††). C. Bauhin l'appelle *Ranunculus palustris apii folio*, & d'au-

*) *Erysimum* 1. (officinale) Linn. Sp. Pl. 922.

**) En Allemand, *Habnen-fus*, *Frosch-Kraut*, *Frosch-Pfeffer*, *Hähnlein*, &c.

***) Lib. I. Cap. IV. Dans le *Pinax* de Bauhin, 178. *Ranunculus pratensis hirsutus*.

†) Lib. I. Cap. III. Dans le *Pinax* de Bauhin, 178. *Ranunculus pratensis, cretus, acris*. En Allemand, *der brennende Habnen-fus*.

††) *Pin.* 180.

†††) Le *Coronopus* est une espece de *Plantago*, savoir la 14. Linn. Sp. Pl. 166. Au contraire la Plante qui a été confondue avec le *Coronopus* est la 5. espece de *Cochlearia*, Linn. Sp. Pl. 904. & C. Bauhin, *Pin.* 138. l'appelle *Ambrosia campestris repens*.



d'autres Commentateurs des Anciens croyent que c'est le premier *Ranunculus*, & la *Sardonis* de Dioscoride. Suivant Guilandin c'est l'*herba Sardon*; & d'autres en font la *Strumea* & l'*Apiastrum* de Pline, ou aussi la *Scelerata* d'Apulée. Cependant la plante dont Pline *) fait mention sous le nom de *Gelatophyllis*, & qu'on a crue la même que le *Selinum agrium* de Dioscoride, seroit beaucoup plutôt l'*herba Scelerata* d'Apulée.

La quatrième espèce de *Ranunculus* est encore aujourd'hui en usage dans plusieurs contrées. On la connoit sous le nom de *Ranunculus tuberosus* **), & l'on estime que c'est le *Batrachium* & le *Verticillum* d'Apulée. L'extreme & brûlante acreté que sa racine excite sur la langue, propriété par où elle paroît surpasser toutes les plantes du même genre, lui a déjà procuré depuis longtems les noms de *Flammula Vulcani* & de *Rapum Vulcani*.

La cinquième espèce est le *Ranunculus flammeus officinarum*, qui est décrit dans *Tabernamontanus* ***), sous le nom de *Ranunculus lanceatus major*. Cette plante considérable, qui est une espèce de roseau aqueux, l'emporte sur plusieurs autres par une acreté dévorante; & on la prend †) pour la *Lingua* de Pline.

La *Flammula officinarum*, (*Flammula*, quasi *flamma*, aut *herba ignis*,) ††) est la sixième espèce de *Ranunculus*, dont les surnoms dérivent de son extreme & brûlante acreté. On en faisoit ci-devant beaucoup d'usage dans les Apothicaireries; & sa propriété dévorante a été remarquée par le plus grand nombre des Historiens des Plantes, d'a-

*) Lib. XXIV. Cap. 17.

**) Tabern. I. I. Cap. III. n. 3. C. Bauhin, *Pinax*, 178. *Ranunculus pratensis radice verticilli modo rotunda*. En Allemand, *Kuollen Hahnen-fus*, *Desfswartzel*.

***) Lib. I. Cap. III. n. XVII. En Allemand, *Spehr-Kraut*.

†) *Hist. Lugdunens.*

††) *Ranunculus* 1. (*Flammula*) Linn. *Sp. Pl.* 772.

Ranunculus longifolius palustris minor. C. B. *Pin* 180.

Flammula ranunculus. Dod. *Pempt.* V. Cap. III.

Batrachium platiphyllon Cordi.



d'après les relations desquels Dodonæus a conjecturé, que ce pourroit être l'*Aegolethron* de Pline. J. Bauhin *) remarque dans ses Ecrits que cette plante mordante fait élever des ampoules, & que les bergers en éloignent les brebis & les bêtes à corne. Il ajoute, d'après les *Adversaria* de Lobelius, que les boeufs en particulier & les brebis, après en avoir mangé, meurent aisément, & que Lobelius a trouvé que les entrailles des bêtes mortes par les effets de cette plante pernicieuse étoient gangrénées (*Sphacelo correpta*). Tout cela est bien d'accord avec les Expériences des Anciens & des Modernes.

Dans la Marche de Brandebourg, cette plante est une des plus communes dans les lieux humides; comme aussi dans les lieux profonds & marécageux où il ne vient d'ailleurs gueres d'autres plantes. On l'appelle en Allemand *Egeln-Kraut*. Elle se trouve fort abondamment parmi le foin des prairies humides, & alors elle ne fait aucun mal aux brebis & au reste du bétail, parce que sa partie acre volatile s'évapore quand elle se dessèche, & qu'elle devient par conséquent beaucoup plus modérée. On rencontre deux variétés de cette plante qui sont également pernicieuses, l'une dite *Ranunculus palustris ferratus* **); l'autre, qui se plaît dans les plus mauvais terrains & dans les contrées humides, est une plante maigre, à feuilles étroites, que Caspar Schwenckfelt nomme *Ranunculus palustris, gramineus, minimus* ***). M. de Haller †) & Amman ††) lui donnent le nom de *Ranunculus repens, gramineis foliis, e singulis geniculis radices agens*. Le dernier remarque que cette plante a été trouvée par M. le Professeur Gmelin, répandue partout, en Mai & en Juin, non seulement autour de Selenga, d'Uda, de Geoda, & sur les bords de la rivière de Schilka

*) Hist. Plant. III. Append. p. 848.

**) C. Bauhin, Pin. 180. Dans Tabernæmontanus c'est la 19 espèce.

***)) Dans l'Histoire de Lyon on l'appelle *Hydropiper lanceolatum*; & dans Buxbaum, Cent. V. Plantar. Append. 41. *Ranunculus flammeus minimus, spargula folio*.

†) Stirp. Helvet. p. 328.

††) Ammann, Stirp. Ruthen. p. 80. Tab. XIII. fig. 13.



Schilka, mais même aux environs de Petersbourg & le long de la Neva, où elle croit dans le sable. Qu'elle ait dans toutes ces contrées la même acreté mordante que chez nous, c'est ce dont cet Auteur n'a fait aucune mention.

Si l'on vouloit uniquement s'arrêter à la propriété acre brûlante qui se trouve dans la plupart des *Ranunculus*, aussi longtems qu'ils sont verts & frais, & que la détermination de l'*Aegolethron* ne demandât pas qu'on fit attention à d'autres circonstances, il seroit égal de laquelle des especes on fit choix. Mais où cela ne mèneroit-il pas, puisque, dans plusieurs autres genres de plantes, il se trouve encore bien des especes qui sont douées d'une acreté très considérable? D'abord, à l'égard de la plupart de ces especes, il ne demeurera pas vrai qu'elles ne croissent que dans le Pont & autour d'Héraclée, ni que diverses sortes de bétail les broutent effectivement, ni qu'elles ne portent des fleurs dans aucune autre saison de l'année qu'au Printems, ni enfin que les abeilles y recueillent un miel empoisonné. Et quant à quelques autres, les mêmes circonstances demeureront pour la plupart douteuses faute d'expérience.

L'acreté produit à la vérité dans les corps de tous les animaux des effets analogues; mais on ne laisse pas d'y observer aussi des différences plus moins nombreuses qui se rapportent aux divers degrés de violence de ces parties acres, à leur finesse, à leur volatilité, à leur multitude, & à la maniere dont les principes actifs entrent dans la liaison des parties constituantes.

On a des caractères extérieurs qui servent à distinguer les plantes acres & nuisibles d'avec les autres, & au moyen desquels on peut déterminer d'une maniere préalable tant les especes générales de leurs effets dans l'action qu'elles exercent sur les corps des animaux, que d'autres circonstances particulieres. Ces caractères se déduisent en partie de l'odeur & du goût. Je dis donc qu'on peut les employer à des déterminations préalables; & je suis obligé de m'exprimer ainsi, à cause de diverses conditions, qui limitent & varient trop considérablement



ment leurs effets, tant relativement à diverses especes d'animaux, ou même à toutes en général, qu'à l'égard des especes particulieres; ce qui demande par conséquent des déterminations propres.

En effet, ce n'est pas assez qu'on sache d'une maniere circonstanciée & certaine, que certaines plantes ont une force nuisible & mortelle; il est aussi question de s'assurer qu'elles agissent, qu'elles déploient leurs effets: ce qui, si l'on s'en rapporte à l'Expérience, peut également arriver & ne pas arriver. La raison de cela se trouve dans la constitution particuliere & la différence des divers Corps vivans, suivant qu'ils cooperent aux effets de ces plantes ou qu'ils y résistent. Or la grande différence & les variétés innombrables qui ont lieu, tant dans les animaux que dans les plantes, étant à l'abri de toute contestation, on auroit un besoin indispensable d'être bien au fait de toutes ces circonstances, & d'y en joindre d'autres plus ou moins nombreuses, qui sont purement contingentes, & dont la raison se trouve hors des plantes & des animaux; en sorte que ce ne seroit qu'après la réunion de tous ces secours, qu'on pourroit bien voir comment il faut juger des effets pernicieux des plantes sur les animaux, soit en général, ou dans le détail de leurs différentes especes. On reconnoitroit en même tems que, sans une expérience réelle, on ne peut compter sur rien, à moins que de vouloir se tromper volontairement soi-même.

Si nous voulons suivre le fil de toutes ces directions dans la détermination d'une plante aussi ensévelie dans l'obscurité que l'est l'*Aeglethron* de Pline, nous nous appercevrons bientôt de tout ce qui nous manque encore pour y réussir, & par conséquent nous ne pourrions franchir à son égard les bornes de l'incertitude. En effet, les contrées chaudes du Portugal, de l'Espagne, de la France, de l'Italie, toute l'étendue de la Grece, & bien d'autres pays, produisent bien plus de plantes nuisibles aux bêtes à corne, aux brebis & aux chevres, que nous n'en connoissons, sans parler de celles dont nous ne savons que le nom. Ainsi ce n'est pas assez, pour prétendre avoir pleinement découvert dans les Ecrits des Anciens de semblables plantes, d'en



tirer deux ou trois mots qui indiquent quelques circonstances relatives aux plantes de ces tems & de ces lieux. Nous nous hazardons beaucoup trop, lorsque tout de suite nous croyons avoir rencontré ces plantes parmi les plus communes de nos contrées occidentales ou septentrionales, affirmant que ce sont les mêmes qui, il y a dix ou quinze siècles, étoient à peine connues dans l'Univers, & n'existoient que dans un seul petit canton.

Quelques Interprètes des Anciens, plus attachés à la lettre qu'aux choses mêmes, ont poussé la confiance jusqu'à indiquer les lieux, districts & terroirs, dans nos climats froids, où devoient croître des plantes dont la nature répugne entièrement à cette supposition. Ce nonobstant, ils n'ont pas fait scrupule de rendre raison par là des accidens & des maladies contagieuses du bétail, ne faisant aucune attention, ni aux diversités & variations des prairies & du bétail qu'on y conduit, ni aux saisons de l'année & à la situation du terroir, ni aux usages particuliers qui concernent la manière de donner au bétail le pâturage, ou le fourrage.

Par rapport aux prairies ou pâturages en général, qu'ils soient gras & bons & qu'on les entretienne bien nets, ou qu'ils soient mauvais, maigres & mal soignés, il arrivera toujours qu'une année plutôt que l'autre, parmi les plantes ordinaires, ils en produiront d'autres d'espèces particulières, entre lesquelles il s'en trouvera d'acres, de narcotiques, ou qui auront d'autres qualités nuisibles. Cependant on ne pourra alléguer des preuves d'expériences, que le bétail, & qui plus est, tout le bétail, broute partout, ou dans toutes les saisons de l'année, ces espèces de plantes sans distinction, comme une nourriture ordinaire; & il n'y a aucune raison qui puisse faire juger que cela soit indispensablement nécessaire. En effet, dans le cours naturel des choses, & par un effet de la coutume, tout le bétail fait exactement discerner par l'odorat & par le goût les plantes qui lui conviennent; & quoiqu'il aille paître dans tous les lieux où on le mène, il ne laisse pas de choisir certaines espèces d'herbes jeunes & douces, avec d'autres



tres plantes médiocres, de toutes sortes d'odeur & de goût, qui, outre les propriétés requises, ont aussi la grosseur qui s'accorde avec la configuration de la bouche, des dents & de la langue, en sorte qu'il puisse les saisir, les arracher, les briser & les mâcher commodément. Car, par la diverse disposition dans la maniere dont les diverses especes de bétail broutent, la Nature a pourvu avec égalité aux besoins de chacune, en ce que l'une ne peut pas faire usage de la même chose comme l'autre, & que par ce moyen elle laisse à celle qui vient après elle de quoi paître suivant la structure propre aux organes qui lui servent à se nourrir; sans parler de bien d'autre causes qui sont qu'une espece de bétail ne consume que peu ou point du tout de quelques especes de plantes, dont s'accommodent mieux celles qui prennent sa place.

Que les animaux en paissant apportent du choix dans ce dont ils se nourrissent, c'est ce que dépose l'expérience commune. Ils passent dans les pâturages par dessus plusieurs plantes sans y toucher; ils laissent même des pieces de terre tout entieres, & les quittent dès que l'ordre qui regne dans l'accroissement des plantes y apporte du changement; à quoi contribuent beaucoup la nature du terroir, la température des saisons, & bien d'autres circonstances. Aussitôt que les plantes qu'ils avoient d'ailleurs coutume de brouter, éprouvent des changemens par lesquels elles deviennent plus vieilles, plus grossieres, plus coriaces, ils en choisissent d'autres, avant qu'elles soyent parvenues à cet état, & continuent ces échanges aussi longtems qu'ils peuvent avoir lieu. On peut assez aisément se faire une idée de l'influence qu'ont à cet égard les saisons, la température de l'air, la nourriture que recoivent les plantes, la situation & l'espece du terroir; de sorte qu'il n'y a aucun sujet de s'étonner que le bétail ne cherche pas dans tous les lieux, au retour de la même saison, dans les divers terroirs, d'une maniere uniforme, précisément les mêmes plantes pour lesquelles il avoit montré beaucoup d'avidité dans d'autres. Les plantes qui ont une acreté brûlante, & avec cela l'odeur & le goût désagréables, les rebutent, aussi bien que celles qui sont seches, dures, épineuses, cou-



vertes de poil ou de laine, tant qu'ils en rencontrent de plus fraîches & de plus agréables.

Ainsi, quand le bétail trouve tout cela mêlé dans l'herbe & dans ce qu'il broute encore verd, aussi bien que quand on le lui coupe pour le mettre dans la crèche, il fait fort bien, & surtout les boeufs, trier avec la langue, & pendant qu'il mâche, ce qui ne l'accommode pas, & le séparer du reste; s'il y a quelques exceptions, elles viennent de la faim, de ce que le bétail est étranger, de la saison de l'année, de la température de l'air, & de la nature du terroir: circonstances qui sont dignes d'attention. De là vient la surprise de ceux qui, dans de pareils cas, n'ont aucune expérience pratique, surtout lorsqu'ils voyent que dans des saisons où les campagnes paroissent encore couvertes d'herbes & de plantes, le bétail ne laisse pas de revenir du pâturage à demi affamé, ou que sur le pré même il devient maigre & décheoit, sans qu'on s'appërçoive qu'il soit d'ailleurs attaqué d'aucun mal.

Ceux qui sont versés dans l'oeconomie, savent que le bétail ne s'accommode pas toujours dans les divers pâturages des mêmes herbes ou plantes, & qu'il refuse quelquefois de brouter dans les uns celles qu'il avoit broutees dans les autres en général. La même circonstance se manifeste à l'égard du foin, suivant qu'on le recueille dans diverses contrées tôt ou tard à l'égard de la saison, & en s'y prenant de différentes manieres; quand ensuite on le donne au bétail, il arrive qu'il n'en consume que la moindre partie, gâtant le reste & le foulant aux pieds. Et de l'usage même qu'il en fait, il résulte quelquefois des suites qui achevent de procurer la conviction de tout ce que nous avons dit jusqu'ici.

Quoique la certitude de toutes ces circonstances soit déjà fondée sur une expérience commune & ancienne, cela n'empêche pas qu'il n'arrive encore au bétail de trouver dans les pâturages des herbes nuisibles & mortelles en si grande abondance, que leurs effets se déploient tout à coup sur les troupeaux, & y produisent les accidens les plus funestes. Des recherches plus exactes découvrent que cela
n'ar-

n'arrive pas de propos délibéré, mais que c'est l'effet de quelque bête vue particulière. Cependant le contraire a aussi quelquefois lieu ; & l'on remarque que, dans d'autres tems, le même bétail, en faisant le même usage des mêmes plantes pernicieuses, n'en meurt point, ou même n'en ressent pas la moindre incommodité, comme on l'a déjà remarqué ci-dessus.

Le dommage causé par de semblables plantes se fait beaucoup plus aisément sentir au printems que dans les autres saisons de l'année, ou lorsque la chaleur est forte que quand elle est modérée ; & le jeune bétail en souffre plutôt que le vieux. De même, ces accidens ne sont pas rares parmi le bétail étranger, qui passe de quelque hauteur dans un fonds humide, comme aussi parmi celui qui quitte un pareil fonds pour gagner les hauteurs, ou en général parmi celui qu'on a mené d'une autre contrée, ou, quand la saison fait qu'il ne reste pas grand chose à paître dans les campagnes. Chez nous, le bétail devient sujet à de semblables maladies, en partie quand il va dans des pâturages mal entretenus, couverts d'ombre & marécageux, en partie quand il regne une trop grande humidité, quand les insectes sont trop nombreux & trop incommodés, lorsqu'après une chaleur extrême du Soleil pendant le jour, les troupeaux passent la nuit à l'air. Ici donc se réunissent diverses causes, qui ne permettent pas d'attribuer tous les mauvais effets à des herbes & à des plantes, qui, hors de ces circonstances, sont bonnes & nourissantes. En effet, on rencontre à la fois l'herbe humide, le froid de la nuit, l'eau bourbeuse, la poussière, la multitude d'insectes, tant de ceux qui piquent, que de ceux dont les oeufs & les chrysalides se logent dans les plantes tendres, & forment des espèces d'étais ou de nids dans celles qui sont couvertes de poil ou de laine, ou qui, s'attachant en général aux plantes humides, sont avalés pendant les nuits froides par le bétail qui est souvent affamé. On ne trouvera dans tout cela aucun sujet d'étonnement, si l'on fait attention à la grande quantité de fourrage verd dont les bêtes à corne ont besoin avant que leur panse soit remplie, & que, cessant de brouter, elles commencent à ruminer. Combien dans une seule nuit, & à plus



plus forte raison dans l'espace de plusieurs nuits, le bétail ne peut-il pas confumer d'herbes ainsi endommagées, jusqu'à ce que tout à coup les effets nuisibles & mortels se manifestent, comme nous l'avons quelquefois remarqué, avec le plus grand étonnement, dans un troupeau tout entier. Il ne faut bien souvent qu'un petit nombre d'heures pour de pareils ravages. On se trompe ici manifestement, en attribuant de pareilles circonstances aux plantes, en tout ou en partie, tandis que des recherches plus exactes font connoître qu'elles n'y ont pas seulement la moindre part.

Je m'appuye à cet égard sur l'expérience; & j'ai fait moi-même ci-devant plusieurs observations, m'étant trouvé dans les lieux de la Marche de Brandebourg où le bétail est fort nombreux, & où ce nombre va même bien au delà de ce qu'en croient & en savent les étrangers. D'abord, j'ai remarqué que le mauvais goût de ces plantes étoit cause que le bétail n'y touchoit qu'avec beaucoup de répugnance, quoique dans d'autres pâturages il les eût recherchées avec beaucoup d'avidité. Il n'y avoit que la faim, la coutume, l'humidité & le froid de la nuit, qui le portaient à la fin à les brouter. J'ai également observé cette circonstance dans les pâturages marécageux, & dans ceux qui venoient d'être nouvellement faits dans des terroirs couverts auparavant de brossailles. On y rencontroit fréquemment les mêmes accidens, forte fièvre avec inflammation & constipation, urine chargée de sang & rendue avec douleur, enflure, affections convulsives & paralytiques. J'ai fait des relations exactes de tous ces cas, & conformément aux ordres de Sa Majesté, j'ai pris toutes les mesures convenables pour remédier à ces maux; mais il m'est arrivé rarement d'avoir le bonheur de convaincre les gens de la campagne, combien il importe de faire attention à toutes ces circonstances & à la liaison qu'elles ont entr'elles. Il n'y avoit surtout aucune impression à faire sur l'esprit de ceux qui ne se laissent jamais instruire que par la longueur du tems & à leurs propres dépens.

Il arrive quelquefois au bétail de brouter des plantes nuisibles sans en recevoir aucun dommage, quand elles sont encore jeunes, tendres,



dres, molles & aqueuses ; ce qui fait que la force active de leurs parties constituantes ne se déploye pas encore. Mais, lorsque ces mêmes plantes ont pris leur entier accroissement, le bétail, tout en mâchant, les démele fort vite du reste du fourrage. Il fait de nouveau usage de ces mêmes plantes, lorsqu'après avoir cessé de croître, elles se flétrissent, & perdent par conséquent une partie considérable de la substance volatile, acre & chaude, qu'elles contenoient. De cette maniere, de semblables plantes, quoiqu'acres & narcotiques, peuvent, au défaut d'autres, être données au bétail, sans préjudice, mais aussi sans avantage : ce qui devient encore plus faisable, quand une rosée douce qui tombe le matin, attendrit ces plantes, & les rend moins mal-faisantes. Ces circonstances & d'autres semblables doivent être un objet d'attention ; & il est essentiel de se mettre au fait à cet égard, pour connoître les différences ou variations purement accidentelles qui ont lieu par rapport à l'usage que le bétail fait des plantes nuisibles, & aux effets qu'elles produisent sur lui.

Outre cela, on remarque que certaines maladies, ou certains accidens mortels, ne sont propres au bétail que dans des contrées particulières, ou des saisons marquées, & qu'on ne les rencontre, ni dans d'autres lieux, ni dans d'autres tems. Il leur arrive aussi quelquefois de disparoitre entierement, ou de passer d'une contrée à quelque autre, où ces maux étoient auparavant tout à fait inconnus, lorsque la nature du terroir & l'espece du pâturage viennent à changer par des conjonctures accidentelles, & à la suite d'arrangemens oeconomiques.

En faisant sécher doucement le foin, toutes les plantes fortes, acres & aromatiques, s'adoucissent insensiblement ; quelques unes perdent tout à fait leur force, & cessent par là d'être nuisibles ; d'autres exhalent à travers le foin ce qu'elles avoient de balsamique, de volatil & d'acre, & ainsi s'affoiblissent d'elles-mêmes. Les personnes habiles dans l'oeconomie connoissent assez la différence des foins, & les conséquences qui en résultent par rapport au fourrage. C'est aussi là dessus qu'est en partie fondée la différence du prix dans les foins.

Enfin, une dernière attention à faire par rapport à toutes les circonstances qui ont été rapportées jusqu'ici, concerne la nourriture propre aux diverses especes de bétail, vu qu'il est certain qu'il y en a qui non seulement recherchent par préférence les alimens acres, mordans, volatils, & même fortement astringens, en faisant usage & les supportant mieux que les autres, mais qui, généralement parlant ne sauroient s'en passer. Par cette raison, les jugemens qui conviennent à une especie d'animaux ne sauroient toujours être appliqués à une autre, quand même il y auroit un rapport plus ou moins grand entre leurs alimens, & fût-il même question d'especes à qui l'action de ruminer convient également. Car quelques animaux supportent les plantes en question, & s'en nourrissent, tandis qu'elles sont absolument nuisibles & mortelles à d'autres, ou qu'elles peuvent aisément le devenir. Ces circonstances se remarquent alternativement dans les especes particulieres d'animaux. Quant à la coutume que la faim ou l'art peuvent leur faire insensiblement contracter, on ne sauroit en juger autrement que de ce qui arrive aux hommes mêmes qui peuvent s'accoutumer à faire un usage de choses acres & narcotiques, beaucoup plus copieux qu'à l'ordinaire, & qui les supportent pendant longtems sans en recevoir de dommage; ce qui dans les commencemens leur auroit été impossible.

À l'égard des plantes qui, étant mortelles pour une especie d'animaux, sont à peine nuisibles à d'autres, & qui sont même employées utilement par quelques unes, aussi bien que par les hommes, c'est ce dont on est instruit par l'expérience commune. Elle dépose précisément le contraire par rapport à certaines plantes, dont les propriétés malfaisantes sont telles qu'elles nuisent à peu près de la même manière aux hommes & à presque tous les animaux, avec cette différence seulement que les suites, quoique toujours nécessaires, se manifestent plus ou moins tôt & avec plus ou moins de force. Il y a outre cela une différence considérable dans les corps des animaux, tant par rapport aux parties solides & à leur structure intérieure, que dans le degré de sensibilité & d'irritabilité.

À présent donc, autant qu'on peut le conclurre de la dénomination de l'*Agolethron*, cette plante a principalement passé pour nuisi-



gible parce qu'elle étoit plus funeste aux chevres qu'aux autres especes d'animaux. Afin de répandre un plus grand jour sur diverses circonstances qui se rapportent à ceci, il ne sera pas superflu d'ajouter encore quelques faits historiques à ceux qui ont été précédemment rapportés. Les chevres, entre toutes les especes de quadrupedes qui ruminent, passent pour avoir le plus d'agilité & de voracité; elles ne s'en tiennent pas à l'herbe jeune, tendre & douce, ni aux plantes qui ont des vertus aromatiques modérées, mais elles en dévorent encore une grande quantité d'autres dont l'odeur, le goût & les vertus, sont diamétralement opposées aux qualités des précédentes. Ces animaux aiment les lieux élevés, & vont paître volontiers sur de hautes collines, couvertes d'arbrustes dont ils broutent les boutons, les feuilles & les rejettons, & qu'ils dépouillent même de leur écorce. Pour trouver une pareille nourriture, les chevres grimpent les rocs les plus escarpés, où elles trouvent des plantes d'une acreté considérable, fortement astringentes; & dont l'odeur & le goût sont quelquefois si désagréables que les autres especes d'animaux ne veulent pas seulement en approcher.

Cette agilité & cette voracité dont nous parlons, sont causées que les chevres font beaucoup de dégât, & en même tems qu'elles peuvent se faire mal à elles-mêmes en dévorant dans la vitesse des choses nuisibles en fait de plantes, ou même d'autres corps qui ne sont point des alimens convenables à leur espece ni à aucune autre. Ce que nous attribuons ici aux chevres, se remarque aussi dans les genres & dans les especes d'animaux qui ont de l'affinité avec elles, & s'étend jusqu'aux Cerfs.

On a trouvé dans l'estomac de ces animaux, outre ce qui leur sert de fourrage ordinaire, comme les herbes, les plantes, les jeunes branches, les tiges, les boutons des arbres, la mousse de la terre ou des arbres, de l'écorce mâchée & d'autres choses semblables, bien d'autres corps étrangers, tels que de l'argille, de la poix, des noyaux, des semences dures, du bois, des os, du cuir, des chiffons, de la corne, des plumes, du verre, des coraux, des métaux, des cordons, des rubans, &c. Ces corps étrangers ne sont non seulement presque jamais mâchés, mais ils ne peuvent sortir du corps des animaux par les voyes ordinaires que fort pesamment



ment & lentement; ou, la plupart du tems, ils y demeurent tout à fait. Au bout d'un long espace, surtout dans les vieilles bêtes, on trouve ces corps dans le ventricule, où ils sont envelopés d'une croûte de terre visqueuse, ou d'une espèce d'écorce dure & comme osseuse; ce qui devient dans plusieurs animaux la cause d'une maladie de consomption. :

Rien n'est plus propre à mettre au fait de ce que j'avance que la piece conservée dans le Cabinet d'Histoire Naturelle de l'Académie que je mets dans ce moment sous les yeux de ceux qui m'écoutent; elle consiste dans un assez gros paquet de ruban ou jarretiere de velours, roulé ensemble, qu'on a tiré autrefois de l'estomac d'un Cerf, dans la forêt de *Rudersdorff*. Ce paquet est entouré d'une forte écorce osseuse, de façon qu'en quelques endroits on peut voir le ruban à nud, & tâter sensiblement le velours. .

Les chevres étant telles que nous les avons décrites, ont coutume de s'attaquer à beaucoup plus d'espèces de plantes que les autres animaux qui ruminent. Le nombre des plantes indigènes, dans la Marche Electorale de Brandebourg, à dix lieues à la ronde de Berlin, s'étend environ à 2000, ou un peu au delà. Soustraction faite des herbes dures, de la mousse des arbres & de la terre, & des champignons, il reste à peine 200 espèces de plantes qui conviennent aux bêtes à corne & aux chevaux; & il faut en rabattre encore près de la moitié quand il est question des veaux & des poulains. Les brebis au contraire sont accoutumées à un plus grand nombre de plantes, ne broutant que les plus petites espèces, ou parmi les autres, celles qui conservent leur finesse & leur suc, & poussent des rejettons, auxquels les autres animaux ne font pas attention; de sorte que, par rapport aux brebis, on peut compter jusqu'à 400 plantes qu'on est assuré qu'elles recherchent dans les différentes contrées où elles paissent. Les chevres vont au delà de ce nombre, & consomment au moins 500 espèces de plantes. Avec cela, comme elles aiment le changement, elles en gâtent plus qu'elles n'en mangent; & cela fait que, malgré ce grand nombre de plantes auxquelles on fait qu'elles touchent, on n'est pas assuré si elles peuvent brouter sans danger & supporter celles d'entre ces plantes qui ont quelque vertu rongeante fort grossiere, ou qui
font



sont douées d'une acreté volatile extrêmement subtile. On ne sauroit regarder non plus comme propres à la nourriture des brebis ni des chevres, les plantes dans la composition desquelles entre une substance visqueuse, grossière & insoluble, ou qui ont une grande force narcotique: on doit plutôt s'attendre qu'elles causent à ces animaux des accidens dangereux. Il est encore de fait que les animaux sont incommodés par l'usage, surtout lorsqu'il est trop copieux, des plantes garnies extérieurement de poils durs, de piquans, ou d'une laine courte & épaisse.

Le *Ranunculus* que Dodonæus a pris pour l'*Agolethron* de Pline, a été reconnu par les Botanistes anciens & modernes, d'après une expérience constatée, pour une des espèces de plantes acres & piquantes, dont surtout les feuilles fraîches & la tige sont extrêmement acres, de sorte qu'en les pilant avec du sel, & les appliquant extérieurement, elles font venir fort vite des ampoules. On peut trouver de plus grands détails là dessus dans Dodonæus, Jean Bauhin, Fabricius, Cappivacius, Schwencfeld, dans les Recueils de Breslau, &c.

Cependant, quand les chevres broutent cette plante hors du tems où ses parties actives déploient leur efficace, & sont dans leur plus grande force, elles n'en éprouvent aucuns accidens fâcheux. Afin de m'en convaincre par ma propre expérience, j'ai fait à cet égard un essai, en mêlant au fourrage d'une chevre quantité de cette plante fraîche, qu'elle mangea avec le plus grand appétit, & sans la moindre mauvaise suite. Cela eut lieu au mois de Septembre; mais il n'en seroit peut-être pas de même dans une autre saison de l'année, lorsque cette plante n'a pas encore perdu ses parties acres par l'évaporation, après son entier développement. Car il est certain que la racine & l'herbe de cette plante produisent les mêmes effets que la *Ptarmica officinalis*, lorsqu'on l'emploie tandis qu'elle est dans sa plus grande force.

Il est tems de terminer les éclaircissemens que je m'étois proposé de fournir sur l'histoire de l'*Agolethron*, & je vais le faire en procurant la connoissance d'une plante qui est la plus nuisible de toutes pour les chevres, & qui par cette raison peut tenir aujourd'hui la place de l'ancien *Agolethron*. Il y a environ deux siècles qu'elle est connue sur ce pied-là dans certaines contrées de l'Italie. Cette plante est aussi



acre & narcotique que peut l'avoir été l'*Agolethron* ; & outre cela, elle est fort tendre & garnie de poils. Elle croît dans les pais chauds, sur des terroirs élevés, maigres & secs, sur les collines, & autres lieux semblables. En Portugal, en Espagne, dans les provinces méridionales de la France, en Italie, dans la Grece, & dans les autres régions Orientales voisines, on la rencontre, surtout dans les lieux secs, dans les vignobles & autour d'eux. Autant qu'on en est instruit par l'expérience, elle est mortelle pour les chevres qui la broutent.

Cette plante fleurit, non comme l'*Agolethron*, au printems, mais en été, & même un peu tard ; & l'on n'a pu apprendre jusqu'à présent, si les abeilles s'y posent pour recueillir du miel & de la cire, ou si elles en tirent un miel dangereux.

Suivant tous les caractères, cette plante est une espèce de l'*Erigeron* de Linnæus *), & la vraie *Conyza mas* de Theophraste, ou *major* de Dioscoride, de C. Bauhin **), qu'il ne faut pas confondre avec la *Conyza Baccharis*. Ses feuilles couvertes de poils sont avec cela toutes remplies de glandes, dont s'exprime abondamment une matière visqueuse & tenace.

Castor Durantes, Médecin Romain, qui avoit de la réputation vers l'an 1584, dit ***) au sujet de cette *Conyza*, que les chevres, lorsqu'elles en mangent l'herbe, meurent infailliblement. Y auroit-il trop de témérité, après l'examen que nous avons fait de la description obscure & incertaine qui nous reste de l'*Agolethron*, d'avancer, sur le pied de simple conjecture, que le miel empoisonné d'Héraclée dans le Pont se recueilloit sur les fleurs du *Chamaerhodoendros* de Tournefort, & que l'effet mortel de la plante qui tuoit les chevres doit être attribué à la *Conyza* dont nous venons de parler ? En effet, celle-ci est une mauvaise herbe fort commune dans ces contrées ; on la trouve, avec une autre espèce plus petite, jusqu'en Syrie & en Palestine, & des expériences modernes prouvent sa vertu pernicieuse. Mais pour le *malus Henricus*, la *mala herba*, ou le *malus flos*, tous ces noms ensemble ne désignent que l'*Orobanche*, qui est à la vérité nuisible aux plantes, mais qui ne sauroit tuer aucun animal.

*) *Erigeron* L. (viscosum) Linn. Sp. Pl. 1109.

**) Pin. 265.

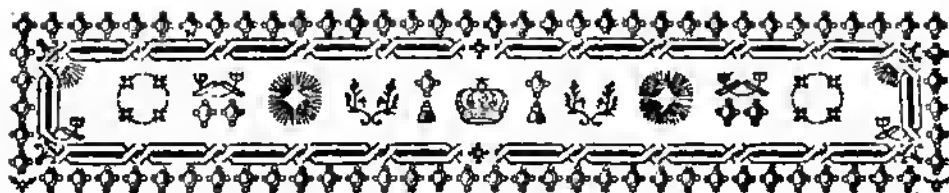
***) Herbar. nov. edit. Venet. 1602 & 1684.



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE MATHÉMA-
TIQUE.*





OBSERVATIONS

S U R

L'ÉTAT PRÉSENT DE LA DIOPTRIQUE, SUR
LES MOIENS DE PERFECTIONNER LES LUNETTES À RÉ-
FRACTION, ET SUR LA DÉCOUVERTE QU'ON ANNONCE
D'UN NOUVEAU GENRE D'OBJECTIFS QUI LES PORTE
AU PLUS HAUT DEGRÉ DE PERFECTION.

PAR M. LE COMTE DE REDERN,
CURATEUR DE L'ACADÉMIE. *)

L'Angleterre annonce depuis 3 Ans la découverte d'un nouveau genre de Verres objectifs, qui porte les Lunettes à réfraction au plus haut degré de perfection; & les Journaux étrangers nous apprennent, que cette même découverte vient d'être faite en France. L'extrait d'un ouvrage imprimé au Louvre, que M. Passément a fait paroître, annonce les lunettes les plus merveilleuses qu'on trouve chez lui.

L'intérêt que j'ai pris particulièrement depuis l'absence & la mort de M. de Maupertuis, à un sujet dont l'importance méritoit l'attention la plus sérieuse, & que des vûes auxquelles je le rapportois me rendoient infiniment cher depuis longtems; m'impose l'obligation de rendre compte à l'Académie, de la part qu'elle prend à cette belle découverte, par les efforts qu'on a fait ici, & principalement par les travaux d'un de ses Membres, de M. Euler.

Je

*) Lu le 24 Janvier, jour de la naissance du Roi.
Mém. de l'Acad. Tom. XV.



Je puis me dispenser de m'étendre sur les avantages dont les Sciences, les Arts, & les besoins de la vie ordinaire sont redevables à l'art admirable de rapprocher & de grossir les objets infiniment petits ou éloignés.

Habitans d'un petit point dans cet immense Univers; les Lunettes ont établi une communication entre nous & les autres Corps célestes, & porté nos connoissances jusqu'aux bornes de cet Univers même; l'oeil de l'Astronome perce & franchit les espaces infinis, & celui du Physicien arrache à la Nature les secrets qui échappoient à la grossièreté de nos sens.

Le Héros défenseur de sa Patrie, incertain sur le terrain, sur les manœuvres, les évolutions & les forces de l'ennemi qu'il doit combattre, emprunte leur secours, pour assurer ses vûes, & pour fixer à tems les mesures, par lesquelles il prend ses avantages ou pare les coups qu'on alloit lui porter.

Le Navigateur trouvoit dans l'observation des Phénomènes célestes des Guides sûrs, pour le conduire, quand il étoit perdu dans les vastes Mers qui séparent les différentes parties de notre Globe; l'imperfection des Lunettes, ou plutôt le degré de perfection qu'elles avoient, ne lui donnoient pas les facilités nécessaires pour en profiter; il va jouir aujourd'hui de ce précieux avantage, que j'osai lui annoncer, il y a déjà quelques années, dans le premier Mémoire des Considérations sur le Globe, qui se trouve dans le Recueil de l'Académie.

On ne fait pas précisément à qui nous avons l'obligation de cette découverte admirable, faite vers la fin du 16 Siècle.

L'Allemagne, la Mere des Sciences & des Arts, à qui l'Europe doit presque toutes les grandes découvertes, qui établissent son Empire & sa supériorité dans les autres Parties de notre Globe, la reclame à juste titre.

Copernic aiant fait connoître le vrai système de notre monde Planétaire au commencement du 16 Siècle, l'Astronomie fit des progrès rapides en Allemagne, & trouva des Protecteurs dans des Princes



ces Philosophes. Les Tables Roudolphines de Kepler; l'Histoire Céleste de l'Empereur Ferdinand III. & les Observations du Landgrave Guillaume de Hesse, en seront des Monuments éternels. Simon Marius se servit le premier des Lunettes pour observer le Ciel; & le célèbre Galilée, à qui il couta si cher d'avoir embrassé les sentimens de Copernic & de Kepler, avoue qu'il n'a été conduit à s'en servir, qu'après avoir sçu, qu'on avoit en Allemagne un Instrument, qui par la combinaison de plusieurs verres faisoit voir les objets éloignés aussi bien que s'ils étoient proches.

Le génie de Kepler venoit d'ouvrir la route aux Astronomes pour pénétrer dans le Ciel. Dans le tems qu'il introduisit dans la Géométrie le principe sublime de fixer les grandeurs finies par l'infini; qu'il dévoila la loi selon laquelle les Corps célestes se meuvent dans des orbes élliptiques; il rechercha & fit connoître de même les principes de la vision, les propriétés de la lumière, & des milieux transparents qui servent à la transmettre. Il devint le fondateur de l'Astronomie, de l'Optique, de la Catoptrique & de la Dioptrique. Il détermina la réfraction que souffrent les rayons de la lumière en passant obliquement par de différens milieux, plus ou moins rares ou denses; de l'air dans le verre, & de celui-ci dans l'air.

Il calcula la réfraction pour tous les angles de l'incidence du rayon, qui forcé probablement par l'attraction plus forte de milieux plus denses, dans le premier cas se détourne de la ligne droite vers la perpendiculaire, & s'en écarte dans le second. Il fixa la loi qu'on a suivie depuis; que le rayon est rompu d'un tiers de l'angle de l'incidence, lorsqu'il est au dessous de 30 degrés, & écarté de la moitié. Loy que le célèbre Schnell établit ensuite d'une manière plus précise & générale par le rapport constant des sinus des angles de l'incidence avec ceux des angles de la réfraction. Loy heureuse que Descartes voulut dérober à son Auteur, mais que Huyghens lui reclama.

L'aurore du beau jour, qui éclaire aujourd'hui l'Europe, commença alors à paroître dans tout son éclat.

La Réformation avoit rétabli en Allemagne, en Angleterre & dans les Roiaumes du Nord, le droit le plus sacré des Etres pensans, l'usage de la raison. Le célèbre Galilée, éclairé par les découvertes de Copernic & de Kepler, ouvrit en Italie, par les Observations les plus heureuses, le Ciel & pour ainsi dire toute la Nature, par la découverte admirable des loix du mouvement, & l'application de la Géométrie & de l'expérience à la Philosophie naturelle. Descartes avoit quitté la France pour rappeler le doute qui eût été plus heureux & utile, s'il avoit su douter & se défier de lui-même dans la Philosophie; & l'immortel Bacon, suivi par le célèbre Boile, avoit allumé le flambeau de l'expérience en Angleterre, dont les lueurs brilloient déjà en Allemagne, par l'analyse chymique des Corps, & les belles découvertes de Guericke de la Machine Pneumatique, & du Barometre. La Géométrie & l'Analyse appliquées aux Sciences y portèrent la justesse; & l'étude du Ciel, devenue générale dans toute l'Europe, ayant fait reconnoître la nécessité d'observer & l'importance des Lunettes; la Dioptrique devint l'objet des recherches des premiers Génies de toutes les Nations de l'Europe. Le Philosophe descendit dans les détails de l'exécution; les Géometres les plus profonds, les Hevels, les Huyghens, & d'autres, ne dédaignèrent pas, de joindre la Pratique à la Théorie, pour porter l'une & l'autre au degré de perfection, qu'elles ne pouvoient obtenir qu'en se prêtant la main.

On substitua aux lunettes dont l'objectif étoit convexe, & l'oculaire concave, qui portent aujourd'hui encor le nom de Hollandaises, ou Galiléennes, celles à deux ou plusieurs lentilles convexes, que Kepler avoit fait connoître dans sa Dioptrique publiée en 1611, beaucoup plus parfaites par la grandeur du champ ou de l'espace qu'elles embrassent, mais fort éloignées encore du degré de perfection qu'on souhaitoit. La figure sphérique étant la seule que l'art de former & de polir le verre est en état d'exécuter; on trouva un obstacle insurmontable dans la figure sphérique des lentilles mêmes, dont la circonférence rompt & transmet les rayons différemment de ceux qui passent près du centre.

Les

Les rayons, au lieu de se réunir dans un seul point dans un même foyer, se réunissent, les premiers plus près, & les autres plus loin de la lentille, & produisent une dispersion du foyer, une confusion d'images, éloignées les unes des autres, par une distance d'autant plus considérable que la lentille est d'un foyer plus court, & que les objets sont moins éloignés.

Ce défaut augmentant excessivement en raison du quarré du diamètre par rapport aux lentilles mêmes, & comme le cube du demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif par rapport à l'effet dans la sensation; ne permet d'employer, pour former les faces des lentilles en général, que des arcs tout au plus de 18 ou 20 degrés; & à l'égard des objectifs, il s'en faut beaucoup, que leurs ouvertures puissent embrasser des arcs de cette grandeur. Un objectif de 30 pieds par exemple n'admet que 3 pouces d'ouverture tout au plus, qui se réduit à un angle d'un demi-dégré: en doublant le demi-diamètre de cette ouverture, la confusion 8 fois plus grande ne permettoit plus de voir distinctement les objets.

Les rayons de lumière, à mesure qu'ils s'éloignent en se dispersant, d'un objet, forment un cône, dont le sommet est le point de l'objet dont ils partent.

La vision est distincte, lorsque les rayons qui émanent de chaque point de l'objet, & parviennent à l'oeil en faisceau conique, sont rompus dans l'oeil de manière qu'ils se réunissent dans un point au fond de l'oeil sur la rétine.

Elle est confuse, lorsque les rayons ne se réunissent pas sur la rétine dans un point, mais par un espace étendu circulaire, dont le diamètre exprimera la mesure de la confusion; qui deviendra absolue, lorsque la dispersion des rayons sera trop grande pour entrer dans l'oeil, & pour subir la réfraction qui les rassemble dans un point dont la sensation excite la vision distincte.

Une ouverture aussi bornée, n'admettant que peu de lumière, éclaireroit peu, & mettroit les mêmes bornes étroites au grossissement, qui est en raison des foyers de l'objectif & de l'oculaire.

Le manque de clarté ne permet pas l'emploi d'oculaires assez petits pour obtenir des multiplications considérables.

En supposant la lumière dans la quantité & avec le degré de force ou de vitesse dans son mouvement de vibration que j'appellerai son intensité, nécessaire pour exciter la sensation; chaque point de l'objet transmet par l'objectif un cône lumineux, qui en traversant le dernier verre entre dans l'oeil sous une figure à peu près cylindrique.

Quand le diamètre de ce cylindre est égal ou plus grand que celui de l'ouverture de la prunelle, nous voyons l'objet avec une clarté entière; mais lorsqu'il est moindre, l'intensité restant toujours la même, l'objet sera vu, avec un moindre degré de clarté, que celui de la vue simple; & le carré du diamètre du cylindre lumineux divisé par celui du diamètre de la prunelle dont l'ouverture variant extrêmement à été fixée pour la valeur moyenne de son demi-diamètre à $\frac{1}{10}$ de pouce, exprimera le degré de clarté.

Le demi diamètre de l'ouverture de l'oculaire, ou de la lentille la plus proche de l'oeil, doit être par conséquent plus grand que celui du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil.

En le diminuant, c'est à dire, en employant un oculaire plus petit ou d'un moindre foyer pour obtenir une plus grande multiplication, on diminue la clarté dans la raison carrée, à moins qu'on n'augmente son intensité par l'ouverture de l'objectif, qui transmettra un cylindre lumineux formé d'un plus grand nombre de rayons; dont la quantité proportionnelle à l'ouverture de l'objectif augmentera ou diminuera par conséquent de même la clarté dans la raison carrée de son demi-diamètre.

Mais, comme la dispersion du foyer qui résulte de la figure sphérique des lentilles, met des bornes à l'ouverture des objectifs; elle en met de même aux oculaires, & établit une rapport général, qu'on peut suivre dans la pratique; que le diamètre de l'objectif doit être égal à peu près au foyer de l'oculaire, le rapport du cylindre lumineux transmis à l'oeil avec l'ouverture de l'objectif étant le même à peu près, que celui de la grandeur de l'objet vu à l'oeil avec le grossif.



fissement qu'on veut obtenir. C'est à dire qu'il est plus étroit que l'ouverture de l'objectif autant de fois que l'objet est grossi.

Il parut qu'on n'avoit qu'à former les faces des objectifs d'arcs de grands cercles, pour obtenir de grandes ouvertures, & par conséquent des grossissements considérables par l'emploi de petits oculaires; mais on ne fut pas peu surpris, quand ces lunettes répondirent si peu à l'effet qu'on croyoit être fondé de s'en promettre.

Les foyers des arcs étant comme les rayons des cercles, leur longueur les rendoit non seulement d'un usage très incommode, mais elles firent appercevoir un défaut qui augmenta excessivement avec l'ouverture de l'objectif & la longueur de la lunette; c'étoit l'apparition des couleurs d'Iris, qui la remplirent, couvrirent les objets, & empêcherent de les voir distinctement.

Il parut que ce défaut dépendoit de même de la figure des lentilles, parce que le seul remede, lorsqu'on apperçut les couleurs, étoit de rétrécir l'ouverture de l'objectif, pour les faire disparoitre; la lumière n'étoit pas assez connue; Newton ne l'avoit pas encore décomposée pour en connoître la cause.

Le celebre Huyghens à qui les Sciences ont les plus grandes obligations, s'attacha par conséquent avec raison, à former des lentilles dont la figure fut exempte de la dispersion du foyer. Il trouva que les plano-convexes, ou concaves, & selon l'hypothese de la réfraction de Kepler, celles dont les rayons des deux convexités ou concavités sont comme 1 à 6, rapport qui, selon l'hypothese plus exacte de Newton de 31 à 20, seroit comme 2 à 17, la diminuoient beaucoup; & que les ménisques dont les rayons des deux faces sont comme 6 à 11, ou 13 à 24, en seroient délivrés entierement. Mais toutes les lentilles de cette espece n'étant susceptibles que d'une très petite ouverture, loin de contribuer à perfectionner les lunettes, ne sont d'aucun usage, & ne sont pas comparables aux lentilles également convexes malgré leur défaut de dispersion, parce qu'elles admettent une double ouverture.

On a lieu d'être surpris, que l'idée ne soit pas venue à un esprit aussi profond & pénétrant, de chercher dans la combinaison des len-

lentilles convexes avec des concaves ou ménisques qui rompent les rayons du centre & de la circonférence de la première, de façon qu'ils se réunissent dans un même foyer, les avantages que les objectifs simples ne pouvoient pas faire obtenir.

Les lentilles convexes transmettent les rayons plus convergents vers la circonférence que vers les centres, dans un rapport connu; & les concaves ou ménisques divergents, dans un rapport connu de même, plus vers la circonférence que vers le centre; la combinaison de deux lentilles dont l'espace de diffusion positif de l'une est précisément comme cet espace négatif dans l'autre; celle d'une lentille concave ou ménisque, dont l'une rapproche les rayons dans le même ordre, dans lequel l'autre les en avoit écarté, au même point, paroïssoit devoir faire trouver un objectif composé, délivré des défauts des lentilles simples.

Mais la découverte de la dispersion des couleurs faite par Newton dans le tems que la Dioptrique fit le plus de progrès, paroît n'avoir pas peu contribué à faire échaper cette considération à l'Auteur même de cette belle découverte, & à la sagacité des hommes célèbres qui pensèrent à perfectionner les lunettes.

L'ingénieur Huyghens calcula les bornes, ou les degrés de confusion, qu'on peut admettre, parce que l'effet n'en est pas sensible, que des obstacles, qu'il croyoit insurmontables, mettoient à la perfection des lunettes.

Si l'ouverture de la lentille est de $17\frac{1}{2}$ degrés, la diffusion est égale à celle de la réfrangibilité, qui est $\frac{1}{47}$ du foyer. En supposant le foyer d'une lentille de 100 pouces, & le diamètre de l'ouverture de 1 pouce; la diffusion sera de $\frac{2}{808}$ de pouces, & assez peu sensible pour ne pas troubler la vision; j'ajouterai les Regles générales qui résultent du Calcul 1) pour déterminer la confusion, qui sera toujours égale au triple quarré du demidiamètre de l'ouverture divisé par le double foyer; & 2) que l'ouverture pour rester dans les bornes d'une diffusion insensible; son demidiamètre doit être comme la Racine quarrée du foyer divisée par 20.



Je dois ne pas omettre la table de M. Huyghens ici, parce qu'elle marque les limites des connoissances qu'on vient d'étendre si heureusement aujourd'hui, & qu'elle servira toujours de règle pour les lunettes ordinaires; mais ma propre expérience m'oblige d'ajouter que la qualité du verre & l'habileté de l'artiste permettent de les franchir même, & d'obtenir une plus grande clarté; & par conséquent des grossissements plus considérables avec une représentation assez distincte: mais, pour les observations célestes, je crois que ces ouvertures sont trop grandes, & doivent être rétrécies au moins d'un tiers & davantage, si l'on se propose d'avoir une image nette & vraie.

Foiers de l'objectif.	L'ouverture ou Diametre de l'objectif.	Foiers de l'oculaire.	Grossissement des objets en diametre.
Pieds du Rhin.	Pouces. Lign. deci.	Pouces. Lign. deci.	combien de fois.
1	0 — — 55	0 — — 61	— — 20
2	0 — — 77	0 — — 85	— — 28
3	0 — — 95	1 — — 05	— — 34
4	1 — — 09	1 — — 20	— — 40
5	1 — — 23	1 — — 35	— — 44
6	1 — — 34	1 — — 47	— — 49
7	1 — — 45	1 — — 60	— — 53
8	1 — — 59	1 — — 71	— — 56
9	1 — — 64	1 — — 80	— — 60
10	1 — — 73	1 — — 90	— — 63
15	2 — — 12	2 — — 33	— — 72
20	2 — — 45	2 — — 70	— — 89
25	2 — — 74	3 — — 01	— — 100
30	3 — — 00	3 — — 30	— — 109
40	3 — — 46	3 — — 56	— — 126
50	3 — — 87	4 — — 26	— — 141
60	4 — — 24	4 — — 66	— — 154
70	4 — — 58	5 — — 04	— — 166
80	4 — — 90	5 — — 39	— — 178
90	5 — — 05	5 — — 56	— — 183
100	5 — — 48	6 — — 03	— — 199

Cette Table établit les rapports suivans.



- 1) Que l'ouverture de l'objectif est à peu près égale au foier de l'oculaire.
- 2) Que le grossissement des objets diminue excessivement avec la longueur des lunettes.

Pour les lunettes courtes, il est en raison de la distance du foier de l'objectif en pouces.

Pour les lunettes longues il n'est qu'en raison double de la distance du foier de l'objectif en pieds.

Je remarquerai encore un phénomène très singulier que les lentilles formées de segments de grandes sphères, ou d'une ouverture considérable, ont fait appercevoir. On en doit l'observation à notre célèbre Tschirnhaus, l'Archimede d'Allemagne, de qui nous avons des miroirs & des verres ardents, dont l'effet surpasse tout ce qu'on a fait jusqu'à présent, & qui le premier trouva le moien de former des lentilles d'une grandeur considérable; il en fit part à l'Académie de France, mais d'une maniere couverte & mystérieuse; c'étoit, selon toutes les apparences, dans la premiere illusion des merveilles qu'il s'en promettoit dans la Dioptrique. Il éprouva le sort ordinaire du génie dans les efforts qu'il fait pour sortir de la sphere étroite qui borne la vie humaine; les idées les plus sublimes rentrent dans la classe des songes agréables, par les obstacles insurmontables qu'opposent dans l'exécution, des accidens imprévus, la foiblesse réelle de l'homme & les bornes étroites de ses facultés.

Ces lentilles dont les lunettes retirent si peu d'avantage, présentent & découvrent les objets les plus éloignés avec beaucoup de clarté, & très distinctement. M. Wolff fait mention dans les *Acta Eruditorum* de l'année 1710. d'un verre plano-convexe, dont le rayon de convexité étoit de 30 pieds, de 2 pieds de largeur, & d'un & demi de hauteur, qui lui fit voir en plein midi à la distance de 2 lieux d'Allemagne des maisons distinctement.

L'immortel Newton, Génie fait pour étendre les connoissances humaines, marchant sur les traces de notre profond Kepler, sou-
mit



mit au calcul l'infini, détermina & mesura la cause dont résulte la loi qui règle le mouvement de cet Univers, & créa une nouvelle Théorie de la lumière qu'il décomposa, & soumit à l'analyse.

On savoit que la lumière, en passant d'un milieu dans un autre, est transmise selon une loi certaine; mais on croioit que la réfraction de tous les rayons étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux qui pouvoit la changer.

Il fixa par de nouvelles expériences cette réfraction que la lumière subit en passant par de différents milieux dans l'air même, qui fait un milieu plus ou moins rare.

comme	—	—	—	—	- 3151	à	3850.
de l'air dans le verre comme				—	- 31	à	20.
de l'air dans l'eau de pluie	—	—			- 529	==	496.
— dans l'esprit de vin	—	—			- 100	==	73.
— dans l'huile d'olive	—	—			- 22	==	15.
— dans le diamant	—	—			- 100	==	40.

Il fit voir, que les rayons, en passant d'un milieu transparent dans un autre, ont une différente réfrangibilité, ou souffrent une différente réfraction, fondée dans leur différente vitesse ou la masse de leurs particules; en conséquence de laquelle ils produisent la sensation des couleurs; les moins réfrangibles le rouge, les plus réfrangibles le violet, & ceux qui tiennent le milieu, les couleurs intermédiaires.

Il paroît que cette belle découverte eût dû produire un changement considérable dans la Dioptrique.

Mais, au lieu de voir les bornes de la Dioptrique reculées, il parut qu'elles durent être limitées & resserrées pour jamais.

Newton arrêté, s'il est permis de se servir de ce terme pour ce grand homme, selon toutes les apparences, par la proximité d'un calcul très épineux, fixa la loi de cette réfrangibilité des rayons, ou l'admit comme approchante de la vérité, sur des expériences physiques insuffisantes, trop grossières & incapables de la donner avec une



précision absolue, si même il ne les avoit pas manqué, comme je le ferai voir dans la suite.

Il ne fit pas attention, que la loi qu'il admettoit, étoit en contradiction avec la loi connue & démontrée du rebroussement de la lumière, ou du retour du rayon.

Elle l'induisit encore à établir, que la dispersion causée par la différente réfrangibilité dans le foyer des lentilles étoit la cause unique de l'imperfection des lunettes, & un mal sans remède.

Et elle fit échapper encore à sa sagacité supérieure, que quand même l'objectif n'est pas délivré de cette dispersion des couleurs, les lentilles peuvent être disposées de manière, que la confusion des couleurs disparoit, & ne trouble pas la représentation.

Quoique la lentille, au lieu d'un seul foyer, en forme une infiniré, selon les différens degrés de réfrangibilité des rayons; & qu'une infiniré de foyers soit étendue par un espace d'autant plus considérable que la lentille sera d'un foyer plus éloigné; les images dispersées peuvent être rangées de manière que leur dispersion ne trouble pas la représentation, si l'objectif est délivré de la confusion qui résulte de la sphéricité.

C'est à M. Euler, Auteur d'une Théorie nouvelle & ingénieuse, par laquelle il concilie de la manière la plus heureuse le système de Huyghens sur la lumière, avec les belles découvertes de Newton sur les couleurs, que nous avons l'obligation de la loi véritable, que suit la nature; qui est celle des logarithmes des sinus de l'incidence, & de la réfraction de la lumière, & des rayons colorés en traversant divers milieux. La réfraction des rayons rouges à celle des violets étant comme 27 à 28; l'espace par lequel tous les foyers des rayons ou des couleurs sont dispersés, sera par conséquent la 27 partie de la distance entière du foyer de la lentille; ou un objectif dont le foyer sera de 27 pieds, produira une dispersion de foyers ou d'images colorés diversement, étendue par l'espace d'un pied.

On



On comprend par là, à quel point cette dispersion doit augmenter, lorsqu'on veut se servir d'objectifs de 100 pieds & de plus de foier; & pourquoi les longues lunettes avoient répondu si peu à l'effet qu'on s'en étoit promis.

Selon la Table précédente de M. Huyghens, une lunette d'un pied, ou de 12 pouces, grossit 20 fois presque en raison double de sa longueur en pouces.

Une lunette de 100 pieds, ou de 1200 pouces, devoit par conséquent grossir les objets deux mille fois; pendant qu'elle fait obtenir à peine un grossissement de deux cent fois.

Si la lentille oculaire représente distinctement l'image qui tombe précisément dans son foier; les autres doivent causer une confusion d'autant plus grande, qu'elles en sont plus éloignées; & cet inconvénient deviendra d'autant plus sensible, que l'oculaire sera d'un foier court, à l'égard de celui de l'objectif pour obtenir une grande multiplication. L'objectif ne pouvant transmettre, à cause de la grande dispersion, que très peu d'images distinctes dans le foier de l'oculaire; la sensation dans l'œil ne peut être que très foible, & celle d'une image confuse formée de routes les couleurs.

Les autres rayons divergens de leurs foyers particuliers, passent absolument hors de la direction de l'oculaire s'il est trop petit; ou, s'ils y entrent réfléchis par les parois de la lunette, ils enveloppent l'image foible, sombre, & peu distincte de couleurs d'Iris.

On vit avec la dernière évidence, combien la clarté, la vue d'une image distincte & nette, étoit liée avec le grossissement des objets, & qu'on ne pouvoit obtenir l'un qu'en diminuant l'autre. Je ne dois pas faire mention du remède qu'on a cherché dans des objectifs colorés, qui ne transmettent d'autres couleurs que celles qui leur étoient propres; ou dans des anneaux, qui ne transmettent que les rayons de la circonférence: ils sont absolument inutiles pour les lunettes terrestres, vu l'usage ordinaire de la vie. La perte de tous les autres



raisons diminue l'intensité de la lumière au point qu'on ne voit plus rien; l'image foible & sombre ne produit plus de sensation.

Mais les objectifs du verre coloré peuvent être d'un usage admirable pour les lunettes astronomiques, ou les observations célestes; j'en ai fait l'expérience moi-même: ils forment l'image du Soleil principalement, & des autres Corps célestes, beaucoup plus nette, & déterminent leur diamètre plus précis & plus juste, que les objectifs de verre blanc, avec lesquels on est obligé d'affoiblir l'éclat de leur lumière. On s'en servit beaucoup dans le siècle passé pour les observations astronomiques en Allemagne; & ces lunettes portèrent le nom d'Hélioscopes: mais l'usage des verres plans colorés ou enfumés a prévalu, & les a fait oublier, je crois à tort. Je pourrois ajouter que pour les lunettes terrestres même, le verre un peu verdâtre ou jaunâtre est préférable au parfaitement blanc.

Cette dispersion des couleurs, ou diffusion du foier, étant dans le rapport de la distance du foier des lunettes; toutes les lentilles, soit convexes ou ménisques, qui en conséquence de leur figure transmettent les rayons convergents dans un point, sont assujettis à ce défaut; & le différent rapport qu'on pourroit mettre entre les rayons de leurs faces, n'y sauroit rien changer.

Newton vit qu'un objectif composé de deux lentilles, aiant la cavité remplie d'eau, pourroit être délivré de l'aberration des rayons, qui résulte de la figure sphérique; confusion de la correction de laquelle dépend la perfection des lunettes, & qu'il compte pour rien.

L'idée lui échapa, que c'étoit le moien, ou qu'il pouvoit y en avoir, pour remédier à la dispersion des couleurs; l'hypothèse de la réfrangibilité des rayons, qu'il avoit adoptée, l'avoit persuadé, que ce défaut des lentilles, indépendant de celui qui résulte de leur figure sphérique, renant à la lumière même, étoit sans remède; & cette persuasion lui avoit fait abandonner l'idée de perfectionner les lunettes à réfraction, & embrasser celle du Télescope à réflexion, que le célèbre
bre



bre Grégori avoit donnée dans son Optique. Un génie comme le sien ne pouvoit pas manquer de saisir, & de pénétrer l'effet merveilleux de cet instrument admirable, & de le perfectionner. Il substitua aux lentilles dont les défauts lui paroissoient sans remède, des miroirs concaves, susceptibles de la plus grande ouverture, dont la clarté vive, l'image éclairée & formée par une lumière abondante, lui permettoient de combiner avec des miroirs de plusieurs pieds, des oculaires de quelques lignes, & d'obtenir les multiplications les plus surprenantes.

Tout le monde sait, à quel point de perfection le célèbre Short en Angleterre, & le Pere Noël en France, portent aujourd'hui ces Télescopes.

Milord Morton, Président de la Société d'Edimbourg, fit usage d'un Télescope de M. Short qui grossissoit 600 fois & permettoit l'usage d'un oculaire pour multiplier 1200 fois, pour observer en 1748. avec M. le Monnier, une Eclipsé de Lune; ils virent la circonférence du disque hérissée de montagnes & de pics aussi aisés à distinguer, qu'une chaîne de montagnes qu'on apperçoit à l'horison. Mais Newton avoit d'abord remarqué qu'il s'en falloit beaucoup, que les miroirs de métal réfléchissent autant de rayons que les verres en transmettent.

Il croit que cette différence entre le verre & le métal rendroit non seulement les miroirs de verre, formés d'un ménisque, dont la cavité & la convexité couverte d'un fond convenable, auroient le même rayon, à la rigueur très supérieurs à ceux de métal. Je n'ai pas eu beaucoup de succès dans les tentatives que j'ai vu faire & que j'ai fait faire moi-même. La pratique trouve non seulement des difficultés presque insurmontables dans l'exécution, pour former le ménisque d'une épaisseur égale & les deux faces parfaitement les mêmes; le fond dont on couvriroit la face convexe du ménisque, ne pouvant être que de vif argent, auroit peut-être les mêmes inconvénients, que les miroirs de métal. Mais j'en tirerai une conséquence bien avantageuse pour les lunettes à réfraction.

Les



Les lentilles, délivrées du défaut de la dispersion, qui résulte de leur figure sphérique & de la différente réfrangibilité des rayons, doivent former des images qui surpassent de beaucoup celles des miroirs, & procurer des lunettes supérieures aux Téléscopes, qui moins propres aux observations célestes, n'ont qu'un champ assez borné, & ne sont pas d'un service assez aisé, & commode pour l'usage ordinaire de la vie, & celui du navigateur.

Cette considération auroit du porter le Géomètre à ne pas se relâcher dans les recherches qui pouvoient perfectionner les lunettes; mais la décision d'un homme aussi célèbre que Newton, qui avoit regardé la dispersion des couleurs comme un mal sans remède, & qui n'en avoit pas trouvé non plus pour celle qui résulte de la figure sphérique, fit renoncer avec lui, à ce qui paroît, à l'idée de perfectionner les lunettes à réfraction.

La considération de la dépendance intime du défaut de la dispersion des couleurs, de celui de la figure, ne porta personne, à regarder le dernier comme le point de réforme, & de perfectibilité, auquel il falloit s'attacher, malgré l'expérience invariable & la pratique aveugle de l'artiste dans la construction des lunettes, qui firent remarquer constamment, que la dispersion des couleurs augmente, diminue, & disparoit, avec la confusion qui résulte de la figure.

Depuis un demi-siècle, il paroît que le Géomètre a cru devoir abandonner comme vaines les recherches sur ce sujet.

M. Euler, que je me contente de nommer simplement ici, aperçut l'erreur ou la prévention dans laquelle la fausse loi de la réfrangibilité avoit fait tomber Newton.

Après avoir fixé la véritable, il découvrit dans la différente réfraction du rayon diversement réfrangible, qu'il subit en traversant divers milieux, le remède à la dispersion des couleurs; & fonda sur cette Théorie une nouvelle construction des lunettes, dont l'objectif formé de deux ménisques, ou d'un ménisque & d'une lentille convexe, ayant la cavité remplie d'eau, est exempt de la dispersion.



Il en fit part à l'Académie par un Mémoire qui se trouve dans le troisieme Tome de son Recueil de l'année 1747.

La considération de la structure merveilleuse de l'oeil avoit conduit M. Euler à cette belle découverte. S'il ne s'étoit agi que de représenter les images des objets, un seul milieu transparent doué d'une figure convenable, une seule lentille convexe qui se présente dans le crystallin auroit suffi; & la comparaison de l'oeil avec une petite Chambre obscure seroit juste alors.

Mais il en auroit aussi tous les défauts. Les représentations seroient troublées par la diverse réfrangibilité des rayons, & bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

Les seuls objets situés dans l'axe de l'oeil, ou très peu éloignés, seroient représentés distinctement, & le champ apparent de la vision nette & distincte ne s'étendrait pas au delà de 10 degrés.

Il n'admettroit qu'une très petite ouverture qui ne procureroit que des représentations obscures.

Dans l'oeil naturel tous ces défauts sont heureusement prévenus.

La diverse réfrangibilité des rayons n'y produit aucune confusion.

Le champ apparent s'étend fort au delà de 90 degrés, sans qu'on s'aperçoive de la moindre confusion dans la représentation des objets les plus éloignés de l'axe.

Et l'ouverture de la prunelle surpasse infiniment celle que toute lentille semblable au crystallin pourroit jamais permettre.

L'oeil formé de plusieurs milieux transparents d'une figure déterminée, & combinés selon les regles de la sublime Géométrie, est exempt de tous les défauts que la Dioptrique nous fait connoître comme inevitables dans les Lunettes.

Il parut probable à M. Euler, que la différente réfrangibilité des rayons trouve le remede dans l'arrangement des diverses hu-



meurs de l'oeil, pour former un foyer exempt de toute diffusion, & que la combinaison de différents corps transparents pourroit rendre le même service dans la Dioptrique. Dans l'emploi que M. Euler se propose de faire du verre & de l'eau, pour former son oeil dioptrique; il suppose, que les rayons d'un objet subissent 4 réfractions, en passant dans l'oeil naturel par 5 milieux réfringents, différents les uns des autres, & terminés par 4 faces sphériques dont les centres sont une même ligne droite, qu'il considère comme l'axe.

Il en forme par les principes de la Dioptrique l'expression générale pour la distance de l'image après la dernière surface, & fait l'application de sa formule générale au sujet qu'il traite, en supposant que les rayons d'un objet passent par un objectif composé de deux lentilles jointes ensemble, dont la cavité est remplie d'eau.

Les 5 milieux dans l'hypothèse de l'oeil se changent en *Air, Verre, Eau, Verre & Air*, qui proprement ne forment que 3 milieux différents; pour lesquels il suppose la raison de la réfraction des rayons moiens, en passant de l'air dans le verre, comme 31 à 20, & de l'air dans l'eau comme 4 à 3.

La distance de l'image se détermine aisément par la formule générale, à l'aide de quelque changement de lettres.

Il examine ensuite la diverse réfrangibilité des rayons, pour développer la véritable loi de la réfraction des rayons de différente couleur à l'égard des milieux par lesquels ils sont transmis, en conséquence de laquelle il établit la raison de réfraction;

en passant de l'air dans le verre;

des rayons rouges comme	—	—	1, 5398 à 1.
des violets comme	—	—	1, 5601 à 1.

Et lorsqu'ils passent de l'air dans l'eau,

des rouges comme	—	—	1, 3276 à 1.
des violets comme	—	—	1, 3390 à 1.

Il tâche enfin de déterminer les rayons des 4 surfaces des deux lentilles, afin que la diverse réfrangibilité ne change rien dans le lieu de l'image & dans sa grandeur; ce qui le met en état de donner la construction

construction générale d'un objectif composé de deux ménisques joints ensemble, dont la cavité est remplie d'eau; qui rassemble tous les rayons d'un objet, de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soient, dans le même foyer.

Il établit les expressions ou formules, pour la distance, & pour la quantité qui exprime l'image, qu'il développe entièrement en y faisant entrer la distance du foyer de la lentille composée. Ces formules fournissent, par les deux quantités qui restent indéterminées, & pour lesquelles on peut prendre des nombres à volonté, une infinité d'objectifs, qui auront la même distance ou le même foyer, exempts de la dispersion des couleurs.

M. Euler se borne à considérer particulièrement deux especes d'objectifs.

La première, lorsque les deux dernières faces de l'objectif sont planes, c'est à dire que l'objectif composé sera plano-convexe, ou formé d'un ménisque & d'un verre plat; le rayon de la convexité du ménisque sera $\frac{1}{2} \frac{f}{8}$ de la distance du foyer, & celui de la concavité sera de $\frac{1}{3} \frac{f}{8}$.

La seconde, lorsque les deux ménisques qui forment l'objectif sont égaux; le rayon de la convexité sera $\frac{1}{8} \frac{f}{8}$, & celui de la concavité $\frac{1}{8} \frac{f}{8}$ de la distance du foyer.

Il fait voir les avantages de ces objectifs, d'abord à l'égard du grossissement, en supposant que l'image de ces objectifs exemts de toute diffusion soit aussi claire & nette que celle d'un miroir de métal; un objectif de 200 pouces ou de 16 pieds joint à un oculaire de $\frac{1}{8}$ de pouce augmenteroit les objets deux mille fois. Et ensuite par rapport à la facilité de l'exécution.

Les rayons de sphéricité de ces lentilles, étant très petits & formant des objectifs d'un foyer très considérable, leur exécution seroit beaucoup plus aisée que celle des ordinaires. Pour former un objectif ordinaire de 400 pouces de foyer, il faut que le rayon de ses



deux faces soit à peu près de 400 pouces; pour former un objectif composé de ce même foyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons seront l'un de $51\frac{3}{4}$, & l'autre de 20 pouces de foyer; & en joignant un tel ménisque avec un verre plan des deux côtés, on obtiendra un objectif d'un double foyer de 800 pouces.

Il détermine ensuite la raison entre les rayons des faces & de la distance du foyer dans le plus petit nombre pour l'utilité des Artistes. Et comme ce rapport établi entre les rayons des faces des lentilles, est fondé sur les hypothèses de la réfraction des rayons de l'air dans le verre & de l'air dans l'eau; M. Euler, pour ne pas borner sa solution à une seule hypothèse, qui peut être admet encore de l'arbitraire, & demanderoit par conséquent du changement dans les quantités F & G, rayons des faces des ménisques, & pour faciliter l'application de ces formules à d'autres milieux transparents, tâche de résoudre le problème de la manière la plus générale, & forme une Table d'objectifs convexo-convexes, formés de deux ménisques égaux, la distance du foyer étant donnée.

J'ai les regrets les plus vifs, quand je suis obligé d'ajouter, que ces belles idées éprouverent le sort des plus beaux projets que l'esprit humain a formés, qui rencontrent des difficultés insurmontables dans l'exécution.

Ces objectifs formés de sphères de très petits raions, loin d'admettre d'aussi grandes ouvertures que les miroirs des Téléscopes, & les objectifs simples du même foyer, n'admettent qu'une ouverture très petite, qui cependant devrait augmenter dans la multiplication pour recevoir assez de lumière, & procurer la clarté nécessaire.

Peut-être les différents milieux, que la Théorie regarde comme une lentille sans épaisseur, à travers laquelle la lumière est supposée passer librement, réfléchissent-ils plus de raions qu'ils n'en laissent passer. Les essais qu'on put faire, ne firent obtenir que des lunettes d'un petit champ & obscures; & quand on voulut donner une plus grande



ouverture, la confusion causée par la convexité d'ares trop grands devint trop considérable.

Quelque habileté avec cela qu'on veuille supposer dans l'Artiste, on ne pourroit se promettre du succès que d'un heureux hazard. Les milieux fluides qu'on emploie, ne pouvant recevoir la figure que la Théorie exige, que renfermés dans des verres; le défaut de leur figure, & leur réfraction, fait trouver des obstacles insurmontables dans l'exécution. Comme les rayons très courts de ces lentilles donnent des foyers communs très grands; les défauts de l'ouvrier & du verre se multiplient dans la même raison, & un défaut imperceptible dans une lentille simple, multiplié ici à l'infini, devient assez considérable, pour détruire l'effet qu'on se promet.

M. Euler le reconnut lui-même, dans le Mémoire par lequel il répondit à M. Dollond, qui expose les preuves invincibles, & sans réplique, de sa belle Théorie, insérée dans le dixième Tome des Mémoires de l'Académie de l'année 1755.

Le peu de succès dans l'exécution rebuta M. Euler de pousser plus loin alors ces recherches, pénibles d'ailleurs par le calcul épincieux & prolix qu'elles demandent.

Il avoit tourné ses vues en même tems sur les moyens de remédier au défaut des lentilles simples, qui résulte de leur figure sphérique. Il en trouve dans la combinaison de plusieurs lentilles qui forment l'objectif, & il expose cette belle Théorie dans des Mémoires, qui n'ont pas été rendus publics.

Comme la figure sphérique est la seule jusqu'à présent, que la Pratique est en état d'exécuter, & que les ménisques n'admettent qu'une très petite ouverture; il s'attache d'abord à déterminer avec une entière précision les faces pour former des lentilles simples & inégalement convexes, qui par leur figure ont la moindre diffusion; ce que Huyghens & d'autres Géomètres avoient déjà fait. L'hypothèse plus exacte de Newton sur la réfraction de la lumière, donne pour les lentilles inégalement convexes ou concaves, la proportion plus précise & correcte du rapport comme 2 à 17, des rayons de leurs faces; mais



l'avantage ou la diminution de la diffusion, qu'on obtient, n'est pas assez considérable pour la perfection qu'on désire dans les lunettes, & pour compenser la diminution de l'ouverture. Selon les expériences que j'ai faites avec des lentilles plano & inégalement convexes, travaillées selon les proportions marquées, & avec précision; la distance des foyers du centre & de la circonférence, ou la confusion, est réduite dans les premières à $\frac{2}{3}$, & dans les secondes à la moitié, de celle des lentilles également convexes du même foyer.

Mais la diminution de l'ouverture des premières, dont les faces sont des arcs de beaucoup plus petites sphères, réduit cet avantage à rien.

Le foyer d'une lentille également convexe est comme le rayon du cercle dont l'arc forme ses faces; mais le foyer d'une lentille plano ou très inégalement convexe est comme le diamètre du cercle dont on prend ses faces, ou projette un foyer d'une double distance de celui d'une lentille également convexe, si leurs faces sont prises du même cercle.

Il faut par conséquent prendre pour la face d'une lentille plano ou très inégalement convexe, l'arc d'un cercle dont le rayon n'est que la moitié de celui dont on prend les faces pour une lentille également convexe du même foyer. Et comme les cercles ou leurs arcs sont comme leurs rayons, l'ouverture d'une lentille plano ou très inégalement convexe ne sera que la moitié de celle d'une lentille également convexe du même foyer.

Je ne dois pas oublier de rappeler, si l'on veut se servir de ces lentilles; que dans les objectifs la face la plus convexe doit être tournée vers l'objet, & dans les oculaires vers l'œil.

Si la diffusion d'une lentille également convexe est comme $1\frac{1}{2}$ celle d'une plano-convexe ne sera que comme — 1 en tournant sa convexité vers l'objet; mais elle deviendra comme 4 en tournant sa face plane vers l'objet.



Et celle d'une lentille inégalement convexe, comme 2 à 17, dont la diffusion n'est, en tournant la face la plus convexe vers l'objet,

que comme — $\frac{1}{2}$
deviendra comme — 2

en tournant la face la moins convexe vers l'objet.

M. Euler recherche ensuite la diffusion du foyer de deux ou de plusieurs lentilles combinées; qu'il considère comme étroitement unies sans aucun intervalle, & dont il regarde ou suppose l'épaisseur, étant combinées, assez petite pour pouvoir être négligée dans le calcul, & pour les regarder comme une lentille simple dans la Théorie & dans la Pratique. Cette hypothèse qui ne peut pas avoir lieu dans l'exécution, me dispense d'entrer dans les détails de l'Analyse, qui, réformée sur la supposition véritable d'une distance donnée entre les lentilles, peut fournir des combinaisons très utiles.

Après avoir établi les formules pour déterminer la confusion ou la dispersion du foyer d'une ou de plusieurs lentilles combinées; il développe les combinaisons, qui remédient à cette confusion, en réunissant tous les rayons dans un seul foyer.

Il s'attache particulièrement aux lentilles convexes & ménisques, qui, étant d'un foyer positif & égal, ne font pas craindre dans l'exécution les erreurs multipliées à l'infini des objectifs formés par des lentilles convexes & concaves d'un foyer inégal qui donnent des foyers communs fort éloignés.

Dans le premier cas, qui est la combinaison de deux lentilles inégalement convexes, ou l'une convexe, & l'autre ménisque d'un foyer égal & positif, qui chacune ont la moindre diffusion, & qui jointes ensemble ont un foyer réduit à la moitié de celui qu'elles ont séparément, l'espace de la diffusion ne peut être réduit qu'à $\frac{1}{2}$.

La combinaison de 3 lentilles d'un foyer positif, d'une convexe & de deux ménisques, réduit la confusion ou le foyer dispersé à $\frac{1}{4}$;

La



La combinaison de 3 lentilles, dont l'une est concave ou d'un foyer négatif, & deux sont inégalement convexes ou d'un foyer positif, fait évanouir, dans les trois manières qu'on peut les combiner, la diffusion absolument.

Comme la combinaison de 3 lentilles produit l'effet qu'on se propose d'obtenir, celle de 4 ou de plus de lentilles deviendrait absolument inutile; mais elle procure l'avantage d'une plus grande ouverture.

Les objectifs de 3 lentilles n'auront pour le demi-diamètre de l'ouverture, la première sorte que $\frac{2}{3}$ du foyer; la seconde $\frac{1}{3}$, & la troisième $\frac{1}{6}$, si l'on veut se restreindre à une ouverture, qui ne comprenne que 60 degrés de la face la plus courbée.

Mais les objectifs de 4 lentilles d'un foyer positif donnent deux combinaisons; & ceux de cinq en donnent une ouverture beaucoup plus considérable, à peu près de $\frac{1}{2}$ du foyer.

On n'eût pas lieu d'être absolument content des essais qu'on fit exécuter.

Le manque d'ouvriers dont l'habileté pouvoit garantir la précision, la justesse de l'exécution, ne permit pas d'assurer la Théorie; & de vérifier si l'hypothèse de la jonction parfaite des lentilles, qui les considère combinées, & sans la moindre épaisseur, est admissible; ou si l'objectif composé ne cause pas une perte trop considérable de la lumière, par la réflexion d'un trop grand nombre de rayons; & qu'elle pouvoit être l'influence des hypothèses, que la Théorie ne peut pas se dispenser d'admettre. On néglige l'épaisseur des lentilles dans la Théorie, ou on les suppose absolument sans épaisseur; mais, en supposant l'épaisseur de la lentille seulement de $\frac{1}{8}$ de pouce, elle rapproche le foyer & diminue le diamètre de l'image de l'objet de $\frac{1}{2}$ du foyer & de la grandeur de l'image, qu'on auroit si l'hypothèse d'aucune épaisseur étoit vraie à la rigueur. Dans les lentilles simples, cette erreur n'est d'aucune conséquence; un foyer un peu plus ou moins court ne fait qu'une lunette plus ou moins longue; mais elle est de la plus grande conséquence dans un objectif composé de deux ou plusieurs



sieurs lentilles; & la perte des rayons, dont la Théorie ne tient pas compte, devient excessive.

J'ajouterai encore l'inconvénient d'une seconde hypothèse qui est la distance infinie des objets & l'incidence parallèle des rayons; la proximité plus ou moins grande des objets les fait voir sous des angles, qui produisent un changement considérable dans l'incidence des rayons. Dans les objectifs simples, l'effet n'est gueres sensible & peut se redresser; mais les erreurs multipliées dans les objectifs composés ne sont que d'une trop grande conséquence.

Après avoir obtenu un objectif exempt absolument de la confusion qui résulte de la figure sphérique par la combinaison de deux ou de plusieurs lentilles; la figure sphérique des oculaires fera rencontrer peut-être de nouveaux obstacles. Il ne suffit peut-être pas de remédier à la confusion de la lentille convexe objective, en la combinant avec une seconde & troisième lentille, concave ou ménisque; si dans cette combinaison on n'a égard à remédier en même tems à la confusion qui résulte de la figure sphérique des oculaires qui augmente avec leur petitesse.

La certitude seule d'un objectif exempt absolument de toute confusion pourroit décider cette difficulté.

Peut-être l'hypothèse de la confusion relative à la figure, sur laquelle la Théorie fonde la réfraction de la lentille concave, ou ménisque, qui doit la corriger, manque-t-elle de la précision nécessaire; & il faudra déterminer par des expériences exactes la confusion de chaque lentille convexe dont on veut faire usage pour fixer la seconde lentille?

La Théorie enfin suppose la sphéricité parfaite des faces des lentilles; la Pratique est-elle en état de les former au degré de perfection nécessaire?

Toutes les vues qu'on eut sur les moyens de perfectionner les lunettes, produisirent un Mémoire, dans lequel M. Euler renferme les règles générales, pour la construction des lunettes & des microscopes, de quelque nombre de verres qu'ils soient composés, inséré dans le 13 Tome



- du Recueil de l'Académie; & un autre, qui suit immédiatement après, dans lequel il fait voir les avantages que les lunettes astronomiques à deux verres peuvent obtenir par l'addition d'un troisième, en conséquence de ces principes. Il y développe toutes les combinaisons possibles, & n'oublie pas à la fin du Mémoire, dans la 5 hypothèse p. 369. celle de l'objectif composé de deux lentilles, d'une convexe & d'une concave, en les supposant éloignées l'une de l'autre, qui est le cas dont il s'agit aujourd'hui, sur lequel roule ce Mémoire. Mais le manque de succès dans l'exécution empêcha de s'attacher absolument à cette hypothèse dès-lors, comme à la seule qui pouvoit faire obtenir les avantages désirés.

Feu M. de Maupertuis envoya peu avant son départ des Devis de lunettes dont l'objectif étoit composé de plusieurs lentilles simples, avec un petit Mémoire qui renfermoit les vues de M. Euler, en France, si je me rappelle juste, à M. le Duc de Chaulnes & à M. l'Abbé Outhier.

M. Euler avoit envoyé en même tems le Mémoire qu'il avoit donné à M. de Maupertuis, à l'Académie Royale des Sciences. Elle lui fit faire des remerciements, & des assurances d'approbation, par M. du Hamel à qui il l'avoit adressé, qui lui marqua que M. le Duc de Chaulnes avoit produit une lunette à l'Académie construite sur ses principes par M. Passement, qu'on lui avoit reconnu des avantages, mais qu'on s'étoit promis quelque chose de mieux de la part de l'ouvrier. M. Passement avoit déjà fait précédemment un objectif composé de deux lentilles, & rempli d'eau, qui remédie à la différente réfrangibilité dont M. de la Condamine lui avoit donné le Devis; la lettre qu'il écrivit du 3 Fevr. 1750. à M. Euler sur ce sujet fut une preuve de ses lumières, & de la grande intelligence avec laquelle il travailloit. M. du Hamel marqua dans une seconde lettre du 31 Juillet 1756. à M. Euler, qu'il faisoit travailler un des plus habiles artistes à exécuter une lunette selon ces principes; mais on ignore le succès de ces essais, que l'hypothèse de la distance des lentilles égale à zéro rendoit sujette à beaucoup de difficultés.



M. Euler avoit envoyé, lorsqu'il avoit rendu public son Mémoire sur la véritable loi de la réfrangibilité des rayons, des Devis de lentilles, qui, formées de deux ménisques & remplies d'eau, remédient à la dispersion des couleurs, à M. Wetsstein, pour le communiquer à M. Dollond, qui réunit avec une habileté supérieure dans la construction des instruments d'optique les connoissances d'une profonde théorie.

M. Euler rencontra en lui un adversaire qui prétendit non seulement que l'exécution la plus exacte de ses devis n'avoit produit que des objectifs sombres, dont on ne pouvoit absolument pas se servir; mais qui attaqua en même tems sa nouvelle Théorie de la réfrangibilité des rayons, comme une hérésie contraire au sentiment de Newton, & aux expériences sur lesquelles il étoit fondé.

M. Euler reçut une lettre de M. Short du 14 May 1752, par laquelle il lui marqua que M. Dollond lui ayant remis des Remarques sur son Mémoire, pour en faire la lecture à la Société, il l'avoit persuadé de lui en faire auparavant la communication, ce que M. Dollond avoit fait par une lettre très polie du 8 Mars 1752, que M. Short lui envoya. M. Euler adressa de même sa réponse à M. Short; M. Dollond répliqua, & rendit ensuite ses objections publiques dans les Transactions avec la réponse de M. Euler. Regardant la loi de la diverse réfrangibilité de M. Euler, comme purement hypothétique, il y avoit substitué, dans les formules générales qu'il avoit données, celle de Newton, fondée sur des expériences; & il en résulta une solution toute différente: la réunion des foyers de tous les rayons colorés n'avoit lieu que dans le cas de la longueur infinie de la lunette.

M. Euler reclama la nature même qui garantissoit la vérité de sa Théorie; la construction de l'oeil & la perfection de la vision qui en résulte; la difficulté ou l'impossibilité plutôt de fixer des quantités infiniment petites par des expériences physiques; la conséquence démentie par le fait d'une impossibilité absolue de corriger la réfrangibilité d'un milieu par celle d'un autre, qui résulteroit de ces expériences; & la contradiction de la loi de Newton avec le rebroussement de la lumière.



Mais le nom de Newton étoit l'Egide de M. Dollond: la prévention de l'infailibilité de ses expériences étoit telle, qu'on n'osa pas les révoquer en doute, les taxer d'une méprise, ni les vérifier par un nouvel examen.

La lettre de M. Euler n'étoit que le précis d'un Mémoire, qui se trouve dans le 9 Tome du Recueil de l'Académie, de l'année 1753.

Il y démontre de la manière la plus évidente la vérité de sa Théorie, & sa conformité aux loix de la Nature; & prouve que, si l'exécution de ses objectifs ne répond pas à l'attente de la Théorie, la cause s'en trouve dans la figure sphérique des lentilles, qui ne permet qu'une très petite ouverture; mais la seule que la Pratique est en état d'exécuter, incapable de former celles d'une Parabole, ou d'autres courbes transcendantes, que la Théorie elle-même auroit de la peine à tracer à l'Artiste.

Il donna enfin le plus haut degré de certitude à sa Théorie par un Mémoire inséré dans le 10 Tome du Recueil de l'Académie, de l'année 1754, qui a pour Titre: *Recherches physiques sur la diverse réfrangibilité de la lumière*; & par un autre, qui se trouve dans le 13 Tome de l'année 1757, qui expose les expériences pour déterminer la réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes. Il y fait voir que les foyers dispersés de rayons ne peuvent pas seulement être rassemblés dans un seul point par la différente réfraction qu'ils subissent en traversant divers milieux; mais tellement déplacés, que la dispersion se fait dans un sens contraire. Tous ces Mémoires ne sont qu'autant de Pièces détachées d'un ouvrage complet sur la Dioptrique, dans lequel il s'étend à tout ce qui peut la porter à la perfection, & qui mériteroit d'être rendu public.

J'ai déjà dit, que les essais qu'on avoit faits, pour exécuter des lunettes qui devoient former une démonstration complète de la Théorie, n'avoient pas répondu à l'attente.

Elle offroit deux sortes d'objectifs; l'un exempt du défaut de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique des lentilles simples; & l'autre qui l'étoit de la dispersion des couleurs. Il parut, pour
obtenir



obtenir le degré de perfection qu'on desiroit dans les lunettes, qu'il auroit fallu trouver un objectif exempt de l'un & de l'autre défaut; & que les lentilles, qui ne remédioient qu'à l'un de ces inconvéniens, n'étoient peut être pas propres pour satisfaire à tout.

Cette considération fit regarder comme des conjectures, qui pouvoient n'être pas fondées, la persuasion dans laquelle on étoit; que la correction d'un défaut pouvoit être en même tems celle de l'autre, & qu'une lentille délivrée du défaut de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique des lentilles simples, pouvoit trouver la correction ou le remede contre la dispersion des couleurs dans la disposition ou l'arrangement des oculaires, & dans le lieu ou l'oeil se trouve placé, pour voir sans désordre les images des couleurs, & pour voir dans son entier le champ apparent que l'objectif découvre par les rayons des objets qui passent par son centre, à moins que la figure sphérique des oculaires ne présente de nouvelles difficultés, principalement lorsqu'on se sert de très petits pour obtenir des grossissemens considérables.

Ces principes d'accord avec l'expérience journaliere qu'on suit dans la construction des lunettes ordinaires, avoient un degré de probabilité, qui approchoit de la certitude.

Dans les lunettes astronomiques, l'oeil placé comme il doit l'être, voit les objets sans ces couleurs d'Iris, qui paroissent tout de suite s'il change de place: les lunettes à 3 verres disposés pour représenter les objets debout, ne sont presque pas d'usage, par les couleurs qui bordent les objets; pendant que l'arrangement des lentilles qui représente les objets renversés, les fait disparaître entierement. Et les lunettes à 3 oculaires sont susceptibles d'arrangemens, qui les délivrent presque absolument des couleurs: & un quatrieme oculaire, placé dans la rencontre des foyers de l'objectif & des oculaires, prévient la perte des rayons dont dépend la grandeur du champ apparent.

La conviction de l'évidence des principes ne servit qu'à augmenter les regrets de rencontrer des obstacles dans l'exécution, que le manque d'ouvriers habiles & de secours qu'il auroit fallu don-



ner à ceux qu'on employa, fit regarder peut-être comme insurmontables.

Les Mémoires de l'Académie ayant fait connoître la Théorie par laquelle la Dioptrique en général & les lunettes pouvoient obtenir ce degré de perfection, que les Sciences, l'Astronomie, & la Navigation attendoient avec impatience, l'espérance qu'elle seroit couronnée par l'habileté connue & supérieure à toutes les difficultés, des Shorts, des Dollonds, des Noels, & des Passéments, servit de consolation.

On ne fut pas longtems sans voir ces espérances flatteuses remplies. L'Angleterre, à qui les sciences ont tant d'obligations, a la gloire d'ajouter encore celle-ci à tout ce qu'elle a fait pour le bien des hommes, & de la Société.

M. Dollond, revenu de l'infallibilité qu'il attribuoit à l'hypothèse & aux expériences de Newton, par un Mémoire de M. Klingenshterna, Professeur de l'Université d'Upsal, & par ceux de M. Euler peut-être rendus publics, avoit reconnu la vérité de la Théorie de M. Euler, & l'utilité admirable dont elle pouvoit être, par les expériences mêmes qu'il avoit faites.

Il se convainquit par la combinaison de deux Prismes, l'un de verre & l'autre d'eau, que l'hypothèse de Newton ne pouvoit pas avoir lieu. Voici l'expérience de cet homme celebre, p. 145. de son Optique, Edition françoise, in 4.

Toutes les fois que les rayons de lumiere traversent deux milieux de densité différente, de maniere que la réfraction de l'un détruisse celle de l'autre, & que par conséquent les rayons émergens soient paralleles aux incidents, la lumiere sort toujours blanche.

M. Dollond fit l'expérience avec un prisme d'eau renfermé entre deux plaques de verre, le tranchant tourné en bas, dans lequel étoit placé un prisme de verre le tranchant en haut: les plaques de verre ayant reçu l'inclinaison nécessaire pour l'anéantissement réciproque des deux réfractions; en faisant paroître les objets regardés au travers de ce double prisme, à la même hauteur qu'on les apperçoit à la simple vue, ils se trouvoient teints de couleurs d'iris, comme ils le
font



sont regardés au travers de prismes; ce qui renversoit la proposition & l'expérience de Newton.

Les plaques de verre ayant reçu au contraire une telle inclination, que les objets regardés à travers les deux prismes, étoient sans couleurs, comme vus à l'oeil, leur hauteur apparente n'étoit plus vraie; ce qui prouvoit la correction de la différente dispersion, ou des rayons colorés diversement réfrangibles, les uns par les autres, sans qu'il y eut un redressement mutuel des réfractions. Ces expériences que j'ai faites & vérifiées, & qui ne sont pas difficiles, lorsque des yeux comme ceux de Newton les ont manqué, soit par inattention, ou par prévention, prouvent les précautions scrupuleuses qu'il faut apporter aux observations.

M. Dollond ayant ensuite examiné plusieurs sortes de verres prétendit être convaincu, qu'ils étoient doués d'une réfraction très inégale par rapport aux rayons colorés; & il en tira la conséquence que la dispersion des couleurs pouvoit trouver le remède dans la combinaison de deux lentilles de ces verres d'une diverse réfraction, que M. Euler avoit cherché dans une lentille de verre & d'eau à l'imitation de l'oeil naturel.

Il rendit publique sa belle découverte dans le 50 Volume des Transactions, & le célèbre M. Short lui donna le témoignage glorieux que son objectif formé par la combinaison de deux lentilles, l'une convexe & l'autre concave, dans une raison déterminée par la quantité de la diverse réfraction, égaloit l'effet des Télescopes.

Les termes généraux du Mémoire ne firent pas connoître davantage: mais, quoique le principe annoncé fixe la distance du foyer des lentilles, comme il y a des combinaisons de lentilles à l'infini qui donnent le même foyer; je soupçonne que, dans ce grand nombre, M. Dollond a trouvé heureusement celle qui dans sa combinaison avoit fait trouver en même tems le remède au défaut de la figure sphérique & de l'ouverture.

Il ne paroît pas non plus, que cet homme célèbre eût employé le calcul ou les principes d'une Théorie raisonnée, pour parvenir à cette admirable découverte, la plus belle de la Dioptrique. Il dit lui-même,



me, qu'il n'a réussi à découvrir les sphères du verre concave qui remédie à toute confusion, qu'après un nombre infini d'essais; sans indiquer la méthode qu'il a suivie pour les déterminer. Le raisonnement de l'expérience en combinant des lentilles sans nombre paroît l'avoir conduit; il ne donne les rapports de la réfraction des deux verres qu'il emploie, que comme des à peu près: & loin d'annoncer les principes d'une Théorie qu'il voudroit établir, ou d'un calcul analytique dont il s'est servi; il ne donne pas seulement ces résultats généraux, par lesquels le Géometre s'assure la propriété de sa découverte.

M. Euler crût devoir rechercher, & soumettre à l'examen, les principes d'une découverte aussi importante. Il lut un Mémoire à l'Académie, au mois de Mars de cette année, dans lequel, en rendant justice à l'habileté de M. Dollond, il tâche de fixer une Théorie, & des principes sûrs pour éclairer la Pratique, & pour la conduire à la perfection.

Comme il n'est pas rendu public encore, j'en donne avec sa permission le précis, pour juger de l'état de la question.

Il suppose deux sortes de verres d'une différente réfraction, & propose le problème: de former un objectif combiné de deux lentilles, qui représente les objets fort éloignés sans dispersion des couleurs, & sans la diffusion du foyer qui naît de la figure sphérique des lentilles simples.

En déterminant les foyers de 4 faces sphériques des deux lunettes, convexes & concaves, on obtient une infinité de solutions, entre lesquelles la plus facile dans l'exécution seroit à choisir. Comme cette Théorie suppose une connoissance exacte du verre qu'on emploie; M. Euler suppose la raison de la réfraction des deux verres dont il forme l'objectif comme 31 à 20, ou comme 3 à 2. Et il en déduit la formule applicable à des lentilles dont les expériences les plus précises auront déterminé la différence de la réfraction, ou de la dispersion des rayons colorés connue.

Mais, au lieu du prix flatteur de l'objectif admirable de M. Dollond qu'on espéroit d'obtenir, on eut la surprise désagréable d'apprendre,



prendre, que les suppositions de diverse réfraction qu'on pouvoit faire, étoient beaucoup trop petites, & ne pouvoient faire avoir que des objectifs d'une très petite ouverture. Au défaut du verre, ou de matieres diaphanes d'une réfraction très différente, on fit exécuter un objectif, composé d'un ménisque & d'une lentille concave, par le Mécanicien de l'Académie Rinck, de l'habileté duquel on étoit fondé de se promettre quelque succès: il étoit fort éloigné de la théorie; & on eut une nouvelle conviction des obstacles insurmontables de ces objectifs dans l'exécution. Enfin, quand l'examen le plus sévère, une Théorie fondée sur des principes incontestables, & la supposition de la réfraction la plus forte des verres connus, poussée peut-être fort au delà de la vérité, donnoient des résultats qui ne répondoient en rien au succès de M. Dollond; seroit-il permis de former une conjecture, qui me paroît avoir le plus haut degré de probabilité?

M. Dollond cherche, en travaillant sur les principes de M. Euler, un objectif exempt de la dispersion des couleurs; il a le bonheur d'en exécuter un après un grand nombre d'essais & d'expériences, qui est admirable par sa grande ouverture, par sa clarté vive, & par la multiplication qu'il admet en conséquence: ses lumieres, sa bonne foi, & le témoignage respectable & éclairé de M. Short, n'en laissent pas douter. Mais les loix de la lumiere même & de la Dioptrique prouvent qu'un objectif formé des milieux connus diversement réfringents, exempt de la dispersion des couleurs, ne peut pas procurer ces avantages, & que la correction de la confusion de la figure est un point essentiel pour porter les lunettes au degré de perfection qu'on desire.

J'en tire une conséquence qui me paroît incontestable: ou la Théorie la mieux approfondie, & fondée sur des principes démontrés, doit être fautive; ou M. Dollond, au lieu d'avoir un objectif exempt de la dispersion des couleurs par le verre d'inégale réfraction qu'il emploie, a trouvé ce qu'il ne cherchoit pas; un objectif très admirable, & beaucoup plus parfait que celui qui faisoit l'objet de ses recherches, mais très différent; exempt de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique susceptible d'une très grande ouverture, d'une abon-



dante lumière, & d'une grande multiplication; j'ajouterois encore, qu'il n'est nullement exempt de la dispersion des couleurs, mais que ce défaut disparoit, & devient insensible, par le bel arrangement qu'il sçait faire des oculaires. Il avoue lui-même, que les premiers objectifs qu'il construisit suivant la Théorie qu'il avoit adoptée, péchoient par le défaut d'une trop grande courbure; il abandonne les principes sur lesquels il a travaillé; fait un choix heureux de sphères routes différentes & contraires à ses principes; forme les faces des lentilles qu'il exécute avec des arcs de grands cercles; surmonte par son habileté les difficultés de la pratique & de l'exécution ordinaire; & après un raisonnement infatigable & des combinaisons nombreuses répétées, il rencontre heureusement la lentille concave, qui remédie à la confusion de la lentille convexe, dont résulte un objectif admirable, tout différent des premiers.

Quelques considérations sur la Théorie de M. Euler & sur le Mémoire des Transactions qui annonce la découverte de M. Dollond, prouveront que cette conjecture n'est pas hasardée.

J'ai déjà fait voir les difficultés presque insurmontables dans l'exécution, d'un objectif à faire sur la supposition de milieux inégalement réfringents, suppose que la lentille convexe, formée du verre de la moindre réfraction, soit de $1\frac{1}{2}$ de pouce de foyer, & que la concave du verre de la plus grande réfraction, aye la face antérieure de $1\frac{1}{2}$, & la postérieure de $1\frac{9}{8}$ de pouce de foyer; son foyer négatif sera par conséquent de $1\frac{1}{2}$ de pouces, & il étendra celui du verre convexe jusqu'à 100 pouces, qui sera le foyer commun. Tous les défauts, qui pourront se trouver dans le verre & dans la justesse de la figure, seront multipliés dans la même raison, au moins 75 fois.

Malgré toute la perfection qu'on a acquise dans l'art de former & de polir les verres; le plus habile ouvrier doit manquer 100 fois avant de réussir: & de tous les défauts de l'exécution, un seul imperceptible par lui-même, mais multiplié 100 fois, ne sera que trop sensible.

Mais



Mais la supposition d'un succès inespéré même ne fait obtenir que très peu d'avantages.

Les faces des lentilles n'étant que des arcs de très petites sphères, ne permettent que de très petites ouvertures, d'un pouce tout au plus de diamètre, & ne parcourent, par conséquent, que des objectifs obscurs, qui n'admettent que peu de lumière.

L'augmentation ou la projection prodigieuse des foyers ne compense pas, par la correction de la dispersion des couleurs, le manque de clarté dans les lunettes courtes; & la difficulté; ou plutôt l'impossibilité de l'exécution fait désespérer des avantages que la Théorie promet pour les lunettes longues, ou l'ouverture des objectifs deviendrait plus considérable.

Cependant M. Dollond s'explique clairement; que son objectif composé de deux lentilles, l'une convexe tournée vers l'objet & l'autre concave vers l'oculaire, est doué d'une très grande ouverture: ce qui est absolument contraire à la Théorie de M. Euler. Mais il ne parait pas d'accord avec lui-même. Après un raisonnement qui n'est pas trop clair, il établit le foyer du verre convexe au concave, comme 2 à 3; quoique la manière mystérieuse avec laquelle il s'exprime, ne permette pas de le deviner absolument: cette inégalité est trop grande, & contraire aux principes mêmes qu'il veut établir.

Il prétend que la diverse réfraction des rayons colorés des deux sortes de verres qu'il emploie, est comme 2 à 3, & que les foyers des lentilles sont dans la même raison; il s'ensuivrait

si le foyer de la lentille convexe est de	2	pieds;
que celui de la concavité doit être de	3	
& leur foyer commun sera de	6	pieds.

Ce qui est non seulement impossible, & n'a aucun sens intelligible; mais par la Théorie, & les principes dont M. Euler a démontré la vérité, & que M. Dollond adopte lui-même, ces objectifs ne seroient absolument pas délivrés de la dispersion des couleurs. Ses propres expériences, celles qu'il a faites avec des coins de différentes sortes de verre, l'auroient conduit à la conviction de cette impossibilité, s'il avoit



travaillé sur les principes d'une Théorie raisonnée. Je rends justice aux talens & à l'habileté de M. Dollond; mais j'admire le hazard qui couronne sa patience infatigable à former des lentilles, & à les compasser.

Il adopte des principes, sur lesquels il s'imagine d'avoir formé ses objectifs, & s'égare dans des raisonnements contradictoires, selon lesquels il ne pouvoit pas se promettre le moindre succès: le hazard le conduit à la plus belle découverte. M. Dollond me permettra de lui exposer les doutes que les expériences faites avec différentes sortes de verre m'ont fait venir, sur la loi de la réfraction diverse des rayons colorés qu'il attribue aux deux sortes de verre qu'il employe.

Le flint-glaſs est un verre blanc; il transmet tous les rayons, qui forment des images dispersées, suivant la loi de la dispersion, ou de la diverse réfrangibilité des rayons de couleur.

Le crown-glaſs, verre d'une couleur verte, ne transmet que les rayons moyens verts & ceux qui n'en sont pas trop éloignés, en interceptant les rayons extremes, plus ou moins, selon qu'il est d'un verd plus ou moins foncé.

Le spectre du premier, formé par les images de tous les rayons colorés, transmis & rompus suivant la loi de leur diverse réfrangibilité, est parfait; il a sa grandeur telle qu'elle doit être conformément à la dispersion des rayons violets aux rouges.

Celui du second, formé par les images de la réfraction moyenne & de la moindre aberration, que le crown-glaſs transmet en interceptant les rayons extremes, est imparfait, considéré comme n'étant pas formé par les images de tous les rayons; il est plus petit que le précédent, & sa grandeur peut être comme 2 à 3, ou dans des rapports différents suivant la couleur plus ou moins verte du verre.

C'est par cette même raison, que les lentilles d'un verre de couleur verte forment une image plus nette, & celles d'un verre blanc une image plus lumineuse, mais qui fait appercevoir des couleurs; & que les premières admettent de même une plus grande ouverture que les dernières.



M. Dollond employe les deux fortes de verres pour former ces objectifs, en leur attribuant, suivant le rapport des spectres qu'ils forment, une dispersion différente.

Le crown-glaſs, en interceptant les images trop diſperſées du flint-glaſs, produit une image nette, mais qui, par la perte d'une partie des rayons ſeroit ſombre, s'il n'y apportoit pas du remede par la belle ouverture, que l'exemption de la conſuſion de la figure permet de lui donner.

Auſſi la multiplication ou le groſſiſſement de ſes lunettes ne répond pas à celle qu'un objectif exempt abſolument de la conſuſion de la figure & de la diſperſion des couleurs admectroit; il ſurpaſſeroit les Téléſcopes, ſi les foyers de tous les rayons étoient réunis auſſi parfaitement qu'ils le ſont par la réflexion des miroirs, qui ſont perdre beaucoup de lumière.

Il eſt obligé d'employer des oculaires d'un foyer conſidérable, & la correction abſolue de la diſperſion eſt due à la belle diſpoſition de ſes oculaires; je ne doute pas qu'avec une diſpoſition différente des oculaires, ou dans les lunettes aſtronomiques, on n'apperçoive pas l'apparition des couleurs, auxquelles ſes objectifs ſont encore ſujets.

M. Euler, convaincu que les objectifs délivrés de la diſperſion des couleurs, ne ſauroient procurer les avantages de l'objectif de M. Dollond, examina de nouveau ſa Théorie & ſes principes ſur la formation des objectifs, par la combinaison de pluſieurs lentilles exemptes de la diſſuſion du foyer de la figure, pour déterminer la Théorie de l'eſpece formée par la combinaison d'une lentille convexe avec une concave ou ménisque; combinaison, qu'on n'avoit pas examinée particulièrement, parce qu'on la croyoit ſujette à de trop grandes difficultés pour la pratique, par la projection du foyer commun des lentilles, qui multiplioit de même tous les défauts, d'autant plus à craindre, qu'on avoit manqué de ſuccès dans celles qu'on avoit regardées comme les plus faciles. Il les conſidéra, comme il avoit fait autrefois, jointes abſolument ſans le moindre intervalle, & ſans épaiſſeur comme une ſeule lentille: l'exécution ne répondit pas à l'attente de la Théorie, & comme il parut que l'hypothéſe d'une



jonction parfaite, qui ne peut pas avoir lieu à la rigueur, devoit en être la cause; il en forma une autre, en supposant une distance quelconque entre les lentilles, qui dans chaque cas peut être déterminée de manière qu'elle peut contribuer à perfectionner la lunette à d'autres égards, pour augmenter le champ apparent, ou pour la rendre plus courte. Hypothèse qui procurera en même tems le grand avantage à l'ouvrier, pourvu qu'il ne s'écarte pas trop grossièrement des mesures prescrites, de réparer ses fautes, en déterminant par l'expérience, ou le tâtonnement, l'intervalle entre les lentilles qui fait disparaître la confusion.

Il fait voir d'abord que les lunettes ne peuvent obtenir le degré de perfection qu'on desire, que par la correction de la diffusion du foyer qui résulte de l'ouverture de l'objectif; & qu'alors, quoiqu'il soit impossible de remédier à la dispersion des couleurs, ou de réunir les images des rayons différemment réfrangibles, dans une seule; cette diffusion devient insensible par l'arrangement des lentilles, qui présentent à l'oeil les images dispersées, sous un même angle, & confondues dans une seule.

L'oeil placé pour voir la file des images dispersées de biais, ne voit qu'une base colorée, d'autant plus longue que la direction de l'oeil sera différente de la ligne droite des images; mais, lorsqu'il est placé de manière qu'il les regarde dans la continuation de cette même ligne droite par l'arrangement des lentilles, ou quel que puisse être cet arrangement dans le point où les images se croisent; il ne verra qu'un point.

M. Euler soumet ensuite l'objectif formé par la combinaison d'une lentille convexe avec une concave ou ménisque, au calcul; & il y trouve les avantages désirés.

La lentille tournée vers l'objet reste également convexe, comme celle de l'hypothèse précédente, sans intervalle; mais la seconde concave inégalement, subir un changement considérable, le foyer de sa face tournée vers la convexe devient beaucoup plus court, & celui de l'autre d'autant plus long.



Ce qui fait voir les suites des suppositions: le plus petit intervalle entre les lentilles produit un changement très considérable; les hypothèses précédentes supposoient les lentilles jointes sans le moindre interstice; & il est impossible que dans l'exécution il n'y en aye.

La différente multiplication ou projection du foyer de la lentille convexe, par la concave ou le ménisque, & les différentes distances entre les deux lentilles, produisent les formules qui développent les résultats de tous les cas possibles dans lesquels on peut faire la combinaison des lentilles.

Je pourrois renvoyer sur les principes & sur le calcul pour la construction des ces objectifs formés de deux lentilles, l'une convexe & l'autre concave ou ménisque; au Mémoire de M. Euler, qui se trouve dans le 13 Tome du Recueil de l'Académie de l'année 1757: *Recherches sur les lunettes à 3 verres, qui représentent les objets renversés*. Il développe dans la première Hypothèse 8 espèces différentes de lunettes, dont l'objectif est formé de deux lentilles, qu'il suppose jointes immédiatement; depuis la page 331 jusqu'à la page 354; & dans la cinquième hypothèse, il y joint le développement nécessaire pour leur combinaison, en supposant un intervalle quelconque entre les deux lentilles; depuis la page 369 jusqu'à la page 372.

Mais, pour ne pas laisser de doute à M. Dollond, & pour développer absolument un sujet qui mérite d'être éclairci & mis dans tout son jour; j'emprunte du calcul de M. Euler, ce qui me paroît nécessaire, pour remplir ce but.

Soit A, B, une lentille convexe de deux côtés, dont on suppose les deux faces parfaitement sphériques. Fig. 4

le rayon de sa face AaB, sera $\equiv a$,

& celui de l'autre AbB, sera $\equiv b$.

Soit de plus $m : 1$, la raison de la réfraction du rayon qui passe de l'air dans cette lentille, qu'on suppose comme $1,55 : 1$, pour le verre le plus réfringent & pour les rayons moyens.

Si l'on suppose maintenant un point lumineux F dans l'axe de cette lentille à la distance $aF \equiv f$, dont les rayons passent
par



par la lentille en m , & que la distance de ce point m de l'axe de la lentille $mp = x$; ces rayons après la réfraction se réuniront avec

l'axe en G , de sorte qu'en posant $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$, on aura

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)xx}{2m} \left(\frac{1}{p} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right) \left(\frac{m+2}{a} + \frac{3m+2}{f} \right) - \frac{m}{p^2} \left(\frac{2m+1}{a} + \frac{3m+1}{f} \right) + \frac{m^3}{p^3} \right),$$

ou si l'on pose pour abréger $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{r}$, afin qu'on aie,

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} - \frac{1}{f}, \quad \& \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} + \frac{1}{f}, \quad \text{on aura}$$

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)xx}{2mp} \left(\frac{m+2}{r^2} + \frac{2m}{fr} - \frac{m(2m+1)}{pr} - \frac{m^2}{fp} + \frac{m^3}{p^2} \right).$$

Par conséquent, si x , exprime le demi-diametre de l'ouverture de la lentille, les rayons qui passent par l'extrémité de l'ouverture, représenteront l'image de l'objet en G , qui sera différente de celle que représentent les rayons qui passent par le milieu de la lentille en n . C'est de là que résulte la confusion causée par l'ouverture des lentilles, à laquelle il s'agit ici de remédier.

Fig. 1. Comme il est impossible de faire évanouir cette confusion en n'employant qu'une seule lentille A, B , plaçons derrière celle-ci sur le même axe une seconde C, D , à la distance $bc = e$, & posons le rayon de sa face convexe de devant vers la première lentille $CcD = c$, & de sa face postérieure $CdD = d$; je remarquerai, que si quelque face étoit concave, le rayon en seroit négatif.

Il s'agit à présent de déterminer ces deux lentilles, de manière qu'il n'en résulte aucune confusion dans l'image, qui sera représentée par toutes les deux.

Comme il est question ici d'objectifs de lunettes; la distance de l'objet que regarde l'oeil par la lentille A, B , qui a été posé $= f$ sera



sera infinie; & $\frac{1}{f} = 0$; & par conséquent $\frac{1}{r} = \frac{1}{a}$, ou $r = a$,
 & $\frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$; & par conséquent.

En posant le demi-diametre de l'ouverture de la lentille $= x$,
 l'image sera représentée par elle en G, &

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} + \frac{(m-1)xx}{2mp} \left(\frac{m+2}{a^2} - \frac{(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2} \right).$$

Mais, comme ces mêmes rayons, en passant par l'autre lentille
 CD, doivent représenter la seconde image en H, afin que la distan-
 ce $dH = h$, soit indépendante de l'ouverture des lentilles; on pour-
 ra regarder l'image en H, comme un objet, dont l'image représentée
 par la seule lentille CD, doit tomber au même point G, qui vient
 d'être déterminé.

On n'aura donc qu'à renverser le cas & poser;

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{q}; \quad \& \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{h} = \frac{1}{s}; \quad \text{de sorte que}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{h}; \quad \& \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{q} - \frac{1}{s} + \frac{1}{h};$$

Et en exprimant le demi-diametre de l'ouverture de la lentille
 CD, $= y$; le lieu de l'image G, se trouvant dans une situation
 contraire ou opposée; il en résulte;

$$-\frac{1}{cG} = \frac{m-1}{q} - \frac{1}{h} + \frac{(m-1)^2}{2mq} \left(\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2} \right);$$

Les ouvertures des deux lentilles, seront dans le rapport suivant;
 $x: y = bG: cG$; ou si $bG = g$; $x: y = g: g - c$;

Posons pour abréger;

$$\frac{m-1}{2mq} \left(\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2} \right) = Q,$$



& ayant dénommé $bg = g$; nous aurons ces deux équations

$$\frac{1}{g} = \frac{m-1}{p} + Px^2; \text{ \& } -\frac{1}{g-e} = \frac{m-1}{q} - \frac{1}{h} + Qy^2,$$

qui auront lieu également, quelque grande que soit l'ouverture des lentilles.

En posant $x = 0$; & $y = 0$; nous aurons;

$$\frac{1}{g} = \frac{m-1}{p}; \text{ \& } \frac{1}{g-e} = \frac{1}{h} - \frac{m-1}{q};$$

dont résultent les rapports;

$$x : y = g : g-e = \frac{1}{g-e} : \frac{1}{g} = \frac{1}{h} - \frac{m-1}{q} : \frac{m-1}{p}.$$

Pour déterminer enfin la distance g , renversons les deux équations;

$$g = \frac{1}{\frac{m-1}{p} + Px^2} = \frac{p}{m-1} - \frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2},$$

$$e-g = \frac{1}{\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h} + Qy^2} = \frac{1}{\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}} - \frac{Qy^2}{\left(\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}\right)^2};$$

& nous aurons;

$$e = \frac{p}{m-1} + \frac{1}{\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}} - \frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2} - \frac{Qy^2}{\left(\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}\right)^2};$$

$$\text{\& par conséquent } e = \frac{p}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h-q};$$

$$\text{\& ensuite; } \frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2} + \frac{Qy^2}{\left(m-1-\frac{1}{h}\right)^2} = 0;$$

ou



ou comme; $\frac{m-1}{p} : \frac{1}{h} - \frac{(m-1)}{q} = y : x$; nous aurons;
 $\frac{Px^2}{y^2} + \frac{Qy^2}{x^2} = 0$; & de même $Px^4 + Qy^4 = 0$: qui se
 reduiront à celles-ci; $P\left(\frac{(m-1)}{q} - \frac{1}{h}\right)^4 + \frac{(m-1)^4}{p^4}Q = 0$;
 ou $Q + P\left(\frac{p}{q} - \frac{p}{(m-1)h}\right)^4 = 0$.

C'est donc de cette équation jointe a la précédente,

$$e = \frac{p}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h-q},$$

qu'il faut déduire l'équation de notre Probleme.

Substituons à la place de P, & Q, leurs valeurs supposées;
 & en divisant par $\frac{m-1}{2m}$ notre seconde équation; elle prendra la
 forme suivante;

$$\frac{1}{q}\left(\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2}\right) + p^3\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{(m-1)h}\right)^4\left(\frac{m+2}{a^2} - \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2}\right) = 0,$$

ou la suivante;

$$\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2} + p^3q\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{(m-1)h}\right)^4\left(\frac{m+2}{a^2} - \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2}\right) = 0.$$

Dont on pourra déduire aisément la valeur de s ; & de même
 celle de a ; on pourra donc prendre à volonté d'abord les distances
 $bc = e$, & $dH = h$; ensuite la valeur de p , ou celle de q ; ou
 bien leur rapport mutuel; qui l'une & l'autre seront déterminées par
 la premiere équation;

$$e = \frac{1}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h-q}.$$



Enfin, prenant a à volonté, l'autre équation donnera la valeur de s , ou réciproquement; il faut seulement faire attention, que les racines de l'équation quarrée deviennent réelles.

Après avoir trouvé toutes ces valeurs, la figure des deux lentilles se déduira des formules suivantes;

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}; \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{q} - \frac{1}{s} + \frac{1}{h}; \quad \& \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{h}.$$

Il faut se rappeler;

que pour la lentille AB, les rayons { de l'antérieure vers l'objet $= a$
de ses faces sont, celui { de la postérieure $= b$

pour la lentille CD, les rayons de { de l'antérieure $= c$
ses faces sont celui { de la postérieure $= d$.

Le plus petit de ces quatre rayons, rapporté aux valeurs de x ou y , donnera l'ouverture dont les lentilles sont susceptibles, qui ne doit pas embrasser un arc, qui surpasse 20 degrés; & pour cet effet il faut remarquer, que $y = x - \frac{(m - 1)ex}{p}$;

Pour développer ces équations, il faut considérer la distance du foyer derriere la seconde lentille CD, $dH = h$, comme donnée.

Posons la distance des lentilles $bc = e = \frac{h}{\epsilon}$; soit ensuite

$$\frac{q}{m - 1} = \frac{h}{1 - \mu}; \text{ la premiere équation donne}$$

$$\frac{h}{\epsilon} = \frac{p}{m - 1} = \frac{h}{\mu};$$

& par conséquent $\frac{p}{m - 1} = h \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\mu} \right)$; dont résulte

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{(m - 1)h} = \frac{\mu}{(m - 1)h};$$

&



$$\& \quad p^3 q = \frac{(m-1)^4}{1-\mu} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu} \right)^3 h^4; \quad \& \text{ par conséquent;}$$

$$p^3 q \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{(m-1)h} \right)^4 = \frac{\mu^4}{1-\mu} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu} \right)^3; \quad \&$$

$$y = x \left(1 - \frac{\mu}{1+\mu} \right) = \frac{\varepsilon x}{\varepsilon \mu}; \quad \text{ou } x: y = \varepsilon + \mu: \varepsilon;$$

$$\text{Posons de plus; } a = \frac{p}{\alpha} = \frac{(m-1)h}{\alpha} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu} \right);$$

pour avoir;

$$\frac{m+2}{a^2} - \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2} = \frac{1}{p^2} (\alpha\alpha(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3);$$

$$p^3 q \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{(m-1)h} \right)^4 \left(\frac{m+2}{a^2} - \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2} \right) = \frac{\mu^4 \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu} \right)}{f^2 (m-1)^2 (1-\mu) h^2} (\alpha\alpha(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3);$$

Ce qui est le second membre de l'équation;

Posons ensuite $s = \frac{(m-1)h}{w}$; le premier membre prendra la forme suivante;

$$\frac{1}{(m-1)^2 h^2} (m+2)w^2 - 3mw + \mu m(2m+1)w + (1-\mu)m^2 - \mu(1-\mu)m^3;$$

Et l'équation entière sera;

$$(m-2)w^2 - 3mw + \mu m(2m+1)w + (1-\mu)m^2 - \mu(1-\mu)m^3 + \mu^3(1+\mu)\alpha^2(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3 = 0.$$

Après la résolution de cette équation, les rayons des faces des deux lentilles seront;



$$a = \frac{(m - 1)(\varepsilon + \mu)h}{\alpha \varepsilon \mu},$$

$$b = \frac{(m - 1)(\varepsilon + \mu)h}{(1 - \alpha)\varepsilon \mu},$$

$$c = \frac{(m - 1)h}{m - \mu - w},$$

$$d = \frac{(m - 1)h}{1 - m + w},$$

Je remarque, qu'on aura le cas dans lequel les deux lentilles sont supposées jointes ensemble, si l'on pose $\varepsilon = \infty$;

Posons pour abrégér;

$$\frac{\mu^2(\varepsilon + \mu)}{\varepsilon(1 - \mu)} = M,$$

$$\frac{3m}{m + 2} = A,$$

$$m(2m + 1) = B,$$

$$m \frac{m^2}{m + 2} = C,$$

$$\frac{m^3}{m + 2} = D;$$

Il y aura l'équation suivante à résoudre;

$$w = Aw - \mu Bw - (1 - \mu)C + \mu(1 - \mu)D - M(a^2 - aB + D);$$

dont il résulte

$$\begin{aligned} w = & \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}\mu B + \frac{1}{4}(A^2 - \frac{1}{2}\mu AB + \frac{1}{4}\mu^2 B^2 - M(a^2 - aB + D); \\ & - C + \mu C - \mu^2 D; \\ & + \mu D; \end{aligned}$$

qui



qui se réduit à la forme suivante;

$$w = \frac{A - \mu B}{2} \pm \sqrt{(\mu F - (1 - \mu)^2 \epsilon - M(a^2 - aB + D))}.$$

La valeur des caractères A, B, C, D, E, F, étant dépendantes de la réfraction de l'air & du verre en général, différente d'un verre à l'autre ; il est nécessaire d'en développer les valeurs, pour les différentes réfractions qu'on peut supposer ; ce qui donnera, supposé qu'elles aillent depuis 1, 50 jusqu'à 1, 55 : a 1 ; 6 Hypothèses de réfraction différente.

	hypoth. 1.	hypoth. 2.	hypoth. 3.	hypoth. 4.	hypoth. 5.	hypoth. 6.
$m =$	1,500000	1,510000	1,520000	1,530000	1,540000	1,550000
$A =$	1,285714	1,290598	1,295455	1,300254	1,305085	1,309859
$B =$	1,714286	1,729402	1,744545	1,759717	1,774915	1,790141
$C =$	0,642857	0,649601	0,656364	0,663144	0,669943	0,676765
$D =$	0,964286	0,980897	0,997673	1,014611	1,031713	1,048978
$E =$	0,229592	0,233190	0,236813	0,240463	0,244132	0,247827
$F =$	0,045918	0,048137	0,050420	0,052770	0,055185	0,057668

si l'on joint à ces objectifs un oculaire dont la distance du foyer est $= r$; les objets seront grossis en diamètre $\frac{h(\epsilon + \mu)}{\epsilon r}$; de fois.

Il sera aisé d'appliquer cette solution, & de la développer pour l'exécution, sur les différentes hypothèses qu'on peut former 1) de la projection du foyer positif de la première lentille convexe, & 2) de la distance entre les deux lentilles.

P R E M I E R E H Y P O T H E S E.

Projection triple du foyer de la première lentille ; $\mu = 3$, $a = \frac{1}{2}$.

Afin que les rayons ou foyers de faces de la première lentille convexe soient égaux, ou que la lentille devienne également convexe ;
posons



posons $\alpha = \frac{1}{2}$; & la projection du foyer $\mu = 3$. Nous aurons

$$w = \frac{1}{2}A - \frac{3}{2}B \pm \sqrt{(3F - 4E + \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon})(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}B + D)}$$

Et selon les 6 hypothèses de réfraction;

$$1. m = 1.50. w = -1.928572 \pm \sqrt{-0.780714 + 0.357143 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$2. m = 1.51. w = -1.948804 \pm \sqrt{-0.788349 + 0.366196 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$3. m = 1.52. w = -1.969090 \pm \sqrt{-0.795992 + 0.375401 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$4. m = 1.53. w = -1.989448 \pm \sqrt{-0.803542 + 0.384752 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$5. m = 1.54. w = -2.009830 \pm \sqrt{-0.801973 + 0.394255 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$6. m = 1.55. w = -2.030292 \pm \sqrt{-0.818304 + 0.403907 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

& ensuite pour les rayons des faces

$$a = b = \frac{2(m-1)(\epsilon+3)h}{3\epsilon}; \quad c = \frac{(m-1)h}{m-3-w}; \quad d = \frac{(m-1)h}{1-m+w}.$$

La valeur arbitraire de ϵ , ou de la distance entre les deux lentilles AB & CD, qu'on est le maître de fixer à volonté, donne autant d'espèces différentes de Lunettes; qu'il sera aisé de développer; mais il sera bon d'enveloper dans les derniers membres la fraction $\frac{27}{2}$; & ils prendront alors la forme suivante;

+



$$+ 4. 821430. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

$$+ 4. 943646. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

$$+ 5. 067914. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

$$+ 5. 194152. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

$$+ 5. 322442. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

$$+ 5. 452745. \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}),$$

Première espèce de lunettes de l'Hypothèse $\mu = 3$; & $a = \frac{1}{2}$, fig. 3.
 ϵ étant pris égal à 30;

ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{30}$;

de leur foyer commun h ; ou $\frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{30}$;

la première lentille convexe également, la seconde concave inégalement.

Fixons $\epsilon = 30$; & la distance entre les deux lentilles qui forment l'objectif; $bc = e = \frac{1}{30} h$, ou de leur foyer commun; il en résulte les rayons de la première lentille également convexe, $a = b = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} (m - 1) h$; & les ouvertures $x: y = \epsilon + 3: \epsilon$; ou comme 33 à 30, ou comme 11 à 10.

$$\text{le grossissement} = \frac{11 h}{10 y},$$

$$\text{le foyer de l'oculaire} = \frac{3 h}{100 y},$$



Les 6 Hypotheses de réfraction donneront les déterminations suivantes pour la valeur de w .

1. $m = 1.50. w = 1.928572 \pm \sqrt{4.522959} = 0.198153$
2. $m = 1.51. w = 1.948804 \pm \sqrt{4.649661} = 0.207503$
3. $m = 1.52. w = 1.969090 \pm \sqrt{4.778713} = 0.216937$
4. $m = 1.53. w = 1.989448 \pm \sqrt{4.910025} = 0.226410$
5. $m = 1.54. w = 1.009830 \pm \sqrt{5.043713} = 0.235991$
6. $m = 1.55. w = 1.030292 \pm \sqrt{5.179715} = 0.245606$

On formera le reste du calcul de la maniere suivante;

	hypoth. 1.	hypoth. 2.	hypoth. 3.	hypoth. 4.	hypoth. 5.	hypoth. 6.
$m =$	1.500000	1.510000	1.520000	1.530000	1.540000	1.550000
$w =$	0.198153	0.207503	0.216937	0.226410	0.235991	0.245606
$m - w =$	1.301847	1.302497	1.303063	1.303590	1.304009	1.304394
$m - w - 3 =$	1.608153	1.697503	1.696937	1.696410	1.695991	1.695606
$1 - m - w =$	0.301847	0.302497	0.303063	0.303590	0.304009	0.304394
$l(m - 1) =$	9.6989720	9.7075702	9.7160033	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - 3 - w) =$	0.2299769	0.2298106	0.2296657	0.2295309	0.2294255	0.2293249
$l(1 - m + w) =$	9.4797869	9.4807211	9.48153.9	9.4822875	9.4828865	9.4834361
$l - \frac{e}{b} =$	9.4689931	9.4777596	9.4863376	9.4947450	9.5029683	9.5110378
$l - \frac{d}{b} =$	0.2191831	0.2268491	0.2344704	0.2419884	0.2495073	0.2569266
$a = b =$	0.366667b	0.374000b	0.381333b	0.388667b	0.396000b	0.403333b
$c =$	0.294437b	0.300441b	0.306434b	0.312424b	0.318396b	0.324368b
$d =$	1.656468b	1.685967b	1.715815b	1.745776b	1.776263b	1.806858b

Le diamètre de l'ouverture des deux lentilles, sera déterminé par le rayon c , de la face antérieure de la seconde lentille comme le plus petit; en le rendant égal à $\frac{1}{3}$ de ce rayon, le plus grand arc pour l'ouverture des lentilles ne fera que de 19 degrés.

Par conséquent, en posant $2y = \frac{1}{3}c$; on aura $2x = \frac{1}{3}c$; ou la premiere lentille AB aura pour diamètre de son ouverture $\frac{1}{3}c$; & la seconde — CD — — — — — $\frac{1}{3}c$; & cette ouverture exprimée en pouces, exprimera le grossissement des objets $\frac{1}{3}h$; en diamètre.



Je développerai les déterminations pour les 3 hypothèses de réfraction 1,53: 1; 1,54: 1; 1,55: 1; parce que les différentes réfractions du verre que j'ai pu remarquer sont à peu près dans ces bornes.

1) le foyer commun à compter depuis la seconde lentille tombe à la distance	—	—	—	—	—	$= h$
2) la distance c entre les deux lentilles AB & CD est						$= \frac{1}{3} h$
3) hypothèses de réfraction	1,53: 1	1,54: 1	1,55: 1			
4) la première lentille AB, également convexe, a pour rayon	0.388667h	0.396000h	0.403333h			
5) la seconde CD, concave inégalement	—	—				
a pour rayon de la face antérieure	0.312424h	0.318306h	0.324568h			
— — — postérieure	1.745776h	1.776263h	1.806868h			
6) diamètre de l'ouverture de la première lentille AB	—					
de la seconde lentille CD	0.114555h	0.116745h	0.118935h			
	0.104141h	0.106132h	0.108123h			
7) le foyer commun h exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diamètre	3.81850 h	3.89150 h	3.96450 h			
8) pour obtenir cette multiplication, l'oculaire aura pour foyer	0.288pouc.	0.283pouc.	0.277pouc.			

En général, quand on emploie un oculaire, dont le foyer est exprimé par exemple $= r$; les objets seront grossis $\frac{11 h}{10 r}$ fois en diamètre.



Par conséquent, en établissant pour règle générale, qu'un grossissement de 100 fois en diamètre demande une ouverture de 3 pouces pour l'objectif, on ne doit pas employer un oculaire, dont la distance du foyer soit plus petite que celle qu'on vient de marquer.

Si l'on veut obtenir une multiplication de M fois en diamètre; il faudroit employer un oculaire dont la distance du foyer seroit $= \frac{11h}{10M}$: par conséquent, si $M = \frac{11h}{3}$, le foyer de l'oculaire sera de $\frac{1}{10}$ de pouces.

Un objectif de cette espèce formé de deux lentilles éloignées l'une de l'autre de $\frac{1}{30}h$; dont le foyer commun seroit de 5 pouces, seroit obtenir avec un tel oculaire un grossissement de 20 fois en diamètre.

Enfin il y a dans l'exécution de ces objectifs un succès d'autant plus sûr à espérer que l'expérience pourra déterminer les plus justes intervalles entre les lentilles, qui fait disparaître la confusion, en les rapprochant ou les éloignant; pourvu que l'Artiste ne s'écarte par trop grossièrement des mesures prescrites.

Ayant remarqué, que, pour le verre qu'on emploie ordinairement pour les lunettes, la raison de réfraction est assez exactement comme 1,54: 1, j'ajoute sur cette supposition la Table suivante.



TABLE

en pouces & milliemes parties d'objectifs composés de deux lentilles; la premiere convexe également; la seconde concave inégalement; éloignées l'une de l'autre de $\frac{1}{30}$ de leur foyer commun; la réfraction du verre étant supposée comme 1,54: 1, l'oculaire est de $\frac{1}{5}$ de pouces de foyer.

Foyer commun des deux lentilles ou distance du foyer après la lentille concave.	Distance entre les deux lentilles.	Rayon ou foyer de la premiere lentille antérieure vers l'objet convexe également.	Rayons de la seconde lentille concave inégalement. Rayon de la face antérieure vers la lentille convexe.	Rayon de la face postérieure vers l'oculaire.	Diametre de l'ouverture des deux lentilles.	Grossissement des objets en diametre.
1	0. 033	0. 396.	0. 318	1. 776	0. 11	3. 67
2	0. 067	0. 792	0. 637	3. 553	0. 22	7. 33
3	0. 100	1. 188	0. 955	5. 329	0. 33	11. 00
4	0. 133	1. 584	1. 274	7. 105	0. 44	14. 67
5	0. 167	1. 980	1. 592	8. 881	0. 55	18. 33
6	0. 200	2. 376	1. 910	10. 658	0. 66	22. 00
8	0. 267	3. 168	2. 547	14. 210	0. 88	29. 33
10	0. 333	3. 960	3. 184	17. 763	1. 10	36. 67
12	0. 400	4. 752	3. 820	21. 316	1. 32	44. 00
15	0. 500	5. 940	4. 776	26. 644	1. 65	55.
18	0. 600	7. 128	5. 731	31. 973	1. 98	66.
21	0. 700	8. 316	6. 686	37. 302	2. 31	77.
24	0. 800	9. 504	7. 641	42. 631	2. 64	88.
30	1. 000	11. 880	9. 552	53. 288	3. 30	110.
36	1. 200	14. 256	11. 462	63. 946	3. 96	132.
42	1. 400	16. 632	13. 373	74. 603	4. 62	154.
48	1. 600	19. 008	15. 283	85. 261	5. 28	176.
54	1. 800	21. 384	17. 193	95. 919	5. 94	198.
60	2. 000	23. 760	19. 104	106. 576	6. 60	220.
72	2. 400	28. 512	22. 924	127. 892	7. 92	264.
84	2. 800	33. 264	26. 746	149. 206	9. 24	308.
96	3. 200	38. 016	30. 566	170. 522	10. 56	352.
108	3. 600	42. 768	34. 386	191. 838	11. 88	396.
120	4. 000	47. 520	38. 208	213. 152	13. 20	440.
144	4. 800	57. 024	45. 848	255. 784	15. 84	528.

J'observerai encore, que si l'on avoir posé la distance des deux lentilles; $bc = e = \text{zero}$, ou qu'elles foyent jointes absolument;



on auroit trouvé les rayons pour les hypothèses de réfraction $m = 1,50; 1,53; 1,55$; de la manière suivante.

	$m = 1,50$	$m = 1,53$	$m = 1,55$
$a = b =$	$0.333333h$	$0.353333h$	$0.366666h$
$c = -$	$0.316134h$	$0.336305h$	$0.349762h$
$d = -$	$1.192297h$	$1.249850h$	$1.286544h$

Afin que l'on puisse mieux comparer ces rayons avec ceux que l'intervalle $bc = \frac{1}{3}h$ a fait déterminer; augmentons-les en raison de 10:11, afin que la première lentille AB soit la même dans l'un & l'autre cas; & nous aurons pour l'hypothèse $bc = 0$;

	$m = 1,50$	$m = 1,53$	$m = 1,55$
$a = b =$	$0.366667h$	$0.388667h$	$0.403333h$
$c = -$	$0.347747h$	$0.369935h$	$0.384738h$
$d = -$	$1.311526h$	$1.374835h$	$1.415198h$

Il en résulte que, supposant la première lentille donnée, la petite distance entre les deux lentilles $bc = \frac{1}{3}h$, exige un changement très considérable dans la seconde lentille concave; le rayon de la face antérieure devient beaucoup plus petit, & celui de la postérieure d'autant plus grand.

Et il s'ensuit encore, qu'il est très-difficile ou plutôt impossible, que les objectifs formés selon l'hypothèse de l'intervalle $bc = 0$, où les deux lentilles sont supposées jointes absolument sans le moindre intervalle, puissent réussir dans l'exécution, parce que la moindre distance exige une construction très-différente.

Seconde espèce de lunettes de l'hypothèse $\mu = 3$, & $\alpha = \frac{1}{2}$, ϵ , étant pris égal à 12,

ou la distance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{12}$,

de leur foyer commun h ; ou $\frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{12}$.

La première lentille convexe également; la seconde concave inégalement.

Fixons



Fixons $\varepsilon = 12$; & la distance plus grande entre les deux lentilles que dans le cas précédent, sera $bc = e = \frac{1}{2}h$, ou de leur foyer commun, il en résulte; $a = b = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}(m-1)h = \frac{1}{2}(m-1)h$; & l'ouverture; $x : y = \varepsilon + 3 : \varepsilon = 15 : 12 = 5 : 4$.

Si le foyer de l'oculaire est $= r$, le grossissement sera $= \frac{5h}{4r}$;

& par conséquent le foyer de l'oculaire $= \frac{3h}{100y}$, le diamètre de l'ouverture des deux lentilles étant déterminé par le plus petit rayon de la seconde lentille c ; celui de la seconde sera $\frac{2}{3}c$; & celui de la première $\frac{1}{2}c$. L'ouverture de la première lentille ne sauroit être prise aussi grande, que sa courbure le permettroit; parce qu'il faut se régler sur la seconde concave.

Il suffira pour éviter la prolixité du calcul de considérer 3 hypothèses de réfraction, $m = 1.51, 1.53, 1.55$, & il sera aisé d'en deduire les autres qui pourront se rencontrer dans le verre qu'on emploie. Nous aurons les formules suivantes pour la valeur de w .

1. $m = 1.51. w = -1.948804 \pm \sqrt{5.391209} = 0.373093$
2. $m = 1.53. w = -1.989448 \pm \sqrt{5.689148} = 0.395745$
3. $m = 1.55. w = -2.030292 \pm \sqrt{5.927627} = 0.418713$

On formera le reste du calcul de la maniere suivante.

m	$= 1.510000$	1.530000	1.550000
w	$= 0.373093$	0.395745	0.418713
$m - w$	$= 1.136907$	1.134255	1.131287
$m - w - 3$	$= 1.863093$	1.865745	1.868713
$1 - m - w$	$= 0.136907$	0.134255	0.131287
$\log. (m - 1)$	$= 9.7075702$	9.7242759	9.7403627
$\log. (m - w - 3)$	$= 0.2702347$	0.2708523	0.2715426
$\log. (1 - m - w)$	$= 9.1364257$	9.1279305	9.1182217
$l - \frac{c}{h}$	$= 9.4373355$	9.4534236	9.4688201
$l - \frac{d}{h}$	$= 0.5711445$	0.5963454	0.6221410
$a = b$	$= 0.425000h$	$0.441667h$	$0.458333h$
c	$= 0.273738h$	$0.284069h$	$0.294320h$
d	$= 3.72157h$	$3.947712h$	$4.189296h$



Il en résulte le développement suivant

1) le foyer commun à compter depuis la seconde lentille tombe à la distance	—	—	—	—	—	= h
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est						= $\frac{1}{12}h$
3) Hypotheses de réfraction	1,53: 1	1,54: 1	1,53: 1			
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon	0.441667h	0.450000h	0.458333h			
5) la seconde CD, concave inégalement						
a pour rayon de la face						
antérieure	0.284069h	0.289159h	0.294320h			
postérieure	3.947712h	4.068504h	4.189296h			
6) Diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB	—	—	—			
de la seconde CD	—	—	—			
7) le foyer commun h , exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	3.9454 h	4.0165 h	4.0878 h			
8) Pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.316pouces	0.311pouces	0.305pouces			

La regle générale étant, que si le foyer de l'oculaire est $= r$, les objets seront grossis $\frac{5h}{4r}$; la même distance h , produit dans ce cas ci, un grossissement supérieur à celui du cas précédent, avec un oculaire plus grand, ce qui est très avantageux; & cette hypothese d'un plus grand intervalle entre les deux lentilles faisant obtenir des lunettes plus avantageuses, il fera à propos de développer d'autres especes en supposant la distance entre les deux lentilles plus grande encore.



Troisième espèce de lunettes de l'hypothèse $\mu = 3$, & $\alpha = \frac{1}{2}$.

ϵ , étant pris égal à 6,

où la distance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{6}$ Fig. 4.

de leur foyer commun h , ou $\frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{6}$;

la première lentille convexe également; la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la première, & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = 6$; & la distance plus grande entre les deux lentilles que dans le cas précédent sera $bc = \epsilon = \frac{1}{6}h$, ou de leur foyer commun, il en résulte

$a = b = (m - 1)h$; & leur ouverture $x : y = 3 : 2$.

si le foyer de l'oculaire est $= r$; le grossissement sera $= \frac{3h}{2r}$; & le

foyer de l'oculaire $= \frac{3h}{100y}$.

Nous aurons pour 3 hypothèses d'une réfraction différente $m = 1,51$. 1,53. 1,55, les formules suivantes pour la valeur de w .

$$1. m = 1,51; \quad w = -1.$$

$$2. m = 1,53; \quad w = -1.$$

$$3. m = 1,55; \quad w = -2.$$



Il en résulte le calcul suivant.

$m =$	1. 510000	1. 530000	1. 550000
$w =$	0. 625515	0. 653975	0. 682790
$m - w =$	0. 884485	0. 876025	0. 867210
$m - w - 3 =$	2. 115515	2. 123975	2. 132790
$1 - m + w =$	0. 115515	0. 123975	0. 132790
$l(m - 1) =$	9.7075702	9.7242759	9.7403627
$l(m - w - 3) =$	0.3254161	0.3271494	0.3289482
$l(1 - m + w) =$	9.0626383	9.0933343	9.1231654
$l\left(-\frac{c}{h}\right) =$	9.3821541	9.3971265	9.4114145
$l + \frac{d}{h} =$	0.6449319	0.6309416	0.6171973
$a = b =$	0.510000 h	0.530000 h	0.550000 h
$c =$	0.241076 h	0.249532 h	0.257878 h
$d =$	4.415012 h	4.275055 h	4.141886 h

Le foyer de la première lentille AB, étant $p = (m-1) \frac{\epsilon + \mu h}{\epsilon \mu}$,

ou $\frac{p}{m-1} = \frac{\epsilon + \mu h}{\epsilon \mu}$, ou $\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\mu} h$; & $\epsilon = 6$; $\mu = 3$;
il sera $= \frac{1}{18} h$, ou $\frac{1}{2} h$.

Le foyer de la seconde lentille CD, étant $q = (m-1) \frac{h}{1-\mu}$;

ou $\frac{q}{m-1} = \frac{h}{1-\mu} = -\frac{1}{2} h$; c'est à dire.

Le foyer positif de la première lentille AB, sera précisément égal au foyer négatif de la seconde CD; qui dans ce cas devient un ménisque concave devant, & convexe de l'autre côté vers l'oculaire.



Ce cas fournit le développement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance	$= h$		
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est	$= \frac{1}{6}h$		
3) Hypotheses de réfraction	1,51: 1	1,53: 1	1,55: 1
4) premiere lentille AB, également convexe a pour rayon —	0.530000h	0.540000h	0.550000h
5) la seconde CD ménisque. a pour rayon de la face antérieure concave	0.249532h	0.253731h	0.257878h
— — postérieure convexe	4.275055h	4.207610h	4.141886h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB. —	0.124765h	0.126865h	0.128938h
de la seconde lentille CD	0.083177h	0.084577h	0.085959h
7) le foyer commun h , exprimé en pouces, exprimera les gros- sissements des objets en diametre	4.1588h	4.2288h	4.2978h
8) pour obtenir cette multiplia- tion l'oculaire aura pour foyer	0.367pouces	0.358pouces	0.349pouces

Suivant la regle générale, le foyer de l'oculaire étant $= r$,
les objets seront grossis dans ce cas ci $\frac{3h}{2r}$: l'avantage par conséquent
des objectifs de cette espee est encore plus grand, que celui que les
précédents faisoient obtenir; la même distance h produit un grossisse-
ment plus considérable, avec un plus grand oculaire.

Quatrième espèce de lunettes de l'hypothèse $\mu = 3$ & $a = \frac{1}{2}$,

ϵ étant pris égal à 3

ou la distance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{3}$

de leur foyer commun h ; ou $\frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{3}$,

la première lentille convexe également; la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la première & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = 3$; & la distance plus grande encore entre les deux lentilles que dans le cas précédent, fera $bc = \epsilon = \frac{1}{3}h$, ou de leur foyer commun.

Il en résulte.

$a = b = \frac{4}{3}(m - 1)h$; & leur ouverture $x : y = 2 : 1$.

Si le foyer de l'oculaire est $= r$, le grossissement sera $\frac{2h}{r} = \frac{100x}{3}$,

le foyer de l'oculaire sera $= \frac{3h}{100y}$.

Nous aurons pour 3 hypothèses d'une réfraction différente $m = 1,51; 1,53; 1,55$; les formules suivantes pour la valeur de w .

$$1. m = 1,51. w = -1,948804 \pm \sqrt{9,098943} = 1,067642$$

$$2. m = 1,53. w = -1,989448 \pm \sqrt{9,584762} = 1,106479$$

$$3. m = 1,55. w = -2,030292 \pm \sqrt{10,087186} = 1,145741$$



Il en résulte de calcul suivant.

$m =$	1. 510000	1. 530000	1. 550000
$w =$	1. 067642	1. 105479	1. 145741
$m - w =$	0. 442358	0. 423521	0. 404259
$m - w - 3 =$	2. 557642	0. 576479	2. 595741
$1 - m + w =$	0. 557642	2. 576479	0. 595741
$\log. (m - 1) =$	9.7075702	9.7242759	9.7403627
$l(m - w - 3) =$	0.4078397	0.4110266	0.4142614
$l(1 - m + w) =$	9.7463554	9.7607834	9.7750575
$l - \frac{c}{d} =$	9.2997305	9.3132493	9.3261013
$l + \frac{d}{h} =$	9.9612148	9.9634925	9.9653052
$a = b =$	0.680000 h	0.706667 h	0.733333 h
$c =$	0.199402 h	0.205707 h	0.211885 h
$d =$	0.914565 h	0.919375 h	0.923220 h

Le foyer de la première lentille AB; $\frac{p}{m - 1}$ fera $= \frac{2}{3} h$;

& celui de la seconde CD $= \frac{q}{m - 1} = = \frac{1}{2} h$

Le diamètre de l'ouverture de la seconde lentille étant $= \frac{1}{3} c$,
celui de la première AB, fera $= = = = \frac{2}{3} c$;

en exprimant le rayon c , en pouces, on obtiendra un grossissement
de $\frac{200c}{9}$; en l'exprimant par M, & le foyer de l'oculaire par r ;

$r = \frac{2h}{M}$; & le foyer de l'objectif même depuis la première lentille
étant $= c + h = \frac{4}{3} h$. Ces lunettes seront plus avantageuses, en-
core que les précédentes, étant plus courtes avec le même gros-
sissement.



Il en résulte le développement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille, à la distance	—	—	—	—	$= h$
2) la distance e entre deux lentilles AB & CD est	—	—	—	—	$= \frac{1}{3}h$
3) Hypotheses de réfraction	—	1.51:1	1.53:1	1.55:1	
4) la première lentille AB, également convexe a pour rayon	0.706667h	0.720000h	0.733333h		
5) la seconde CD, ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.205707h	0.208780h	0.211885h		
— — postérieure convexe	0.919375h	0.921176h	0.923220h		
6) diamètre de l'ouverture de la première lentille AB. —	0.137138h	0.139186h	0.141256h		
de la seconde CD —	0.068569h	0.069593h	0.070628h		
7) le foyer commun exprimé en pouces exprimera le grossisse- ment des objets en diamètre.	4.5713h	4.6395h	4.7085h		
8) Pour obtenir cette multipli- cation l'oculaire aura pour foyer	0.437pouces	0.431pouces	0.425pouces		

Ces lunettes seront plus avantageuses encore que les précédentes; pour obtenir par exemple un grossissement de 100 fois, il suffira de prendre $h = 22$ pouces: & comme $e = \frac{1}{3}h = 7\frac{1}{3}$ pouces, la distance depuis la première lentille, ou toute la longueur de la lunette, sera de $29\frac{1}{3}$ pouces.

Elle égalera une lunette ordinaire de 30 pieds; & une de 5 pieds, ou de 60 pouces, fera l'effet d'une ordinaire de 100 pieds.

Mais pour être à même de choisir le cas le plus avantageux; il sera nécessaire de considérer l'hypothèse d'une moindre projection ou μ d'une moindre valeur.



S E C O N D E H Y P O T H E S E

*d'une Projection moindre; double seulement du foyer de la
premiere lentille; $\mu = 2$; & $\alpha = \frac{1}{2}$.*

Fixons $\mu = 2$; & laissons $\alpha = \frac{1}{2}$; afin que la premiere lentille reste également convexe.

Les rayons des faces des lentilles seront

$$a = b = \frac{(m - 1)(\epsilon + 2)h}{\epsilon}.$$

$$c = \frac{(m - 1)h}{m - w - 2}.$$

$$d = \frac{(m - 1)h}{1 - m + w}; \text{ \& leurs ouvertures; } x: y = \epsilon + 2: \epsilon.$$

Pour grossir les objets M fois en diametre, l'oculaire doit avoir le foyer $= \frac{h(2 + \epsilon)}{M'\epsilon} = \frac{\alpha}{M'(m - 1)}$; & comme

$M = -8\left(\frac{2 + \epsilon}{\epsilon}\right)$, il y aura

$$w = \frac{1}{2}A - B \pm \sqrt{(2F - \epsilon) + 8\left(\frac{2 + \epsilon}{\epsilon}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}B + D\right)}.$$

Et les 3 hypotheses de réfraction $m = 1,51; 1,53; 1,55$; donneront les résultats suivants.

$$1. \ m = 1,51. \ w = -1,084103 \pm \sqrt{-0,136916 + 2,929568 \frac{2 + \epsilon}{\epsilon}},$$

$$2. \ m = 1,53. \ w = -1,109590 \pm \sqrt{-0,134923 + 3,078016 \frac{2 + \epsilon}{\epsilon}},$$

$$3. \ m = 1,55. \ w = -1,135211 \pm \sqrt{-0,132491 + 3,231256 \frac{2 + \epsilon}{\epsilon}},$$

Nous



Nous développerons d'abord un cas qui paroît devoir être le plus avantageux; en supposant la distance e entre les deux lentilles fort grande, ou $\frac{1}{2}h$, la moitié de leur foyer commun; en donnant à ϵ , une petite valeur ≈ 2 .

Première espèce de lunettes de la seconde hypothèse

$$\mu \approx 2, \quad \& \quad \alpha \approx \frac{1}{2}; \quad \epsilon \approx 2,$$

ϵ étant pris égal à 2; ou la distance e entre les deux lentilles, étant

$$\text{fixée à } \frac{1}{2} \text{ de leur foyer commun } h; \quad \text{ou } \frac{h}{\epsilon} \approx \frac{h}{2}.$$

la première lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la première & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon \approx 2$, & la distance entre les deux lentilles $bc \approx e \approx \frac{1}{2}h$; ou de leur foyer commun.

Il en résulte

$$a \approx b \approx 2(m - 1)h; \quad \& \text{ leur ouverture; } x: y \approx 2: 1.$$

Si l'on veut grossir les objets M fois en diamètre l'oculaire aura son foyer $\approx \frac{2h}{M}$.

Et nous aurons pour les 3 hypothèses de réfraction

$$m \approx 1.51. \quad w \approx -1.084103 \pm \sqrt{5.722220} \approx 1.308013$$

$$m \approx 1.53. \quad w \approx -1.109590 \pm \sqrt{6.021109} \approx 1.344205$$

$$m \approx 1.55. \quad w \approx -1.135211 \pm \sqrt{6.330021} \approx 1.389743$$

Il en résulte le calcul suivant.

$m =$	1.150000	1.530000	1.550000
$w =$	1.308013	1.344205	1.380743
$m - w =$	0.201987	0.186795	0.160257
$m - w - 2 =$	1.798013	1.814205	1.830743
$m + w =$	0.798013	0.814205	0.830743
$lm =$	9.7075702	9.7242750	9.7403627
$lm - w - 2 =$	0.2547928	0.2516863	0.2626274
$li = m + w =$	9.9020099	9.9107337	9.9194667
$l = \frac{c}{h} =$	9.4527774	9.4655896	9.4777353
$l \frac{d}{h} =$	9.8055603	9.8135422	9.8208960
$a = b =$	$1.020000h$	$1.060000h$	$1.150000h$
$c =$	$0.283646h$	$0.292139h$	$0.300424h$
$d =$	$0.639088h$	$0.650942h$	$0.660535h$

Les diamètres de l'ouverture des lentilles étant déterminés par le rayon c ; celui de l'ouverture de la première lentille AB sera $= \frac{2}{3}c$; & de la seconde CD $= \frac{1}{3}c$.

Le grossissement étant dépendant de l'ouverture de la première lentille, si $\frac{2}{3}c = 3$ pouces; il sera $= 100$; & le foyer de l'oculaire sera $= \frac{3}{5}h$, & comme $c = \frac{3}{10}h$; cette multiplication demande $\frac{2}{3}h = 3$ pouces; & $h = 15$ pouces; l'oculaire aura le foyer $= \frac{3}{10}$ pouces.

En général, si l'on veut grossir les objets M fois en diamètre; on prendra $h = \frac{3}{20}M$ pouces; le foyer depuis la première lentille sera $c + h = \frac{9}{20}M$; & celui de l'oculaire sera $= \frac{3}{10}$ pouces.

En comparant l'objectif à celui de l'hypothèse précédente $\mu = 3$, & $\epsilon = 30$; cette même multiplication demanderoit alors pour foyer $\frac{3}{10}M = \frac{1}{40}M$ pouces; ou la lunette seroit de $\frac{1}{4}$ plus longue, ce qui prouve l'avantage de cette seconde hypothèse.

Voici le développement

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance	—	—	—	—	—	$= h$
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est	—	—	—	—	—	$= \frac{1}{4}h$
3) Hypotheses de réfraction	—	1,51.	1,53.	1,55.		
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon	—	—	—	—	1.0200h	1.0600h 1.1000h
5) la seconde ménisque a pour rayon de la face antérieure						
concave	—	—	—	—	0.2836h	0.2921h 0.3004h
— — postérieure convexe	—	—	—	—	0.6391h	0.6509h 0.6605h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB	—	—	—	—	0.1890h	0.1948h 0.2002h
de la seconde CD	—	—	—	—	0.0945h	0.0974h 0.1001h
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	—	—	—	—	6.30h	6.49h 6.67h
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	—	—	—	—	0.32pouc.	0.31pouc. 0.30pouc.

Pour abrégé, je me contente d'ajouter simplement le développement de quelques especes de lunettes qu'on peut obtenir dans cette seconde hypothese $\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{4}$; selon la valeur qu'on donnera à e , ou la distance e qu'on fixera entre les deux lentilles.

*Seconde espece.*

$$\mu = 2; a = \frac{1}{2}; \varepsilon = 4,$$

ou la distance des lentilles $\frac{3}{4}h$.

$$a = b$$

leurs ouvertures; $x: y = 3: 2$.

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement $= \frac{3h}{2r}$.

Il en résulte le développement suivant

m	w	$a=b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1,51	0.9792	0.7650h	0.3471h	1.0871h	0.1735h	0.1157h	5.78h	0.26
1,53	1.0075	0.7950h	0.3587h	1.1100h	0.1794h	0.1196h	5.98h	0.25
1,55	1.0860	0.8250h	0.3701h	1.1317h	0.1851h	0.1234h	6.17h	0.25

Troisième espece.

$$\mu = 2; a = \frac{1}{2}; \varepsilon = 6;$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{2}h$.

$$a = b$$

leurs ouvertures; $x: y = 4: 3$.

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$;

le grossissement $= \frac{4h}{3r}$;

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a=b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1.51.	0.8573	0.6800h	0.3785h	1.4685h	0.1682h	0.1262h	5.61h	0.24
1.53.	0.8827	0.7067h	0.3918h	1.5027h	0.1741h	0.1306h	5.80h	0.23
1.55.	0.9083	0.7333h	0.4049h	1.5350h	0.1798h	0.1349h	5.99h	0.22

*Quatrieme espece.*

$$\mu = 2; a = \frac{1}{2}; e = 8;$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{3} h$.

$$a = b$$

leurs ouvertures; $x: y = 5: 4$.

$$\text{le foyer de l'oculaire } r = \frac{3h}{100y}.$$

$$\text{le grossissement} = \frac{5h}{4r}.$$

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a = b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1.51.	0.7943	0.6375h	0.3974h	1.1656h	0.1656h	0.1325h	5.52h	0.22
1.53.	0.8172	0.6625h	0.4117h	1.1715h	0.1715h	0.1372h	5.72h	0.22
1.55.	0.8413	0.6875h	0.4257h	1.1774h	0.1774h	0.1419h	5.91h	0.21

Cinquieme espece.

$$\mu = 2; a = \frac{1}{2}; e = 10.$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{5} h$.

$$a = b$$

leurs ouvertures; $x: y = 6: 5$;

$$\text{le foyer de l'oculaire } r = \frac{3h}{100y}.$$

$$\text{le grossissement} = \frac{6h}{5r}.$$

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a = b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1.51.	0.7540	0.6120h	0.4100h	2.0902h	0.1639h	0.1366h	5.46h	0.22
1.53.	0.7768	0.6360h	0.4251h	2.1475h	0.1700h	0.1417h	5.66h	0.21
1.55.	0.8000	0.6600h	0.4400h	2.2000h	0.1759h	0.1466h	5.86h	0.20

Sixieme

*Sixieme espece.*

$$\mu = 2; \alpha = \frac{1}{2}; \epsilon = 20.$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{10} h$.

$$a = b$$

leurs ouvertures; $x: y = 11: 10$.

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement $= \frac{11h}{10r}$.

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a=b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1.51	0.6725	0.5610h	0.4387h	3.1385h	0.1608h	0.1462h	5.36 h	0.20
1.53	0.6934	0.5830h	0.4156h	3.2436h	0.1670h	0.1519h	5.56 h	0.19
1.55	0.7146	0.6050h	0.4723h	3.3414h	0.1731h	0.1574h	5.77 h	0.19

TROISIEME HYPOTHESE

d'une projection moindre que les deux précédentes du foyer de la première lentille.

Un & demi-foisement; ou $\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$.

Fixons $\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; en laissant $\alpha = \frac{1}{2}$, ou la première lentille convexe également.

Les rayons des faces des lentilles seront;

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\epsilon+3)h}{3\epsilon}$$

$$c = \frac{(m-1)h}{m-w-\frac{3}{2}},$$

$$d = \frac{(m-1)h}{1-m+\frac{1}{2}w};$$



Et les distances des foyers seront

$$\frac{p}{m-1} = \frac{(2\varepsilon+3)h}{3\varepsilon};$$

$$\frac{q}{m-1} = -2h;$$

les ouvertures seront $x:y = \varepsilon + \frac{3}{2}:\varepsilon = 2\varepsilon+3:2\varepsilon$;

Si le foyer de l'oculaire est $= r = \frac{3h}{100y}$; le grossissement des objets sera $= \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon} \cdot \frac{h}{r}$.

$$M = \frac{27}{8} \cdot \frac{2\varepsilon+3}{\varepsilon} = -\frac{27}{4} \cdot \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon},$$

la valeur de w sera déterminée par l'équation

$$w = \frac{1}{2}A - \frac{3}{4}B \pm \sqrt{\frac{3}{2}F} - \frac{1}{4}\varepsilon + \frac{27}{4} \cdot \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}B + D \right).$$

Les 3 hypothèses de réfraction $m = 1.51; 1.53; 1.55$; donneront les résultats suivants:

$$1) m = 1.51. w = -0.$$

$$2) m = 1.53. w = -0.$$

$$3) m = 1.55. w = -0.$$

Nous développerons d'abord le cas qui paroît devoir être le plus avantageux, en donnant à ε une petite valeur $= 2$; ou en supposant la distance e entre les deux lentilles fort grande ou $\frac{1}{2}h$, la moitié de leur foyer commun.

*Première espèce des lunettes de la troisième hypothèse*

$$\mu = \frac{3}{2}, \text{ ou } 1\frac{1}{2}; \quad a = \frac{1}{2},$$

ϵ étant pris $= 2$, ou la distance ϵ entre les deux lentilles, étant fixée à $\frac{1}{2}$ de leur foyer commun h ,

$$\text{ou } \frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{2}.$$

la première lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif; concave vers la première & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = 2$, & la distance entre les deux lentilles sera $bc = \epsilon = \frac{1}{2}h$; ou la moitié de leur foyer commun.

Il en résulte

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\epsilon+3)h}{3\epsilon}.$$

leurs ouvertures; $x: y = 7: 4$,

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y}$;

le grossissement sera $= \frac{7h}{4r}$.

Nous aurons pour les 3 hypothèses de réfraction

$$m = 1,51. w,$$

$$m = 1,53. w,$$

$$m = 1,55. w.$$



Il en résulte le développement suivant

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille			
à la distance — — — — —			$= h$
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est			$= \frac{1}{2} h$
3) hypothèses de réfraction —	1.53; 1	1.54; 1	1.55; 1
4) la première lentille AB, également convexe, a pour rayon — —	1.2367h	1.2600h	1.2830h
5) la seconde CD, ménisque			
a pour rayon de la face antérieure			
concave	0.3689h	0.3739h	0.3787h
— — postérieure convexe	0.5658h	0.5718h	0.5775h
6) diamètre de l'ouverture de la première			
lentille AB — — —	0.2151h	0.2180h	0.2208h
de la seconde lentille CD —	0.1229h	0.1246h	0.1262h
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en			
diamètre — — —	7.17h	7.26h	7.36h
8) pour obtenir cette multiplication, l'oculaire aura pour foyer — —	0.24pouc	0.24pouc	0.24pouc

Seconde espèce de lunettes de la troisième hypothèse

$$\mu = \frac{3}{2}, \text{ ou } 1\frac{1}{2}; \text{ \& } \alpha = \frac{1}{2},$$

ϵ , étant pris $= 3$; ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{3}$ de leur foyer commun h .

$$\text{ou } \frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{3},$$

la première lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la première & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = 3$; & la distance entre les deux lentilles sera $bc = e = \frac{1}{3}h$, ou le tiers de leur foyer commun.



Il en résulte.

$a = b = 2(m - 1)h$; leurs ouvertures; $x : y = 3 : 2$
les distances de foyers;

$$\frac{p}{m - 1} = h,$$

$$\frac{q}{m - 1} = 2h;$$

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement des objets sera $= \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{r}$,

Nous aurons pour les 3 hypothèses de réfraction

$$1) m = 1.53. w = -0.669661 \pm \sqrt{3.914653} = 1.308887$$

$$2) m = 1.54. w = -0.678648 \pm \sqrt{4.013575} = 1.324743$$

$$3) m = 1.55. w = -0.687676 \pm \sqrt{4.114103} = 1.340649$$

Dont résulte le calcul suivant.

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	1. 308887	1. 324743	1. 340640
$m - w =$	0. 221113	0. 215257	0. 209351
$m - w - \frac{3}{2} =$	1. 278887	1. 284743	1. 290649
$1 - m + w =$	0. 778887	1. 784743	0. 790649
$l/m - 1 =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{3}{2}) =$	0.1068322	0.1088162	0.1108081
$l(1 - m + w) =$	9.8914744	9.8947274	9.8979838
$l - \frac{c}{h} =$	9.6174437	9.6235776	9.6295546
$l \frac{d}{h} =$	9.8328015	9.8376664	9.8423789
$a = b =$	1.060000 h	1.080000 h	1.100000 h
$c =$	0.414423 h	0.420218 h	0.426142 h
$d =$	0.680458 h	0.688123 h	0.695631 h



Il en résulte le développement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance	—	—	—	—	—	$= h$
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est						$= \frac{1}{3} h$
3) Hypotheses de réfraction	1,53: 1	1,54: 1	1,55: 1			
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon	0.060000h	1.080000h	1.100000h			
5) la seconde CD, ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.414423h	0.420318h	0.426142h			
— — postérieure convexe	0.680458h	0.668123h	0.695631h			
6) Diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB	—	0.208211h	0.210159h	0.213071h		
de la seconde CD	—	0.138141h	0.140106h	0.142047h		
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	0.9404 h	7.0053 h	7.1024 h			
8) Pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.217pouces	0.214pouces	0.211pouces			

Si l'on compare, cette espece avec la quatrieme de la premiere hypothese de la projection triple $\mu = 3$, dont la distance entre les lentilles e est de même $= 3$; on trouvera que le rayon e , qui est le plus petit dans l'une & l'autre, est dans celle-ci 2 fois plus grand que dans celle-là; & que par conséquent ces objectifs admettant une ouverture beaucoup plus grande, font obtenir une clarté & un grossissement beaucoup plus considérables.

L'effet en seroit surprenant, si l'exécution ne fait pas trouver des obstacles qu'on ne sauroit prévoir & peut-être insurmontables.

Pour produire un grossissement de 100 fois en diametre, il suffira de prendre $h = 9\frac{1}{2}$; & comme e est $= 3\frac{1}{3}$ pouces, toute la



la lunette ne feroit que de 13 pouces, qui égaleroit une ordinaire de 100 pieds.

On pourroit se contenter d'un moindre grossissement, & se servir d'oculaires plus grands; les avantages qu'on obtiendrait feroient toujours les plus considérables.

Je me contenterai, pour abrégé; de donner le simple développement de quelques especes, de ϵ , plus grand, ou d'une moindre distance entre les deux lentilles; avec les tables calculées, que je bornerai à 10 pieds de foyer; qu'on étendra aisément au point qu'on voudra: je ne développerai que le dernier de $\epsilon = 15$, de la moindre distance entre les deux lentilles, le moins avantageux; pour faire voir les avantages de cette hypothese.

Troisième espece de lunettes de la troisième hypothese

$$\mu = \frac{3}{2}, \text{ ou } 1\frac{1}{2}, \text{ \& } a = \frac{1}{2}.$$

$$\epsilon = 4$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{4}h$.

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\epsilon+3)h}{3\epsilon},$$

leurs ouvertures; $x:y = 11:8$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{11h}{8r}$.

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a=b$	$—h$	d	x	y	Grossisse- ment,	foyer, de l'oculaire
1.53	1.2252	0.9716h	0.4434h	0.7624h	0.2071h	0.1381h	6.90h	0.21
1.54	1.2399	0.9900h	0.4500h	0.7715h	0.2101h	0.1401h	7.00h	0.21
1.55	1.2548	1.0083h	0.4565h	0.7804h	0.2131h	0.1420h	7.10h	0.21

*Quatrième espèce.*

$$\mu = \frac{3}{2}; \alpha = \frac{1}{2}; \epsilon = 6.$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{3}h$.

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\epsilon+3)h}{3\epsilon}.$$

leurs ouvertures; $x:y = 5:4$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{5h}{4r}$.

Il en résulte le développement suivant;

m	w	$a=b$	$-c$	x	y	Grossisse- ment.	foyer de l'oculaire.
1.53	1.1373	0.8833h	0.4786h	0.1994h	0.1595h	6.65h	0.19
1.54	1.1512	0.9000h	0.4860h	0.2025h	0.1620h	6.75h	0.18
1.55	1.1650	0.9167h	0.4933h	0.2055h	0.1644h	6.85h	0.18

Cinquième espèce.

$$\mu = \frac{3}{2}; \alpha = \frac{1}{2}; \epsilon = 9,$$

ou la distance des lentilles $\frac{1}{3}h$.

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\epsilon+3)h}{3\epsilon},$$

leurs ouvertures; $x:y = 7:6$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{7h}{6r}$,

Il en résulte le développement suivant.

m	w	$a=b$	$-c$	d	x	y	Grossisse- ment.	Foyer de l'oculaire.
1.53	1.0764	0.8244h	0.5065h	0.9700h	0.1969h	0.1688h	6.56h	0.18
1.54	1.0896	0.8400h	0.5145h	0.9825h	0.2001h	0.1715h	6.67h	0.18
1.55	1.1027	0.8556h	0.5225h	0.9951h	0.2032h	0.1742h	6.77h	0.17

Sixième

*Sixieme espece.*

$\mu = \frac{3}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 12$,
ou la distance des lentilles $\frac{1}{12}h$.

$$a = b = \frac{2(m-1)(2\varepsilon+3)h}{2\varepsilon},$$

leurs ouvertures; $x:y = 9:8$,

le foyer de l'oculaire $v = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{8}{9}h$;

Il en résulte le développement suivant;

m	w	$a=b$	c	d	x	y	Grossisse- ment.	Foyer de l'oculaire.
1.53	1.0452	0.7950h	0.5221h	1.0287h	0.1957h	0.1740h	6.52h	0.17
1.54	1.0579	0.8100h	0.5305h	1.0427h	0.1989h	0.1768h	6.63h	0.17
1.55	1.0706	0.8250h	0.5389h	1.0565h	0.2020h	0.1796h	6.73h	0.17

Septieme espece de la troisieme hypothese

$\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; & $\alpha = \frac{1}{2}$;

ε , étant pris $= 15$, ou la distance ε , entre les deux lentilles étant
fixée à $\frac{1}{15}$ de leur foyer commun h .

$$\text{ou } \frac{h}{\varepsilon} = \frac{h}{15}.$$

la premiere lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un
foyer négatif; concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = 15$, & la distance entre les deux lentilles sera
 $bc = e = \frac{1}{15}h$, ou $\frac{1}{15}$ de leur foyer commun.

Il en résulte

$$a = b = \frac{2}{15}(m-1)h;$$

leurs ouvertures seront $x:y = 11:10$,



les distances des foyers $\frac{p}{m-1} = \frac{11}{12}h$,

$$\frac{q}{m-1} = 2(m-1)h,$$

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{h}{100y}$,

le grossissement sera $= \frac{11h}{10r}$.

Nous aurons pour les 3 hypothèses de réfraction

$$m=1.53. w=-0.669661 \pm \sqrt{0.019039 + 2.597076 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}},$$

$$m=1.54. w=-0.678648 \pm \sqrt{0.021744 + 2.661221 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}},$$

$$m=1.55. w=-0.687676 \pm \sqrt{0.024545 + 2.726372 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}},$$

Dont résulte le calcul suivant

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	1. 026164	1. 038642	1. 051161
$m - w =$	0. 503836	0. 501358	0. 498839
$m - w - \frac{2}{3} =$	0. 996164	0. 998642	1. 001161
$1 - m + w =$	0. 496164	0. 498642	0. 501161
$lm - 1 =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w + \frac{2}{3}) =$	9.9983309	9.9994098	0.0005039
$l(1 - m + w) =$	9.6956252	9.6977888	9.6999773
$l - \frac{c}{h} =$	9.7259450	9.7329840	9.7398588
$l \frac{d}{h} =$	0.0286507	0.0346050	0.0403854
$a = b =$	0.777333h	0.792000h	0.106667h
$c =$	0.532041h	0.540734h	0.549362h
$d =$	1.068195h	1.082941h	1.097451h



Il en résulte le développement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance	—	—	—	—	$= h$
2) la distance e , entre les deux lentilles AB & CD, est					$= \frac{1}{15} h$
3) Hypotheses de réfraction	1.53: 1	1.54: 1	1.55: 1		
4) la première lentille également convexe a pour rayon	0.777333h	0.792000h	0.806667h		
5) la seconde ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.532041h	0.540734h	0.549362h		
— — postérieure convexe	1.068195h	1.082941h	1.097451h		
6) Diamètre de l'ouverture de la première lentille AB	0.195081h	0.198269h	0.201433h		
de la seconde CD	0.177347h	0.180245h	0.183121h		
7) le foyer commun exprimé en pouces exprimera le grossissement des objets en diamètre	6.5027h	6.6089h	6.7144h		
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.169pouces	0.166pouces	0.163pouces		

Dans ce cas un oculaire dont le foyer est $= r$, grossira les objets $\frac{11h}{10r}$; & par conséquent, si le grossissement est exprimé par M,

$$\text{on aura } r = \frac{11h}{10M}$$

Il suffit pour grossir un objet 100 fois en diamètre de prendre $h = 15$; & comme $e = 1$ pouce, la lunette ne seroit que de 16 pouces: elle surpasseroit encore celles des deux hypothèses précédentes. Une lunette de 3 pieds seroit un effet beaucoup plus considérable qu'une ordinaire de 100 pieds; mais, l'oculaire étant très petit, il sera peut-être à propos de se servir d'un plus grand, & de se contenter d'une moindre multiplication, qui sera toujours très-avantageuse.

Cette



Cette hypothese paroissant réunir les plus grands avantages préférablement aux deux précédentes; & le cas de la distance entre les deux lentilles, égale à la moitié de leur foyer commun $\epsilon = 2$, le plus avantageux dans toutes les trois; il ne sera pas mal à propos de développer le cas d'un plus grand éloignement pour s'assurer de celui qui de tous est le plus avantageux.

Huitieme espece de la troisieme hypothese

$$\mu = \frac{3}{2}; \alpha = \frac{1}{2}; \& \epsilon = \frac{3}{2},$$

ϵ étant égal au deux tiers du foyer commun; ou les deux lentilles étant éloignées de plus de la moitié à deux tiers de h .

la premiere lentille également convexe & la seconde ménisque d'un foyer négatif; concave vers la premiere lentille & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = \frac{3}{2}$; & la distance entre les deux lentilles sera $be = e = \frac{3}{2}h$, ou les deux tiers du foyer commun.

Il en résulte

$$a = b = \frac{4}{3}6(m-1)h = \frac{8}{3}(m-1)h,$$

$$c = \frac{(m-1)h}{m - \frac{3}{2} - w},$$

$$d = \frac{m-1}{1-m+w}h,$$

les distance des foyers seront; $p = \frac{4}{3}h$; $q = -2h$,

leurs ouvertures seront; $x: y = 2: 1$.

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100h}$,

le grossissement sera $= \frac{2h}{r}$.

Nous



Nous aurons pour l'hypothèse de réfraction $m = 1,54$,
 $w = -0.678640 \pm \sqrt{5.344186} = 1.633102$.

Dont résulte le calcul suivant

$$\begin{aligned}
 m &= 1.540000 \\
 w &= 1.623102 \\
 m - w &= -0.093102 \\
 m - w - \frac{1}{2} &= -1.593102 \\
 1 - m + w &= 1.093102 \\
 l(m - 1) &= 9.7323938 \\
 l(m - w - \frac{1}{2}) &= -0.2022435 \\
 l(1 - m + w) &= 0.0386607 \\
 l - \frac{c}{h} &= 9.5301503 \\
 l \frac{d}{h} &= 9.6937331 \\
 a = b &= 1.440000h \\
 c &= -0.338961h \\
 d &= 0.494007h
 \end{aligned}$$



Les rayons des faces des lentilles feront.

$$a = b = \frac{(m - 1)}{0,5625} \cdot \frac{\epsilon - 1,125}{\epsilon} \cdot h;$$

$$c = \frac{m - 1}{m - 1,125 - w} \cdot h = \frac{(m - 1)}{w + 1,125 - m} \cdot h;$$

$$d = \frac{m - 1}{w + 1 - m} \cdot h;$$

les distances des foyers feront;

$$p = (m - 1) \left(\frac{1}{\epsilon} + 0,38889 \right),$$

$$q = - (m - 1) \cdot 8h;$$

les ouvertures feront; $x : y = 8\epsilon - 9 : 8\epsilon$.

si le foyer de l'oculaire est $= r = \frac{3h}{100y}$;

le grossissement des objets sera en diametre

$$= \frac{8\epsilon + 9}{8\epsilon} \cdot h = \frac{\epsilon + 1,125}{\epsilon} \cdot \frac{h}{r},$$

$$M = - 11,30966 \cdot \frac{\epsilon + 1,125}{\epsilon}.$$

La valeur de w sera déterminée par l'équation

$$w = \frac{1}{2} A \cdot 0,5626 B \pm \sqrt{(1,125 F - \frac{1}{4} \epsilon + (2,84766 - 5,69533 B + 11,39066 D) \frac{\epsilon + 1,125}{\epsilon})}$$

Les 3 hypothèses de réfraction $m = 1,53; 1,54; 1,55$, donneront les résultats suivants.

$$1. m=1,53. w=-0.339716 \pm V\left(0.055609 + 4.382570 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)$$

$$2. m=1,54. w=-0.345848 \pm V\left(0.058268 + 4.490820 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)$$

$$3. m=1,55. w=-0.352025 \pm V\left(0.061004 + 4.600770 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)$$

Le développement du cas le plus avantageux, en donnant à ε une petite valeur $= 2$; c'est à dire, en supposant la distance e , entre les deux lentilles, fort grande $= \frac{1}{2}h$, la moitié de leur foyer commun.

Première espèce de lunettes de la quatrième hypothèse

$$\mu = \frac{2}{3}; \quad \alpha = \frac{1}{2};$$

ε étant pris $= 2$, ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{2}$ de leur foyer commun h .

Les rayons des faces des lentilles feront;

Dans la première hypothèse $m = 1,53: 1$.

$$a = b = 0,942222 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon} \cdot h,$$

$$c = - \frac{0,53}{0,405 + w} \cdot h,$$

$$d = \frac{0,53}{w - 0,53} \cdot h,$$

$$p = 0,471111h + \frac{0,53}{\varepsilon} h = 0,7361h,$$

$$q = - 4,24h = 4,2400h.$$

Dans

Dans la seconde hypothese $m = 1,54:1$;

$$a = b = 0,960000. \frac{\epsilon + 1,125}{\epsilon}. h,$$

$$c = - \frac{0,54}{w - 0,415} h,$$

$$d = \frac{0,54}{w - 0,54} h,$$

$$p = 0,480000 h + \frac{0,54}{\epsilon} h; = 0,7500 h,$$

$$q = - 4,32 h = 4,3200 h.$$

Dans la troisieme hypothese $m = 1,55:1$.

$$a = b = 0,977778. \frac{\epsilon + 1,125}{\epsilon}. h,$$

$$c = - \frac{0,55}{w - 0,425} h,$$

$$d = \frac{0,55}{w - 0,55} h,$$

$$p = 0,488889 h + \frac{0,55}{\epsilon} h = 0,7639 h,$$

$$q = - 4,40 h = 4,4000 h.$$

Leurs ouvertures seront; $x:y = 25:16 = 1,5625:1$,

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y} = \frac{25h}{16r} = \frac{1,5625}{r} h,$

Et dans les 3 hypotheses de réfraction

$$m = 1,53; w = 2,2877$$

$$m = 1,54; w = 2,3141$$

$$m = 1,55; w = 2,3405.$$



Il en résulte le développement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance	$= h$			
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est	$= \frac{1}{2}h$			
3) Hypothèses de réfraction	—	1,53: 1	1,54: 1	1,55: 1
4) la premiere lentille AB, également convexe, a pour rayon	—	1,4722h	1,5000h	1,5278h
5) la seconde CD, ménisque, a pour rayon de la face antérieure concave	—	0.2815h	0.2843h	0.2871h
— — — postérieure convexe	—	0.3015h	0.3015h	0.3071h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille	—	0.1465h	0.1481h	0.1498h
de la seconde lentille CD	—	0.0938h	0.0948h	0.0957h
7) le foyer commun h , exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	—	4.88h	4.94h	4.99h
8) pour obtenir ce grossissement l'oculaire aura pour foyer	—	0.32pouc	0.31pouc	0.31pouc

La comparaison de ce développement avec celui du même cas $e = 2$, de l'hypothèse précédente $\mu = \frac{3}{2}$ fait voir que cette hypothèse est moins avantageuse, & me dispense de développer les autres espèces d'un moindre distance entre les deux lentilles, & par conséquent moins avantageuses.

Il paroît qu'on pourroit augmenter cet avantage de la moindre projection du foyer de la première lentille également convexe; en déterminant la valeur de la quantité a , de manière que $oa = aB + D$; aye de même la moindre valeur; ce qui arriveroit en fixant $a = \frac{8}{9}$, ou $= \frac{7}{8}$. Si pour le reste on vouloit suivre l'hypothèse $\mu = \frac{3}{2}$;

dans

dans le premier cas a feroit égal $= \frac{2}{3}(m - 1) \frac{2\varepsilon + 3h}{\varepsilon}$;
 & $b = 9(m - 1) \frac{2\varepsilon + 3}{3\varepsilon} h$; dont on déduiroit la valeur
 de w pour les hypothèses de réfraction.

Le développement de deux cas fera voir, que cette hypothèse
 n'a pas les avantages des précédentes.

La première lentille inégalement convexe, ayant une de ses
 faces d'un petit rayon, met les mêmes bornes à l'ouverture des lentil-
 les, & réduit les oculaires à une petiteffe extrême.

HYPOTHESE CINQUIEME.

$$a = \frac{8}{9}, \quad \mu = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Ayant } a = \frac{2}{3}(m - 1) \frac{2\varepsilon + 3h}{3\varepsilon}; \text{ \&}$$

$$b = 9(m - 1) \frac{2\varepsilon + 3h}{3\varepsilon}.$$

Il en résulte pour les 3 hypothèses de réfraction

$$1. m=1,53. w=-0.669661 \pm V\left(0.019030 + 1.623632 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}\right)$$

$$2. m=1,54. w=-0.678648 \pm V\left(0.021744 + 1.647911 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}\right)$$

$$3. m=1,55. w=-0.687676 \pm V\left(0.024545 + 1.673096 \frac{2\varepsilon+3}{2\varepsilon}\right)$$

*Première espèce.*

ϵ étant égal $= 15$, ou la distance entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{15}h$, ou du foyer commun.

Soit $\epsilon = 15$; il y aura

$$a = \frac{3.3}{4} (m - 1)h; \&$$

$$b = \frac{3.3}{5} (m - 1)h.$$

dont résulte pour les 3 hypothèses de réfraction

$$m = 1,53. w = -0.669667 \pm \sqrt{1.805034} = 0.673854$$

$$m = 1,54. w = -0.678648 \pm \sqrt{1.832018} = 0.674872$$

$$m = 1,55. w = -0.687676 \pm \sqrt{1.864950} = 0.677955$$

& le calcul suivant

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	0. 673854	0. 674872	0. 677955
$m - w =$	0. 856146	0. 865128	0. 872045
$m - w - 3 =$	-0. 643854	-0. 634872	-0. 627955
$1 - m + w =$	0. 143854	0. 134872	0. 127955
$l(m - 1) =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{3}{2}) =$	-9.8087874	-9.8026862	-9.7979286
$l(1 - m + w) =$	9.1579220	9.1299219	9.1070573
$l - \frac{c}{h} =$	9.9154885	9.9297076	9.9424341
$l - \frac{d}{h} =$	0.5663539	0.6024719	0.6333054
$a =$	0.437250h	0.445500h	0.453750h
$b =$	3.498000h	3.564000h	3.630000h
$c =$	-0.823168h	-0.850565h	-0.855859h
$d =$	3.684290h	4.003795h	4.298386h

la première face de la lentille convexe, qui détermine l'ouverture, étant d'un rayon très petit, fait perdre les avantages des hypothèses précédentes.

Un



Un autre développement, en prenant ϵ très-petit, égal à 3, pour mettre une grande distance entre les lentilles, fera voir s'il y a à gagner.

Seconde espec.

$$\epsilon = 3.$$

Soit $\epsilon = 3$, il y aura;

$$a = \frac{8}{9}(m - 1)h; \quad \&$$

$$b = 9(m - 1)h,$$

dont résulte pour les 3 hypothèses de réfraction.

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	0. 897019	0. 900468	0. 903238
$m - w =$	0. 632981	0. 639532	0. 645762
$m - w - \frac{1}{2} =$	0. 867019	0. 869468	0. 854238
$1 - m + w =$	0. 367081	0. 360468	0. 354238
$l(m - 1) =$	9.7242789	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{1}{2}) =$	9.9398285	9.9347347	9.9315789
$l(1 - m + w) =$	9.5647619	9.5568667	9.5492952
$l - \frac{c}{h} =$	9.7862474	9.7076591	9.8087588
$* l \frac{d}{h} =$	0.1595140	0.1755271	0.1910675
$a =$	0.596250h	0.607500h	0.618750h
$b =$	4.770000h	4.860000h	4.950000h
$c =$	0.611290h	0.627565h	0.643848h
$d =$	1.443823h	1.498053h	1.552628h

On gagne un peu: le rayon de la première face de la lentille convexe est un peu plus grand que dans le cas précédent, mais beaucoup plus petit que dans les autres hypothèses. Il y auroit plus d'avantage en prenant $a = \frac{3}{4}$, ou environ, mais l'oculaire deviendrait excessive-



ment petit; & le développement de ces deux cas prouve l'inutilité des recherches qu'on voudroit pousser plus loin dans cette hypothèse.

Je développerai enfin une hypothèse, qui fait obtenir des objectifs d'un genre différent des précédents; en supposant la quantité μ négative.

La première lentille AB deviendra alors concave, & la seconde CD vers l'oculaire convexe.

Le développement général fera voir, qu'elle n'est gueres avantageuse.

HYPOTHESE SIXIEME

dans laquelle la première lentille vers l'objet devient concave, & la seconde vers l'oculaire convexe.

Fixons $\mu = 2$, & $\alpha = \frac{1}{2}$; afin que la première lentille reste également concave.

Il en résulte

$$M = - 8 \left(\frac{\epsilon - 2}{3\epsilon} \right);$$

La quantité $- 2F - 9\epsilon + 8 \left(\frac{\epsilon - 2}{3\epsilon} \right) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} B + D \right)$, devroit être positive; mais elle se réduit dans l'hypothèse de réfraction 1,54; par exemple à $- 2.307558 + \frac{8}{3} \cdot 0.394255 \cdot \frac{\epsilon - 2}{\epsilon}$; toujours négatif.

Il faudroit par conséquent donner à μ , une plus grande valeur.

Rendons $\mu = 3$; M fera $= - \frac{27(\epsilon - \mu)}{4\epsilon}$; & la quantité $- 3F - 16\epsilon + \frac{27(\epsilon - \mu)}{4\epsilon} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} B + D \right)$, fera également négative.



Il faudroit rendre $\mu = 7$, au moins, pour l'obtenir positive. Mais, en lui donnant une si grande valeur, les deux lentilles n'auront, à cause de la grande projection de leur foyer commun, que des foyers si petits, & leurs courbures seront des êtres de si petites sphères, que les lunettes ne seront d'aucun usage.

J'observerai 1) que les deux quantités μ & ϵ , arbitraires qu'on peut fixer à volonté, fournissent une infinité d'espèces d'objectifs exempts de la confusion causée par l'ouverture des lentilles; entre lesquels on peut choisir les plus avantageux & les plus propres pour l'exécution.

2) Qu'on pourra déterminer la figure des deux lentilles, aussitôt que leur distance e , & leurs foyers sont donnés, pourvu que la première soit concave & l'autre convexe, pour remédier à la confusion qui naît de l'ouverture.

Supposons la distance du foyer de la première lentille $AB = 3e$; & celle de la seconde $CD = \eta e$.

Les équations

$$3e = \frac{3h}{\epsilon} = \frac{h(\epsilon + \mu)}{\epsilon\mu}; \text{ \& }$$

$$\eta e = \frac{\eta h}{\epsilon} = \frac{h}{\mu - 1}; \text{ donnent }$$

$\epsilon + \mu = 3\mu$; & $\eta(\mu - 1) = \epsilon$; il y aura par conséquent

$$\eta\mu + \mu - \eta = 3\mu; \text{ \& } \mu = \frac{\eta}{1 + \eta - 3}; \text{ \& }$$

$$\epsilon = \frac{(3 - 1)\eta}{1 + \eta - 3}.$$

Mais il faut $\mu > 1$; par conséquent; $1 + \eta > 3$; & $3 > 1$; ou 3 doit être contenu entre les limites 1, & $1 + \eta$.



Je remarquerai encore, que ces objectifs formés de deux lentilles, représentent les images des objets de la même grandeur, que feroit une lentille simple dont la distance du foyer seroit

$$= \left(\frac{\epsilon + \mu}{\epsilon} \right) h;$$

En y joignant par conséquent un oculaire dont le foyer seroit $= r$; on obtiendra une multiplication $= \frac{\epsilon + \mu}{\epsilon} \cdot \frac{h}{r}$.

Il seroit possible de former des oculaires, sur les principes de ces objectifs de deux lentilles, en prenant la quantité h , très petite; pour rendre $\frac{\epsilon + \mu}{\epsilon} =$ à la distance du foyer que l'oculaire doit avoir.

L'espèce de la cinquième hypothèse où α est égal à $\frac{3}{4}$, seroit la plus propre pour cela, les rayons des courbures des lentilles étant assez grands.

Ces oculaires, s'il est possible de les exécuter avec la précision nécessaire, placés de manière que la lentille convexe regarde l'œil, exemts de la confusion de l'ouverture, auroient l'avantage de prévenir la confusion que produisent les oculaires simples, lorsqu'on les emploie d'un très-petit foyer pour obtenir de grandes multiplications.

Je tâcherai de la développer en peu de mots de la formule générale de Mr. Euler, (dans le 13 Tome du Recueil de l'Académie) qui exprime le diamètre de la confusion qui résulte de la figure des lentilles d'une lunette en général, quel que soit le nombre de lentilles

$$\frac{\mu r^3}{4\alpha^3} (\lambda m + \frac{m\phi(B+1)(\lambda'(B+1)^2 + \nu B)}{B^3(2\pi - \phi)}) + \&c.$$

J'ometts les termes relatifs aux lentilles qu'on désigne par le nom des oculaires très-petits; le dernier terme, qui répond à l'oculaire sera en
po-



posant son foyer égal à v ; $= \frac{\lambda^{(v)} a^3}{m^3 v^3}$; & cette confusion, pour ne pas troubler la représentation, doit être moindre que $\frac{4\mu}{\kappa^3}$; le caractère κ est un nombre dont la valeur est entre 40 & 50.

Le foyer de la première lentille convexe étant exprimé par a , & son ouverture par x ; si m exprime le grossissement, il faut prendre $x = \frac{m}{50}$ pouces, pour obtenir le degré de clarté nécessaire. Exprimant ensuite le foyer de la seconde lentille concave par q , & l'intervalle entre les deux lentilles par d ; les formules précédentes donnent $d = \frac{\mathfrak{B}\pi}{\mathfrak{B}\pi - \phi} a$, & $q = -\frac{\mathfrak{B}\phi}{\mathfrak{B}\pi - \phi} a$; par conséquent $\frac{d}{q} = -\frac{\pi}{\phi}$; & $d = \frac{\mathfrak{B}d}{\mathfrak{B}d + q} a$; ou $\mathfrak{B} = \frac{q}{a - d}$, & $B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}} = \frac{q}{a - d - q}$; les bornes par conséquent d'une confusion insensible seront exprimées par la formule

$$\frac{x^3}{a^3} \left(\lambda m - \frac{m(a-d)^2 (\lambda'(a-d^2) + v_j(a-d-q))}{a q^3} \dots + \frac{\lambda^{(v)} a^3}{m^3 v^3} \right) < \frac{1}{\kappa^3}.$$

Il résulte enfin du développement de toutes ces différentes hypothèses;

- 1) Que la moindre projection du foyer positif de la première lentille également convexe, ou l'hypothèse de la quantité μ la moindre, est la plus avantageuse.
- 2) Que l'augmentation de la distance entre les deux lentilles, ou la quantité ε la moindre, qui donne la plus grande distance entre les deux lentilles qui forment l'objectif, fait obtenir dans toutes les différentes hypothèses les plus grands avantages; mais, dans cette distance, il faudroit avoir égard à un point



fort intéressant qui est le champ ; il faudroit ne pas éloigner la seconde lentille au point qu'elle lui fasse du tort.

- 3) Que si la premiere lentille qui regarde l'objet doit être également convexe ;
- 4) la quantité a doit toujours être prise égale à $\frac{1}{2}$; mais, en prenant les faces inégales, on auroit l'avantage d'une moindre confusion à corriger ; & les faces de la seconde lentille négative seroient moins courbes, & permettroient plus d'ouverture ; le principe qui seroit à suivre seroit celui de l'équilibre qui donneroient les faces les plus grandes pour les deux lentilles.
- 5) Que le verre le plus dense, ou de la plus forte réfraction, est le plus avantageux ;

Que ce n'est qu'en suivant ces principes, qu'on obtient les avantages qu'on desire.

- 1) Les faces des lentilles prises dans des êtres de très grandes sphaeres ; qui permettent
- 2) de donner aux lentilles de très grandes ouvertures ;
- 3) d'obtenir une très grande clarté, par une lumiere abondante ; &
- 4) des grossissements considérables, par l'emploi de petits oculaires ; &
- 5) des lunettes très courtes, & d'un service aisé & commode.

Il ne reste qu'à soumettre à l'examen l'arrangement des oculaires, pour faire disparoitre les couleurs qui naissent de la différente réfrangibilité des rayons ; & pour faire obtenir le champ dans toute sa grandeur, tels que les lunettes l'admettent, & peuvent le faire obtenir.

Le foyer commun de deux lentilles qui forment l'objectif tombant à la distance égale à $\frac{q(a-d)}{a-d-q}$ qui doit être positive ; q doit être plus grand que $a-d$.

En



En exprimant toutes les mesures en pouces; parceque x étoit égal $\frac{m}{50}$ pouces, & prenant $u = 50$; le membre de la formule précédente $\lambda m - \frac{m(a-d)^2}{a q^3} (\lambda'(a-d)^2 - v q(q-a+d)) + \frac{\lambda^{(n)} a^3}{m^3 v^3}$ fera moindre que $\frac{a^3}{m^3}$.

Et il s'ensuit que la confusion qui résulte d'un seul oculaire trouble déjà la représentation lorsque $\frac{\lambda^{(n)}}{v^3}$, est plus grand que l'unité; ou que le foyer de l'oculaire v est moindre que $\sqrt[3]{1,63}$ pouces, ou $1\frac{1}{8}$ pouces, $\lambda^{(n)}$ étant à peu près $= 1,63$.

Il en résulte une conséquence très contraire à l'emploi de petits oculaires pour obtenir de grandes multiplications; qu'on ne retireroit que peu d'avantage d'un objectif delivré de toute confusion en le joignant avec un oculaire au dessous d'un pouce de foyer qui trouble-roit la représentation.

Mais, comme la confusion diminue en raison du cube de la distance du foyer augmentée, la confusion devient insensible, lorsque le foyer de l'oculaire est au dessus de deux pouces.

Et la seconde lentille concave ou ménisque, formée avec la précision nécessaire pour remédier absolument à la diffusion de la première lentille, feroit obtenir en même tems le moyen de corriger la confusion de l'oculaire dans l'augmentation du rayon des faces de la seconde lentille & de sa distance de la première lentille convexe, en ajoutant la quantité qui exprime cette confusion aux formules, qui expriment les rayons des faces de la seconde lentille.

La confusion de l'oculaire étant dépendante du grossissement, elle sera à peu près égale à l'unité divisée par la multiplication $\frac{1}{m}$; mais



mais, comme cette confusion a des limites dans lesquelles elle est plus ou moins sensible, on peut ajouter ou soustraire à $\frac{1}{m}$ la particule $\frac{\alpha^3}{m x^3 \kappa^3}$ qui sera égale à $\frac{4 \alpha^3}{3 m^4}$; le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif x étant $= \frac{m}{50}$ pouces, & prenant $\kappa = 45$; la précision à laquelle on peut s'attendre de la part de l'artiste dans l'exécution exacte des rayons des faces des lentilles, décidera avec cela des bornes auxquelles on étendra cette confusion, pour rendre la confusion de l'objectif, de positive qu'elle étoit négative, au point nécessaire pour corriger celle des oculaires.

La représentation est confuse, lorsque chaque point de l'objet n'est pas représenté au fond de l'oeil par un point, mais par un petit cercle, dont le demi-diamètre est exprimé en pouces, dans les formules précédentes.

La grandeur de ce petit cercle décide du degré de la confusion, qui deviendra insensible, lorsqu'il sera réduit à une certaine petitesse.

L'expérience apprend que, pour les telescopes, il doit être renfermé dans les bornes de la réfraction $\frac{0,93819}{n^3 \alpha} = \frac{\mu}{4.30^3} = \frac{\mu}{4\kappa^3}$, le caractère κ exprimant un nombre de 30 ou moindre.

Par rapport aux lentilles, cette confusion, ou la différence entre les foyers des rayons du centre & du bord, est comme le quarré du diamètre de l'ouverture; & cet espace de la diffusion des foyers sera exprimé pour les objectifs par la formule;

$$\frac{\mu r^2}{p} (\Lambda + 1)^2 + vA),$$



& pour les autres lentilles rapporter aux mêmes distances a & α , en leur donnant les mêmes ouvertures par

$$\frac{\mu x^2}{p} (\lambda(A + 1)^2 + \nu \lambda).$$

De sorte que les deux distances, celle de l'objet infinie devant l'objectif $= a$, & celle de l'image derrière lui $= \alpha$, étant données; on peut former l'objectif auquel répond cet espace de diffusion d'une double manière, pourvu que le caractère λ ne soit pas au dessous de l'unité.

Comme ces formules expriment les limites d'une représentation nette & confuse, elles mettent en état de fixer les bornes dans lesquelles l'exécution peut s'écarter de la précision que prescrit la théorie, avant que la confusion devienne sensible.

Les hypothèses de la moindre projection du foyer de la première lentille convexe, qui promettent les avantages les plus considérables, sont sujettes à de grandes difficultés; les mesures & les proportions sur lesquelles l'Artiste est obligé de travailler sont si petites, & les deux termes d'une représentation distincte & confuse ont si peu de latitude, que l'exécution peut-être n'est pas possible.

Les hypothèses moins avantageuses d'une projection considérable, qui donnent les limites de la vision plus étendue & les proportions plus grandes dans les rapports des foyers des deux lentilles offrent plus de facilité pour l'exécution: c'est l'expérience & l'habileté de l'Artiste qui en décideront.

M. Euler a développé par un calcul très ingénieux, le degré de précision nécessaire dans l'exécution, ou les bornes des écarts qu'on peut permettre, sans que la vision soit troublée sur les différents rapports qu'on peut établir entre les foyers de la première lentille convexe & de la seconde concave.

Dans l'hypothèse de l'égalité de ces deux rayons, si le foyer commun des deux lentilles doit être à celui d'un objectif simple com-



me 1 à 4; c'est à dire, que son effet ou le grossissement que l'objectif composé admet, répond à celui d'une lunette avec un objectif simple 4 fois plus longue; l'Artiste doit ne pas manquer les faces de $\frac{1}{4}$ partie de leurs rayons:

Si le foyer de l'objectif composé doit être réduit à la moitié de celui d'une lentille simple, l'erreur peut aller à $\frac{1}{10}$ partie des rayons des faces.

Si le foyer de l'objectif composé n'est plus court que $\frac{1}{3}$; l'erreur peut aller à $\frac{1}{30}$ partie des rayons des faces.

$n = 2$ Si le foyer négatif de la seconde est double de celui de la première convexe.

le foyer réduit à $\frac{1}{4}$,	l'erreur ne peut être que d'un	$\frac{1}{30}$
— — — à $\frac{1}{3}$	— — — —	$\frac{1}{60}$
— — — à $\frac{1}{2}$	— — — —	$\frac{1}{30}$

$n = 3$ Si le foyer négatif de la lentille est triple de celui de la lentille convexe,

le foyer réduit à $\frac{1}{4}$,	l'erreur ne peut aller qu'à un	$\frac{1}{30}$
— — — à $\frac{1}{3}$	— — — —	$\frac{1}{60}$
— — — à $\frac{1}{2}$	— — — —	$\frac{1}{30}$

$n = 4$ Si le foyer négatif de la seconde lentille est quadruple de celui de la lentille convexe,

le foyer réduit à $\frac{1}{4}$,	l'erreur peut aller à un	$\frac{1}{30}$
— — — à $\frac{1}{3}$	— — — —	$\frac{1}{60}$
— — — à $\frac{1}{2}$	— — — —	$\frac{1}{30}$

$n = 5$ Si le foyer négatif de la seconde lentille est quintuple de celui de la lentille convexe,

le foyer réduit à $\frac{1}{4}$,	l'erreur peut aller à un	$\frac{1}{30}$
— — — à $\frac{1}{3}$	— — — —	$\frac{1}{60}$
— — — à $\frac{2}{3}$	— — — —	$\frac{1}{30}$

Si



Si le grossissement est $= m$, la distance du foyer de l'objectif composé, ou le foyer commun des deux lentilles à compter depuis la première $d + p$ est $\frac{m \sqrt[3]{m}}{2,07}$; & en employant un objectif simple, on peut prendre sa distance de foyer $\frac{m \sqrt[3]{m}}{1,33}$.

Cette progression fait voir que les avantages augmenteroient avec l'augmentation du rapport entre les foyers des deux lentilles, ou en augmentant celui de la seconde lentille négative; en le supposant infini: il ne faudroit qu'une précision qui ne manqueroit pas les rayons des faces de $\frac{1}{1000}$. Mais plus on augmente le foyer négatif du ménisque, ou de la seconde lentille, plus ces deux faces deviennent égales; ce qui est sujet à de grands inconvénients dans l'exécution: & comme les avantages ne croissent que très insensiblement, & sont peu considérables depuis le rapport d'un à 5 entre les foyers des deux lentilles; l'hypothèse du foyer négatif, quintuple de celui de la première lentille convexe, est celle qui est la plus propre & la plus avantageuse pour l'exécution.

Je finirai par quelques réflexions qui découlent de la Théorie d'une Dioptrique raisonnée, & fondée sur les vraies loix de la nature, & du Mémoire de Mr. Dollond, nécessaires pour l'éclaircissement de mon sujet.

Il résulte de la Théorie de la différente réfrangibilité des rayons, & de l'influence qu'elle sur la représentation des objets à travers les lunettes; qu'il n'est pas absolument nécessaire que l'objectif soit délivré de la dispersion des couleurs; qu'en remédiant à la diffusion du foyer causée par la figure sphérique des lentilles, les oculaires acquièrent la propriété heureuse de redresser le défaut de la diverse réfrangibilité des rayons, de ranger les images dispersées dans une même direction. Ce qui ne peut pas avoir lieu, quand par la confusion d'une trop grande ouverture, les images des rayons du centre & de la cir-



conférence de l'objectif sont étendues par un si grand espace, que les rayons des diverses couleurs deviennent trop divergents pour pouvoir être rangés dans la même direction par les oculaires.

C'est le cas, selon toutes les apparences, de l'objectif de M. Dollond, qui a eu le bonheur, dû à ses talens, & à sa grande habileté dans l'exécution, de travailler selon les principes de cette dernière Théorie de M. Euler, quand il croyoit travailler sur les principes d'une Théorie toute différente; & de combiner heureusement deux lentilles faites sans doute avec une précision admirable: dont l'une ne corrige pas seulement la diffusion des images que l'autre produit par sa grande ouverture, mais corrige peut-être de même la confusion qui résulte de la figure sphérique des oculaires; qui admettent une lumière abondante, procurent une grande clarté, & permettent de multiplier les objets extrêmement par l'emploi de petits oculaires.

La diversité de deux sortes de verres d'une différente réfraction, en diminuant même un peu la diverse réfrangibilité des rayons, n'y a aucune part; comme le supposent Mrs. Short & Dollond; la même sorte de verre, d'une même réfraction, pour les deux lentilles, qui forment l'objectif, fera le même effet.

L'objectif de M. Dollond dont les deux lentilles qui le forment, sont comme 2 à 3. répond à celui dont la lentille convexe, exprimée dans le calcul par la quantité λ , a le foyer égal à 1,5.

Il se peut que le rapport entre les rayons des faces de ses lentilles concaves soit un peu différent des formules de Mr. Euler, étant d'un verre d'une plus grande réfraction; mais il n'est pas moins vrai, que la diversité du verre ne contribue en rien à la perfection de l'objectif, qui seroit également bon, n'étant que de la même sorte de verre de la lentille convexe.

La diminution de la dispersion des couleurs, que cette différente réfraction de deux sortes de verre pourroit produire, est trop petite pour être sensible: il faudroit que λ fut moindre que 1,2, comme il est aisé de le prouver.



La dispersion des couleurs, quelque grande, que soit la différence de la réfraction du verre que Mr. Dollond a employé, ne peut être diminuée que d'un $\frac{1}{12}$.

Il avoue lui-même, que les premiers objectifs qu'il forma en conséquence de ses principes ou de la diverse réfraction qu'il supposoit dans ses verres, eurent le même inconvénient, celui d'une trop grande courbure, qu'il avoit rencontré dans l'emploi du verre & de l'eau.

Une expérience facile peut prouver à Mrs. Short & Dollond, l'erreur dans la quelle ils sont, que cet objectif est exempt de la dispersion des couleurs; ils n'ont qu'à examiner dans une chambre obscure la distance du foyer formé par les rayons rouges & violets; pour se convaincre, par la même différence, que Newton a établie pour les verres ordinaires, que cet objectif est sujet à la diverse réfrangibilité comme les lentilles simples.

Il faudroit des verres, qui avec la même réfraction moyenne produisissent, à l'égard du verre ordinaire une dispersion double ou triple; & l'ouverture dont les lentilles seroient susceptibles alors porteroient sans doute les lunettes au plus haut degré de perfection, dont elles sont susceptibles.

J'ai essayé de former des verres avec un mélange considérable de minium & d'alcali fixe, qui m'ont paru produire une dispersion assez forte; mais comme dans le creuset le mouvement de giration du flux le remplit de bulles & d'ondes, ils n'étoient pas propres pour les expériences qu'il faudroit faire; & je n'ai pas été à même de faire fondre & rouler ces compositions en masses assez grandes dans une fabrique à glaces.

Il m'a paru de même, que le verre en le faisant rougir au feu, éprouve du changement dans la réfraction; les expériences par lesquelles on s'assureroit d'un effet marqué permanent & durable, pourroient n'être pas inutiles.

Si j'ai tâché de répandre du jour, pour conserver les titres précieux de la propriété la plus légitime d'un bien qui nous appar-



rient, sur l'état présent de la Dioptrique; sur les vrais moyens de perfectionner les lunettes; & sur les grandes obligations qu'elle a à M. Euler, dont les travaux heureux l'élèvent au degré de perfection qui lui manquoit; je me fais un plaisir de rendre justice à la découverte admirable de M. Dollond, comme une des plus belles qu'on ait faites de nos jours. Si la Dioptrique compte pour la connoissance de ses loix comme des époques marquées, les noms des Keplers, des Huyghens, des Newtons & des Eulers; c'est à celui-ci qu'on aura l'obligation d'avoir démontré par l'exécution la vérité de leurs préceptes sublimes.

Avec les milieux réfringens connus, la recherche difficile dans laquelle on s'est égaré, des objectifs exemts de la dispersion des couleurs, devient inutile absolument; la grande courbure qu'on est obligé de donner aux arcs des petites sphères qui forment les lentilles, met des bornes trop étroites à leur ouverture, les fait manquer d'une qualité essentielle, qui est la clarté, dont le défaut ne permet pas l'emploi d'oculaires assez petits pour grossir les objets.

L'objectif excellent dont on doit la Théorie & les principes de construction à M. Euler, & que Mr. Dollond a exécuté, est le seul moyen pour porter les lunettes à ce degré de perfection qu'on désire. Exemt de la diffusion du foyer, qui naît de l'ouverture, la diverse réfrangibilité des rayons ne trouble gueres la représentation des objets; elle dispaeroit & devient insensible, quoiqu'elle existe; l'oculaire, en rangeant dans une même direction les divers rayons, en cache la diversité à l'oeil; susceptible d'une ouverture égale à celle des miroirs, il promet une clarté, & une multiplication peut-être supérieure; à moins que la figure sphérique des oculaires ne fasse rencontrer de nouveaux écueils qui fassent échouer les plus belles espérances.

Les Journaux annonçant cette belle découverte faite de même en France, par un ouvrage qui a pour titre: *Description & usage de divers Ouvrages & Inventions de Passément, Ingénieur du Roy au Louvre, à Paris, 1760.*

Selon l'extrait de cet Ouvrage, une lunette de 6 pouces de cet habile homme grossit 40 fois, ce qui répondroit à l'effet d'une bonne lunette ordi-



dinaire de 3 pieds; on pourroit supposer l'oculaire de $\frac{1}{2}$ de pouce de foyer, & l'ouverture de l'objectif d'un pouce de diametre.

Une lunette de 5 pieds doit répondre à l'effet d'une lunette ordinaire de 100 pieds, dont l'oculaire de 5 à 6 pouces grossit 180 ou 200 fois; l'oculaire seroit de $\frac{1}{2}$ de pouce de foyer, & l'objectif pourroit avoir 6 pouces d'ouverture.

Les observations de la Lune qu'on annonce' égalent celles de Milord Morton & de Mr. le Monnier faites avec un telescope qui grossissoit 600 fois. On marque, qu'il fait des lunettes, avec lesquelles on distingue l'action d'une personne à 30 lieues de distance, & d'autres de nuit par lesquelles on apperçoit dans l'obscurité des objets fort éloignés. La grande ouverture de ce genre d'objectifs peut faire obtenir, en renonçant à la trop grande multiplication, des lunettes d'un usage admirable par des tems sombres, & couverts, ou la nuit au clair de la Lune & des Etoiles, par l'emploi d'oculaires d'un foyer plus éloigné, & d'une plus grande ouverture.

L'annonce trop vague ne permet pas de porter un jugement sur ces ouvrages admirables, ni de fonder aucune conjecture, si les devis, que feu M. de Maupertuis a envoyés à Mr. le Duc de Chaulnes ou à M. l'Abbé Outhier, & M. Euler à M. du Hamel, ont guidé l'habileté & les heureux talens de M. Passement.

Les orages qui environnent Berlin depuis quelques années, n'ont pas permis de porter les essais qu'on a faits, à ce degré de perfection, & de produire ces mêmes merveilles, sur lesquelles je ne serois pas le maitre d'avoir encore quelques doutes, si la publicité des annonces, les talens supérieurs de Mrs. Dollond & Passement, & l'autenticité du témoignage de M. Short, ne me rassuroient pas. Il n'a pas été possible de mettre l'Artiste en état de ne s'occuper que d'un tel ouvrage, pour développer tous ses talens, & pour ne pas surmonter seulement, par des essais en grand nombre, les difficultés & les incertitudes de l'exécution; pour vérifier encore toutes les différentes hypotheses sur lesquelles la Théorie fonde ses préceptes.



Muses, Enfans du ciel, où regne la lumiere, la paix, la tranquillité & le bonheur, qui avez daigné descendre de votre celeste séjour, pour offrir vos dons précieux aux pauvres mortels, incapables d'en jouir, ne cessez pas d'être propices à Berlin, azile des vertus de Sparte, & des talens d'Athenes.

L'Aurore du beau jour paroît, qui va dissiper la nuit affreuse, dont les épaisses ténèbres ne laissoient appercevoir que les éclairs effrayants & les éclats du foudre, qui menacoient de la destruction une partie de l'Europe.

Jours heureux & à jamais mémorables, vous promettez de rendre aux sciences, aux arts & à l'industrie effrayés, leur Protecteur, & aux peuples désolés le Pere de la Patrie. L'aimable paix élève sa voix douce & sonore dans l'Europe. Puisse-t-elle faire reconnoître ses droits sacrés, imposer silence aux trompettes de Mars & de Bellone; & faire taire les cris de la haine implacable & de la discorde en fureur.

Vous qui décidez du sort des Nations, ne transmettez à la postérité des lauriers ensanglantés, que couverts de l'olivier, qui caractérise le Roi Pere de ses Peuples, & le Héros que le Genre humain met au nombre de ses bienfaiteurs. Rome vit succéder aux horreurs des guerres civiles, ce regne heureux & juste, ce Siecle de lumiere & de clarté, qui honorent l'humanité, & que nous regardons comme l'Epoque de sa grandeur.

Puissent les Triomphes de Frédéric comme ceux d'Auguste, je puis ajouter, les revers qui éprouvent ses vertus, combler la Prusse, & tous les Peuples qui partagent & déplorent avec elle les malheurs de la guerre la plus funeste, du même bonheur, & effacer par des bienfaits sans mesure jusqu'au souvenir des maux qui les affligent aujourd'hui.



Fig. 1.

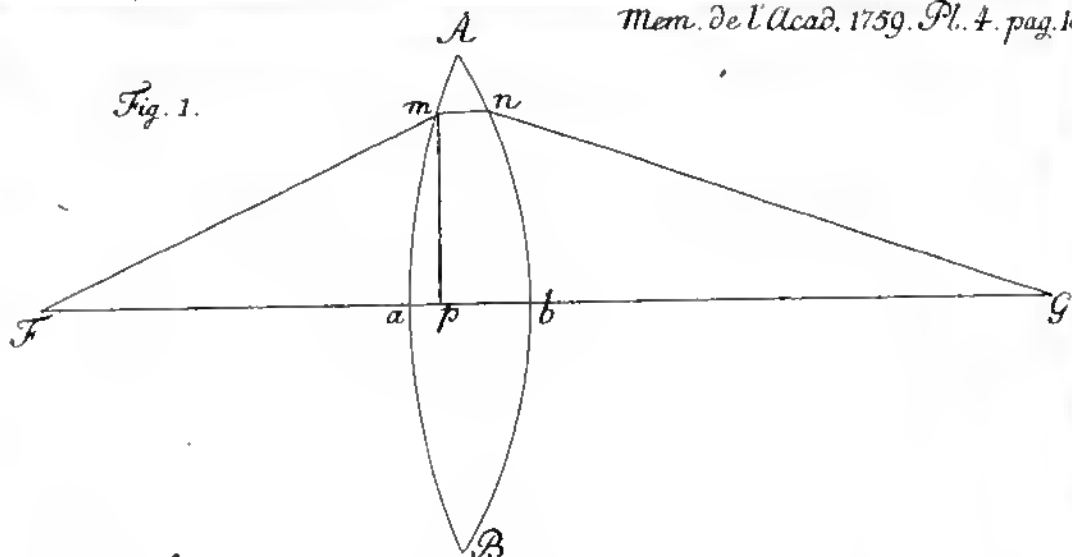


Fig. 2.

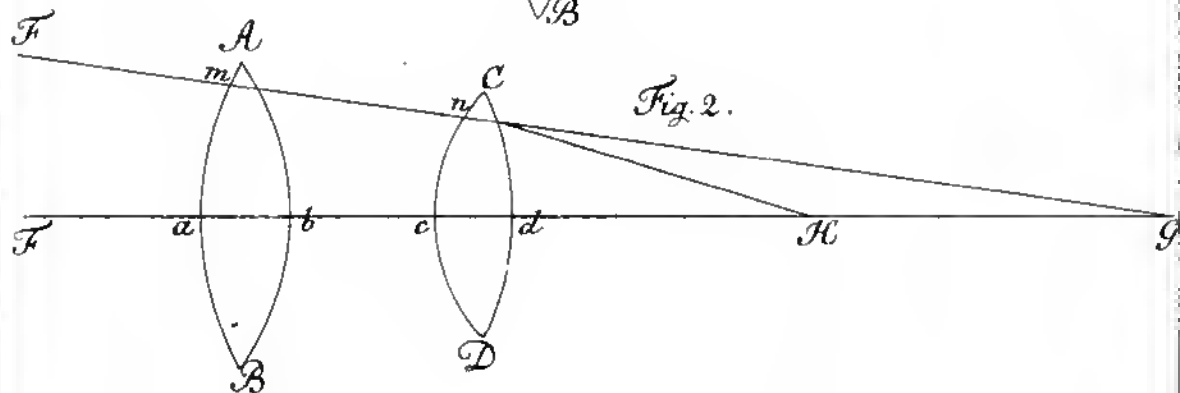


Fig. 3.

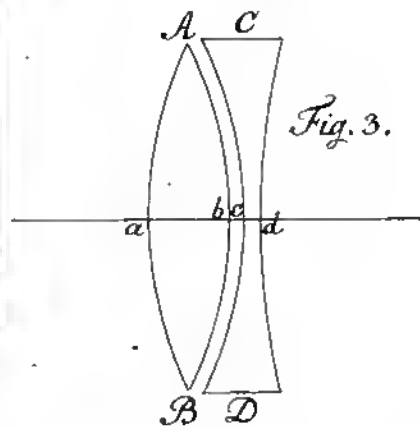
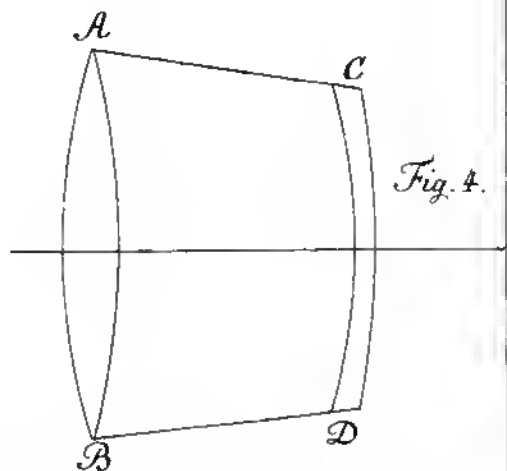


Fig. 4.





DE LA
PROPAGATION DU SON.
PAR M. EULER.

I.

Les Physiciens aussi bien que les Géomètres se sont donné bien de la peine pour expliquer, comment le son est transmis par l'air, mais il faut avouer que la Théorie en a été jusqu'ici fort incomplète. Ce que le Grand Newton a donné sur cette matière est plus ingénieux que suffisant, ayant fondé ses raisonnemens sur des hypothèses purement arbitraires; & M. de la Grange, très savant Géometre à Turin, vient de remarquer très judicieusement dans le premier Volume des *Miscellanea Physico-Mathematica* publiés à Turin A. 1759, que quelques autres hypothèses qu'eût prises Newton, il en auroit tiré les mêmes conclusions. Cela pourroit bien suffire pour nous assurer de la justesse des conclusions, qui regardent la vitesse dont le son est transmis par l'air; mais le vrai mouvement dont les particules de l'air sont ébranlées successivement, nous demeure également inconnu: & nous ne saurions nous vanter de comprendre la propagation du son, à moins que nous ne fussions en état d'expliquer clairement, comment ces ébranlemens sont engendrés & transmis dans l'air.

2. Tous ceux qui ont traité cette matière après Newton, ou sont tombés dans le même défaut, ou voulant approfondir le vrai mouvement de l'air, se sont précipités dans des calculs intraitables; d'où l'on ne sauroit absolument tirer aucune conclusion; & je dois avouer qu'il m'est arrivé l'un ou l'autre, toutes les fois que j'ai entrepris cette recherche. Je fus donc bien agréablement surpris, lorsque je vis dans cet excellent Livre que je viens d'alléguer, que M. de la Grange a surmonté heureusement toutes ces difficultés, & cela par des calculs,



qui paroissent tout à fait indéchiffrables. C'est sans contredire une des plus importantes découvertes, qu'on ait faites depuis longtems dans les Mathématiques, & qui nous pourra conduire à bien d'autres.

3. En examinant ces calculs prodigieux, j'ai pensé d'abord s'il ne seroit pas possible de parvenir au même but par une route plus facile; & après quelques efforts j'y suis arrivé. J'aurai donc l'honneur d'expliquer ici la méthode qui me semble la plus propre pour cette recherche; mais, quelque simple qu'elle puisse paroître, je dois protester qu'elle ne me seroit pas venue dans l'esprit, si je n'avois vu l'ingénieuse Analyse de M. de la Grange. Il y a une circonstance qui nous arrêteroît tout court, si l'Analyse n'étoit applicable qu'à des quantités continues, ou dont la nature puisse être représentée par une courbe régulière, ou renfermée dans une certaine équation. Ce n'est donc que l'adresse d'introduire des quantités discontinues dans le calcul, qui nous peut conduire à la solution cherchée: & cela se peut faire d'une manière semblable à celle dont j'ai déterminé le mouvement d'une corde, à laquelle on aura donné au commencement une figure quelconque inexplicable par aucune équation.

4. En effet, on n'a qu'à envisager la propagation du son comme elle se fait actuellement: l'air étant brusquement agité en quelque endroit, les particules d'air qui en sont assez éloignées, n'en ressentent d'abord rien: ce n'est qu'après un certain tems, qu'elles sont ébranlées, & depuis elles sont rétablies dans un parfait équilibre. Concevons donc une particule quelconque, éloignée du lieu où se fait l'impulsion, de la distance $= x$, & qu'après le tems T elle reçoive l'agitation pendant un moment $= \theta$. Maintenant, si nous considérons l'état de cette particule, & que nous posions sa vitesse $= v$, elle doit dépendre en sorte de la distance x & du tems t , que tant que t est moindre que T , il soit $v = 0$: on que la vitesse v ait une valeur finie, pendant que le tems t est pris entre les limites T & $T + \theta$, mais qu'en prenant $t > T + \theta$, la vitesse v redevienne pour toujours égale à zéro. On voit bien que cela ne sauroit être représenté par aucune fonction régulière du tems t .



5. Il ne faut pas penser qu'une fonction semblable à celles qui représentent les courbes toutes renfermées dans un certain espace, soit propre à exprimer l'état des particules de l'air dans la propagation du son : une telle fonction de t , qui n'auroit des valeurs réelles, que tant que t se trouve entre les unités T & $T + \theta$, ne convient nullement à notre cas pour exprimer la valeur de v , puisqu'elle donneroit pour les cas où $t < T$, ou $t > T + \theta$, des valeurs imaginaires, au lieu que la vitesse v est alors véritablement $= 0$, & point du tout imaginaire. On ne sauroit dire non plus, que la vitesse seroit alors extrêmement petite, mais pourtant variable, afin qu'elle puisse être considérée comme liée par la loi de continuité avec les valeurs finies qu'elle reçoit pendant l'intervalle de tems θ : car, avant l'agitation qui arrive à cette particule, & après, elle se trouve dans un aussi parfait repos que s'il n'y avoit eu jamais d'agitation. C'est sans doute une des principales raisons qui ont empêché de soumettre au calcul la propagation du son.

6. Mr. de la Grange a heureusement évité cet écueil, ayant considéré les particules de l'air comme isolées, sans former un tout continu : & dans cette vue il leur a assigné une grandeur finie, de sorte que le nombre de toutes les particules dispersées par un intervalle quelconque demeurât fini. Il s'est servi de la même méthode, dont il a déterminé dans le même ouvrage les vibrations d'une corde chargée d'un nombre fini de poids ; & c'est par cette méthode qu'il a fait voir, par la résolution des équations, que le calcul peut montrer un ébranlement dans une seule particule de l'air, pendant que toutes les autres demeurent en repos. Or à la fin on voit, que le nombre des particules n'entre plus en considération, & que la même circonstance doit avoir lieu en supposant infini le nombre des particules d'air, qui remplissent un certain espace. Tout revient donc à ce qu'on sâche introduire des fonctions discontinues dans l'Analyse, qui sert à résoudre ce problème : ce qui paroît un grand paradoxe.

7. En effet, lorsque je donnai ma solution générale pour les vibrations des cordes, qui comprend aussi les cas où la corde auroit



eu au commencement une figure irrégulière & inexprimable par aucune équation; elle parut d'abord fort suspecte à quelques grands Géomètres. Et M. d'Alembert aima mieux soutenir, que dans ces cas il étoit absolument impossible de déterminer le mouvement d'une corde, que d'admettre ma solution, quoiqu'elle ne diffère en rien de la sienne dans les autres cas. Il n'étoit pas même suffisant de faire voir, comme j'ai fait, que ma construction satisfaisoit parfaitement à l'équation différentielle du second degré, qui renferme sans contredit la véritable solution: la discontinuité lui parut toujours incompatible avec les loix du calcul. Mais à présent M. de la Grange ayant justifié pleinement ma solution, & cela d'une manière incontestable, je ne doute pas qu'on ne reconnoisse bientôt la nécessité des fonctions discontinues dans l'Analyse, surtout quand on verra, que c'est l'unique moyen d'expliquer la propagation du son.

8. Le paradoxe paroitra encore plus grand, quand je dis, qu'il y a une partie très considérable du calcul intégral, où l'on est obligé d'admettre de telles fonctions discontinues, aussi bien qu'on admet des constantes arbitraires dans les intégrations ordinaires. Comme le calcul intégral est une méthode de trouver des fonctions d'une ou de plusieurs variables, lorsqu'on connoit quelque rapport entre leurs différentiels du premier ordre, ou d'un plus haut: toute la partie où il s'agit des fonctions de deux ou plusieurs variables, est susceptible de fonctions quelconques, sans en excepter les discontinues: & cela par la même raison, que les fonctions d'une seule variable, qu'on trouve par l'intégration, reçoivent une constante arbitraire, qu'il faut déterminer ensuite par les conditions essentielles à chaque question.

9. Pour mettre cela dans tout son jour, cherchons une fonction z de deux variables x & t , de sorte qu'il soit $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a\left(\frac{dz}{dx}\right)$, où l'on fait déjà que $\left(\frac{dz}{dt}\right)$, marque la fraction $\frac{dz}{dt}$, en ne supposant que



que t variable, & $\left(\frac{dz}{dx}\right)$, la fraction $\frac{dz}{dx}$, en ne supposant que x variable. Cette condition est semblable à celle qui renferme le mouvement des cordes vibrantes, qui est $\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = a \left(\frac{ddz}{dx^2}\right)$, qui ne diffère de celle-là, que puisqu'il y a ici des différentiels du second degré; de sorte que les mêmes circonstances ont lieu dans l'une & dans l'autre. Or il est évident qu'on satisfait à la condition $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a \left(\frac{dz}{dx}\right)$, en prenant pour z une fonction quelconque de $x + at$, sans en exclure les fonctions discontinues. Car concevant une courbe quelconque tracée de main libre sans aucune loi, si l'on prend l'abscisse $= x + at$, l'appliquée donnera une juste valeur de z , qui satisfait à l'équation $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a \left(\frac{dz}{dx}\right)$, & puisqu'on ne demande pas autre chose, il n'y a rien qui nous oblige à croire, qu'une courbe régulière & continue soit plus propre à remplir cette condition, qu'une irrégulière & discontinue, & encore moins que celles-ci doivent être exclues.

10. Supposons qu'il s'agisse du mouvement d'un fil, & que les conditions soient telles, qu'il s'ensuive qu'après un tems quelconque t il réponde à l'abscisse x une appliquée z en sorte qu'il soit $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a \left(\frac{dz}{dx}\right)$: & je dis que prenant z égale à une fonction quelconque de la quantité $x + at$, ou $z = \Phi: (x + at)$, on aura résolu généralement le problème, quelque fonction soit régulière soit irrégulière que marque le signe Φ . Mais la signification de ce même signe est toujours déterminée par la nature de la question, qui ne sauroit subsister, à moins que la figure du fil pour quelque moment savoir $t = 0$, ne fut donnée; or alors ayant $z = \Phi: x$, cela doit être précisément l'équation pour la figure initiale du fil, quelle qu'elle ait

été, soit régulière, soit irrégulière. Maintenant, connoissant cette figure, on en déterminera aisément la figure que le fil aura après un tems quelconque t ; car à une abscisse quelconque x il répondra la même appliquée, qui répond dans la figure initiale à l'abscisse $x + at$.

11. C'est sur un semblable raisonnement qu'est fondée ma construction du problème des cordes vibrantes, & qui est à présent mise à l'abri de toute objection. C'est aussi sur ce même fondement, que j'établirai la solution du problème sur la propagation du son, & qui me dispensera des calculs embarrassans que M. de la Grange a été obligé de développer. Je conçois donc ce problème sous le même point de vue que cet habile Géometre, en ne considérant que les particules de l'air qui sont situées sur une même ligne droite, suivant laquelle se fait la propagation du son. Car, quoique le son se répande de toute part également, il semble très certain que la propagation suivant chaque ligne droite n'est pas troublée par les mouvemens des particules voisines autour d'elle. Cependant il seroit bien à souhaiter qu'on pût résoudre cette question en déterminant l'agitation par toute l'étendue de l'Atmosphère: mais on y rencontre des difficultés qui paroissent encore insurmontables. Je m'arrêterai donc comme M. de la Grange, au seul mouvement qui se fait par une ligne droite.

Analyse pour la propagation du son sur une ligne droite.

Fig. 1. 12. Je ne considère donc qu'une seule étendue de l'air suivant la ligne droite AE, tout comme si l'air étoit renfermé dans un tuyau infiniment mince AE, que je supposerai de plus bouché par les deux extrémités en A & E, afin que les circonstances auxquelles il faut appliquer le calcul soient parfaitement déterminées. Soit la longueur de ce tuyau $AE = a$, & sa largeur, que je suppose partout la même & quasi infiniment petite $= ee$, de sorte que le volume d'air contenu dans le tuyau soit $= aee$. Soit d'abord cet air en équilibre, ou de la même densité par toute la longueur du tuyau, de sorte que son élasticité soit aussi par tout la même; que la hauteur h soit la mesure de l'élasticité dans cet état d'équilibre, qu'il faut entendre en



en sorte, que l'élasticité soit balancée par le poids d'une colonne d'air, dont la hauteur $= h$, ou bien que chaque particule d'air dans le tuyau soit pressée de part & d'autre par le poids d'une masse d'air semblable, dont le volume est $= h e e$, & que l'élasticité soit en équilibre avec cette pression.

13. Que cet air dans le tuyau ait maintenant essuyé une agitation quelconque, dont l'état d'équilibre soit troublé, & pour en représenter l'effet, considérons trois points infiniment proches, qui dans l'état d'équilibre aient été en P, Q, R, à des intervalles égaux & infiniment petits $PQ = QR = \omega$, & qui par l'agitation arrivée aient été transportés après le tems $= t$ en p, q, r, de sorte que les particules d'air comprises entre les points P, Q, R, se trouvent maintenant entre les points p, q, r, & partant plus ou moins condensées, selon que les intervalles pq & qr , sont plus petits ou plus grands que les intervalles naturels PQ & QR, & l'élasticité sera changée dans le même rapport. Pour connoître ce changement, posons pour l'état d'équilibre les distances

$AB = x$; $AQ = x' = x + \omega$; $AR = x'' = x + 2\omega$,
& pour l'état troublé $Pp = y$; $Qq = y'$; $Rr = y''$, de là nous aurons les intervalles $pq = \omega + y' - y$, & $qr = \omega + y'' - y'$, & les masses des particules d'air qui y sont contenues seront les mêmes qui occupoient dans l'état d'équilibre les intervalles PQ & QR $= \omega$, & partant $= e e \omega$.

14. Qu'on observe ici que les quantités x se rapportent à l'état d'équilibre, & qu'elles expriment la distance de chaque particule d'air depuis le point fixe A: mais que les quantités y marquent le dérangement de chaque particule causé par l'agitation qui lui convient après le tems t . Ainsi la particule d'air, qui dans l'état d'équilibre étoit éloignée du point fixe A de l'intervalle $= x$, s'enrouvrira après le tems $= t$ de l'intervalle $= x + y$, & partant l'air ne sera pas en équilibre, à moins que toutes les y ne soient évanouissantes,



tes, si l'on met perpendiculairement aux points P, Q, R, les appliquées Pp' , Qq' , Rr' , égales aux intervalles Pp , Qq , Rr , la ligne courbe qui passe par les points p' , q' , r' , marquera l'état troublé de l'air dans le tuyau pour le tems $\equiv t$: où il évident que la première de ces appliquées en A, & la dernière en E, doivent évanouir. Car, puisque le tuyau est fermé par les deux extrémités, les particules d'air en A & E ne sauroient s'éloigner de leurs places.

15. L'élasticité qui étoit dans l'état d'équilibre partout exprimée par la hauteur $\equiv h$, sera à présent dans l'intervalle pq exprimée par une hauteur $\equiv \frac{h \cdot PQ}{pq}$, & dans l'intervalle qr par une

hauteur $\equiv \frac{h \cdot QR}{qr}$. Donc, ayant posé $PQ \equiv QR \equiv \omega$, puis-

que $pq \equiv \omega + y' - y$, & $qr \equiv \omega + y'' - y'$, la hauteur qui mesure l'élasticité dans l'intervalle pq sera $\equiv \frac{h\omega}{\omega + y' - y}$,

& dans l'intervalle $qr \equiv \frac{h\omega}{\omega + y'' - y'}$. Or c'est de l'inégalité

de ces hauteurs que dépend l'accélération ou retardation du mouvement de la particule en q . Pour cet effet, ayant partagé toute la longueur AE en des intervalles infiniment petits & égaux entr'eux $\equiv \omega$, dont chacun contient un volume d'air $\equiv e\omega$, dans l'état d'équilibre, concevons ces particules comme réunies dans les points P, Q, R, pour avoir maintenant en q un volume d'air $\equiv e\omega$: qui sera

poussé en arriere vers A par une force $\equiv \frac{eeh\omega}{\omega + y'' - y'}$, &

en avant vers E par une force $\equiv \frac{eeh\omega}{\omega + y' - y}$.



16. Joignant ces deux forces, la particule d'air en q sera poussée selon la direction qE , par la force qui est

$$= \frac{eeh\omega (y'' - 2y' + y)}{(\omega + y' - y)(\omega + y'' - y')};$$

dont la distance depuis le point fixe A étant $Aq = x' + y'$, dont la partie x' demeure invariable par rapport au tems t , l'autre partie y' seule souffrira l'effet de cette force, & pendant l'élément du tems dt , on aura, conformément aux principes de mécanique, en divisant par la masse $ee\omega$ cette équation

$$\frac{dd y'}{dt^2} = \frac{2gh (y'' - 2y' + y)}{(\omega + y' - y)(\omega + y'' - y')},$$

où g marqué la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, & alors le tems t sera exprimé en secondes. Il s'agit donc de trouver pour chaque abscisse x , & pour chaque tems t , la valeur de l'intervalle y .

17. Considérons maintenant aussi x comme variable, & il est clair que y sera une fonction des deux variables x & t ; & puisque dans la formule $\frac{dd y}{dt^2}$ on suppose x constante, nous devons écrire

$\left(\frac{dd y}{dt^2}\right)$ pour éviter toute ambiguïté. Ensuite, l'autre membre de notre équation ne regarde que la variabilité de x : posant donc $\omega = dx$, nous aurons $y' - y = dx \left(\frac{dy}{dx}\right)$, &

$$y'' - 2y' + y = dx^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right);$$

d'où notre équation prendra cette forme:

$$\left(\frac{dd y}{dt^2}\right) = 2gh \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right) : \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right),$$



qui seroit encore bien difficile à résoudre. Mais on suppose de plus, que les agitations sont extrêmement petites, & que les y évannoissent quasi par rapport aux x ; au moins on peut se contenter de connoître la propagation du son, quand les agitations sont fort petites, & alors rejetant le terme $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$, on aura à résoudre cette équation

$$\left(\frac{dd\gamma}{dt^2}\right) = 2gh \left(\frac{dd\gamma}{dx^2}\right):$$

18. Il en est ici de même que de la vibration des cordes, dont on suppose aussi infiniment petites les excursions, & nonobstant cela les Ciéometres prétendent avoir bien expliqué les mouvemens des cordes. Donc aussi dans notre cas je ne chercherai que les phénomènes des agitations extrêmement petites, de sorte que la courbe qui passe par les points p' , q' , r' , ne s'éloigne qu'infiniment peu de l'axe AE , tout comme on envisage la figure des cordes. Cette ressemblance va encore plus loin, puisque cette même équation qui exprime la propagation du son, détermine aussi les ébranlemens d'une corde fixée par les termes A & E . Nous aurons donc aussi la même équation intégrale, qui dans toute son étendue est:

$$y = \Phi: (x + t \sqrt{2gh}) + \Psi: (x - t \sqrt{2gh}).$$

Cette intégrale est même complète, puisqu'elle renferme deux formes arbitraires de fonctions, tout comme la double intégration exige.

19. Pour déterminer la nature de ces deux fonctions, il en faut faire l'application aux conditions prescrites dans la question: & d'abord il est clair, que posant $t = 0$, l'équation: $y = \Phi: x + \Psi: x$, exprime l'état de l'air dans le tuyau lorsqu'il reçoit la première agitation. Donc si nous posons, que par l'agitation l'air dans le tuyau AE ait été réduit dans l'état représenté par la courbe AZE , de sorte que chaque point X ait été transporté vers E par un intervalle $= XZ$; nommant $AX = x$, & $XZ = z$, nous aurons $z = \Phi: x + \Psi: x$. Puisque z est une fonction donnée de x , soit elle $z = \Theta: x$, & nous



nous aurons $\Phi: x + \Psi: x = 0x$, d'où la nature de l'une de nos deux fonctions indéterminées Φ & Ψ sera déterminée. Or il faut bien remarquer, que la courbe AZE doit être dans son étendue quasi infiniment proche de l'axe AE: cependant elle doit se réunir avec l'axe aux deux extrémités A & E, de sorte que z soit très petite, & tout à fait $= 0$, aux cas $x = 0$, & $x = a$.

20. L'autre détermination doit être tirée du mouvement que toutes les particules d'air auront eu au premier moment de l'agitation. Concevons donc une autre courbe donnée AVE, dont les appliquées $XV = v$, expriment les vitesses, qui ont été imprimées aux particules d'air X dans le sens XE; de sorte que v soit aussi une fonction donnée de x . Car, quelle que soit l'agitation, son premier effet sera toujours déterminé par ces deux courbes AZE & AVE, dont la première montre l'espace par lequel chaque particule a été transportée, & l'autre montre la vitesse qui lui a été imprimée par ce mouvement. Si l'on veut que les particules d'air, ayant été poussées par les intervalles marqués, y soient arrêtées, & ensuite subitement relâchées, la courbe AVE conviendra avec l'axe AE, de sorte que par tout $v = 0$. Mais toujours il faut remarquer, que les vitesses en A & E doivent être $= 0$.

21. Pour profiter de cette condition, cherchons en général la vitesse d'un point quelconque qui est $\left(\frac{dy}{dt}\right)$: il faut différentier nos fonctions, & employant pour cet effet les signes suivans: $d. \Phi: u = du \Phi': u$, & $d. \Psi: u = du \Psi': u$, la formule $y = \Phi: (x + t \sqrt{2gh}) + \Psi: (x - t \sqrt{2gh})$, en ne prenant que t pour variable donnera

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = \sqrt{2gh} (\Phi': (x + t \sqrt{2gh}) - \Psi': (x - t \sqrt{2gh})),$$

& partant au commencement où $t=0$, & la vitesse $=v$, nous aurons :

$$\frac{v}{\sqrt{2gh}} = \Phi' : x - \Psi' : x.$$

Multiplions par dx , & intégrons pour avoir;

$$\frac{\int v dx}{\sqrt{2gh}} = \Phi : x - \Psi : x,$$

où $\int v dx$ ou l'aire AXV étant aussi une fonction donnée de x , soit elle $\int v dx = \Sigma : x$, & nous aurons cette équation :

$$\Phi : x - \Psi : x = \frac{\Sigma : x}{\sqrt{2gh}}.$$

22. Cette équation jointe à celle, que nous avons trouvée ci-dessus $\Phi : x + \Psi : x = \Theta : x$, déterminera la nature de toutes les deux fonctions générales Φ & Ψ par les deux fonctions données Θ & Σ , d'où nous obtiendrons :

$$\Phi : x = \frac{1}{2} \Theta : x + \frac{\frac{1}{2} \Sigma : x}{\sqrt{2gh}}, \text{ \& } \Psi : x = \frac{1}{2} \Theta : x - \frac{\frac{1}{2} \Sigma : x}{\sqrt{2gh}}.$$

Donc notre équation générale, qui marque après un tems quelconque t le lieu de la particule X, fera

$$y = \frac{\Theta(x+t\sqrt{2gh}) + \Theta(x-t\sqrt{2gh})}{2} + \frac{\Sigma(x+t\sqrt{2gh}) - \Sigma(x-t\sqrt{2gh})}{2\sqrt{2gh}},$$

& la vitesse de cette même particule vers E fera

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{\Theta'(x+t\sqrt{2gh}) - \Theta'(x-t\sqrt{2gh})}{2} \sqrt{2gh} + \frac{\Sigma'(x+t\sqrt{2gh}) + \Sigma'(x-t\sqrt{2gh})}{2},$$

où il faut remarquer que $\Sigma' : x = v$ puisque $\Sigma : x = \int v dx$.

23. Maintenant toute la solution seroit déterminée, si les deux extrémités A & E étoient éloignées à l'infini. Car décrivant encore une autre courbe ASF dont les appliquées XS expriment
les



les aires AXV, de sorte que $XS = \Sigma: x$, on pourroit prendre dans les deux courbes AZE, où $XZ = \Theta: x$, les appliquées qui répondent à toutes les abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, & $x - t\sqrt{2gh}$, & de là on auroit pour tous les momens les quantités y , qui conviennent à chaque particule d'air X. Mais, dès que le fil d'air AE est terminé par les points A & E au delà desquels l'agitation ne sauroit être communiquée, ces courbes formées sur le premier état de l'air ne fournissent plus les appliquées qui répondent aux abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, quand elles sont plus grandes que $AE = a$, ni aux abscisses $x - t\sqrt{2gh}$, quand elles sont négatives. Il ne s'agit pas ici de la continuation naturelle de ces courbes, qui n'entre en aucune considération, puisque les courbes données AZE & ASF, pourroient être même discontinues.

24. Nous avons donc besoin de quelques déterminations accessoires, qui nous découvrent les véritables appliquées de nos deux courbes données, lorsqu'on prend, ou l'abscisse plus grande que $AE = a$, ou négative. Pour cet effet nous n'avons qu'à regarder les conditions mentionnées ci-dessus, que prennent ou $x = 0$, ou $x = a$, l'appliquée y doit toujours demeurer $= 0$: d'où nous tirons:

$$\Theta: t\sqrt{2gh} + \Theta: -t\sqrt{2gh} + \frac{\Sigma: t\sqrt{2gh} - \Sigma: -t\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh}} = 0, \&$$

$$\Theta: (a + t\sqrt{2gh}) + \Theta: (a - t\sqrt{2gh}) + \frac{\Sigma: (a + t\sqrt{2gh}) - \Sigma: (a - t\sqrt{2gh})}{\sqrt{2gh}} = 0,$$

Ayant donc une abscisse, ou plus grande que a , comme $a + u$, ou négative comme $-u$; nous aurons:

$$\Theta: (a + u) + \frac{\Sigma: (a + u)}{\sqrt{2gh}} = -\Theta: (a - u) + \frac{\Sigma: (a - u)}{\sqrt{2gh}}, \&$$

$$\Theta: (-u) - \frac{\Sigma: (-u)}{\sqrt{2gh}} = -\Theta: u - \frac{\Sigma: u}{\sqrt{2gh}},$$



d'où l'on pourra toujours assigner ces appliquées par celles qui se trouvent actuellement entre les limites A & E.

De la propagation du son.

Fig. 3.

25. Maintenant pour expliquer la propagation du son par la ligne AE, supposons que par quelque force une petite partie d'air *mn* ait été ébranlée, & mise dans l'état représenté par la petite courbe *mon*, où l'air ayant été en repos soit relâché subitement, tandis que le reste en *Am* & *nE* soit encore dans un parfait équilibre; & voyons comment ce dérangement se communique successivement avec les autres particules de l'air. Dans cette hypothèse la fonction Σ évanouit, & il ne reste que la fonction Θ , qui exprime les appliquées de la courbe *mon*, tant que les abscisses tombent dans l'espace *mn*. Or, puisqu'au commencement, où $t = 0$, les particules d'air hormis l'espace *mn* sont en équilibre, la ligne entière qui représente cet état initial sera composée de la droite *Am*, de la courbe *mon*, & de la droite *nE*, & partant une ligne mixte ligne *Amone*, dans laquelle prenant une abscisse $= u$, l'appliquée donnera la valeur de $\Theta: u$. Ensuite, puisque $\Theta: (— u) = — \Theta: u$, il faut dans la continuation précédente *AA' = a*, concevoir la même ligne *AμωvΛ'*, dans une situation renversée. De plus, puisque

$$\Theta: (a + u) = — \Theta: (a — u),$$

il faut dans la continuation *EE'* établir la même ligne aussi renversée: & ainsi de suite pour les autres intervalles $= a$ pris sur cette ligne de part & d'autre.

26. De là on voit que l'appliquée $\Theta: u$ sera toujours $= 0$, à moins que l'abscisse *u*, à compter depuis le point A en droite, ne tombe

$$\text{ou entre les limites } \begin{cases} Am \\ An \end{cases} \text{ ou entre } \begin{cases} An' \\ Am' \end{cases} \text{ ou entre } \begin{cases} Am'' \\ An'' \end{cases} \text{ \&c.}$$

$$\text{ou entre } \begin{cases} — \Lambda\mu \\ — \Lambda\nu \end{cases} \text{ ou entre } \begin{cases} — \Lambda\nu' \\ — \Lambda\mu' \end{cases} \text{ \&c.}$$

Donc



Donc, si nous posons $\Lambda m = m$ & $\Lambda n = n$, ces limites hors desquelles l'appliquée $\odot: u$ est partout $= 0$, seront:

$$\begin{aligned} &\text{ou } \left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} 2a-n \\ 2a-m \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} 2a+m \\ 2a+n \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} 4a-n \\ 4a-m \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} 4a+n \\ 4a+n \end{matrix} \right. \&c. \\ &\text{ou } \left\{ \begin{matrix} -m \\ -n \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} -2a+n \\ -2a+m \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} -2a-m \\ -2a-n \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} -4a+n \\ -4a+m \end{matrix} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{matrix} -4a-m \\ -4a-n \end{matrix} \right. \&c. \end{aligned}$$

En général donc deux limites quelconques seront $\left\{ \begin{matrix} \pm 2ia \pm m \\ \pm 2ia \pm n \end{matrix} \right.$, & à moins que l'abscisse u ne tombe entre deux telles limites, l'appliquée $\odot: u$ sera toujours $= 0$.

27. Prenons à présent un point quelconque X sur la droite AE, posant $AX = x$, & cherchons les agitations qu'il subira, que nous connoîtrons par la quantité y dont la valeur après le tems t est

$$y = \frac{1}{2} \odot: (x + t \sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \odot: (x - t \sqrt{2gh}),$$

& d'abord nous voyons que le premier membre est $= 0$, à moins que $x + t \sqrt{2gh}$, ne tombe entre les limites $\left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right.$ ou $\left\{ \begin{matrix} 2a-n \\ 2a-m \end{matrix} \right.$

ou $\left\{ \begin{matrix} 2a+m \\ 2a+n \end{matrix} \right.$ &c. Or l'autre membre évanouit toujours: à moins

que la quantité $x - t \sqrt{2gh}$, ne tombe entre les limites $\left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right.$ ou son négatif $t \sqrt{2gh} - x$ entre $\left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right.$ ou $\left\{ \begin{matrix} 2a-n \\ 2a-m \end{matrix} \right.$ ou $\left\{ \begin{matrix} 2a+m \\ 2a+n \end{matrix} \right.$ &c.

Donc, si nous supposons $\Lambda X = x > n$, cette particule demeurera en repos jusqu'à ce qu'il devienne $x - t \sqrt{2gh} = n$, ou $t = \frac{x-n}{\sqrt{2gh}}$.

Ce n'est donc qu'après ce tems, que la particule en X commence à s'ébranler, & ensuite elle sera rétablie en repos après le tems $\frac{x-m}{\sqrt{2gh}}$,
de



de sorte que l'ébranlement durera un tems $= \frac{n - m}{\sqrt{2gh}}$. D'où l'on voit que chaque particule d'air n'est ébranlée que pendant un très petit tems selon l'étendue de l'agitation initiale mn , & c'est alors que le son y est senti.

28. Il faut donc un tems $t = \frac{x - n}{\sqrt{2gh}}$, avant que le son parvienne de n en X , ou qu'il soit transmis par l'espace $nX = x - n$. D'où l'on voit que ce tems est proportionel à l'espace, tout comme on le fait par l'expérience. J'ai déjà remarqué, que le tems t est exprimé en secondes, si l'on prend pour g la hauteur d'où tombe un corps grave dans une seconde: donc, pendant une seconde, posant $t = 1$, le son sera transmis par un espace $= \sqrt{2gh}$. Or on sait que $g = 15\frac{1}{2}$ pieds de Rhin, & si le ressort de l'air est contrebalancé par une colonne d'eau de 32 pieds, en supposant l'eau 800 fois plus pesante que l'air, la hauteur h sera $= 32,800$ pieds, d'où l'on trouve $\sqrt{2gh} = \sqrt{31\frac{1}{4} \cdot 32 \cdot 800} = 400\sqrt{5} = 894$ pieds. Or on sait que le son est transmis dans une seconde par un espace de presque 1100 pieds: & personne n'a encore bien découvert la cause de cette accélération sur la Théorie.

29. Mais, après que la particule d'air en X a été ébranlée la première fois, elle sera depuis mise en agitation encore plusieurs & même une infinité de fois, car elle se trouvera agitée toutes les fois que le tems écoulé t sera contenu entre les limites suivantes

$$t\sqrt{2gh} = \begin{cases} x+m; 2a-n-x; 2a-n+x; 2a+m-x; 2a+m+x; & \&c. \\ x+n; 2a-m-x; 2a-m+x; 2a+n-x; 2a+n+x; \end{cases}$$

Si la ligne AE n'étoit point du tout terminée, la particule en X ne seroit ébranlée qu'une seule fois; si elle n'étoit terminée qu'à une extrémité A , la distance $AE = a$, étant infinie, elle recevrait encore

un ébranlement après le tems $= \frac{x + m}{\sqrt{2gh}}$, ce qui est l'explication d'un



d'un écho simple. Mais, si la ligne AE est terminée par les deux bouts A & E, l'ébranlement arrivera plusieurs fois de suite, ce qui sert à expliquer les échos réitérés. Pour cet effet, il faut que les dernières particules d'air en A & E, ne soient susceptibles d'aucun ébranlement, ce qui est une condition nécessaire pour la production des échos.

30. Puisque nous avons trouvé

$$y = \frac{1}{2} \odot : (x + t \sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \odot (x - t \sqrt{2gh}),$$

il faut encore remarquer, que l'ébranlement de la particule X, n'est que la moitié de celui dont la particule *mn* a été primitivement agitée. Car la quantité *y* ne reçoit de grandeur, que lorsque l'un ou l'autre membre tombe dans l'intervalle *mn*; & puisque tous les deux n'y sauroient tomber à la fois, la quantité *y* ne deviendra égale qu'à la moitié de l'appliquée dans l'intervalle *mn*, d'où il s'ensuit, que les agitations de la particule X sont deux fois plus faibles, que l'agitation primitive dans la particule *mn*. Cela est aussi une suite nécessaire du principe, que l'effet ne sauroit être plus grand que la cause: car, puisque l'agitation originaire en *mn* se communique également vers AE, à chaque instant il y aura deux particules également éloignées de part & d'autre de *mn*, qui seront ébranlées, dont les mouvemens pris ensemble doivent être égaux au mouvement primitif en *mn*, de sorte que chacun n'en puisse être que la moitié. Mais cette diminution sera bien plus grande, quand l'agitation en *mn* sera répandue en tous sens: d'où l'on voit que les sons transmis par un tuyau doivent être plus forts.

Explication d'un paradoxe.

31. Il se présente ici un doute, qui n'est pas si facile à lever: il semble que l'agitation qui se trouve à présent en X, pourroit être regardée comme l'agitation primitive en *mn*, & qu'elle devrait être transmise aussi bien en arrière qu'en avant: cependant cela n'arrive pas, puisque nous venons de voir, que l'agitation qui est à présent en X,



se transmet successivement en avant vers E, & point du tout en arrière vers A; il en est de même des agitations, qui de mn se répandent en sens contraire vers A, qui sont transmises dans le même sens, sans qu'elles engendrent de nouvelles agitations en sens contraire. Je fais ici abstraction des limites A & E, ou je les considère comme éloignées à l'infini, puisque je ne les ai introduites dans le calcul que pour expliquer les *échos*. On demandera donc avec raison, quelle est la différence entre l'agitation primitive en mn , & celle qui en est engendrée depuis en X: car, si tout est en repos excepté les particules auprès de X, qui se trouvent déplacées de leur état naturel, il semble que cette agitation pourroit être envisagée comme la primitive, & qu'elle devroit se communiquer aussi bien vers A que vers E. Cependant cela seroit tout à fait contraire à l'expérience, & l'on sait qu'il y a une grande différence entre le lieu où le son est engendré, & ceux où il est aperçu.

32. Il faut donc qu'il y ait une différence essentielle entre l'agitation communiquée aux particules d'air en X, & l'agitation primitive en mn ; & tout revient à découvrir cette différence. Or, ayant introduit dans le calcul l'agitation primitive en mn , j'y ai supposé une restriction en négligeant les fonctions marquées par le signe Σ , qui renferme cette condition, que les particules de l'espace mn ayant été déplacées de leur situation naturelle, se soient trouvées sans aucun mouvement, & que de cet état elles aient été relâchées subitement. De là il faut bien conclure, que si les particules de X, après avoir été déplacées, se trouvoient toutes à la fois en repos, il en devroit résulter le même effet que de l'agitation primitive en mn . Mais, quoique chaque particule de X, étant parvenue à sa plus grande digression, y soit réduite en repos, cela n'arrive pas dans toutes les particules qui sont autour de X au même instant, & partant c'est ici sans doute, qu'il faut chercher l'explication de notre difficulté.

33. De là on comprend que la propagation dépend non seulement du déplacement des particules en mn , mais aussi du mouvement qui



qui leur aura été imprimé au premier instant, qui influe tant sur la propagation, que dans un certain cas elle ne se fait que dans un sens. Il est donc bien important de traiter ce sujet dans toute son étendue, sans négliger les fonctions du signe Σ . Pour cet effet je ne me bornerai pas à une ligne ou tuyau terminé, & je le supposerai infini, puisqu'il ne s'agit plus des *échos*. Qu'au commencement donc les particules d'air contenues dans l'espace mn aient été ébranlées en sorte, que le point x ait été transporté vers E par un espace $= xs$ appliquée de la courbe donnée mzn , & qu'à ce même point ait été imprimée alors une vitesse $= x$ aussi dans le même sens vers E: où xv appliquée de la courbe donnée mvn exprime l'espace que cette vitesse parcourroit dans une seconde.

Fig. 4.

Qu'on forme par la quadrature de cette courbe mvn une nouvelle $ms\zeta$, en sorte que son appliquée $xs = \frac{mxs}{\sqrt{2gh}}$; & puisque la ligne de vitesse mvn se confond de part & d'autre de l'espace mn avec l'axe même mA & nE , la continuation de la courbe $ms\zeta$ sera vers A l'axe même mA , & vers E la droite $\zeta\epsilon$ parallèle à l'axe nE .

34. Cela posé, prenant un point quelconque X, & posant $AX = x$, après le tems $= t$, il sera poussé vers E par un espace y , de sorte que.

$$y = \frac{1}{2}\Theta(x+t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2}\Theta(x-t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2}\Sigma(x+t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2}\Sigma(x-t\sqrt{2gh}),$$
 puisqu'ici le dénominateur $\sqrt{2gh}$, qui se trouve §. 22. est déjà, renfermé dans la fonction Σ . Or ici Θ marque les appliquées de la courbe mzn , qui de part & d'autre de l'espace mn se confond avec l'axe, de sorte que $\Theta: u$ est toujours zéro, à moins que u ne soit compris entre les limites Am & An , où A est un point fixe pris à volonté, d'où je compte les abscisses, sans que le tuyau y soit terminé ou fermé. De la même manière, le caractère Σ marque les appliquées de la ligne $Am\zeta\epsilon$, de sorte que la valeur de $\Sigma: u$ est zéro, quand $u < Am$, & égale à $n\zeta = E\epsilon$, quand $u > An$. Or, si u se trouve entre ces deux limites comme si $u = Ax$, alors on aura



$\Sigma: u = xs$. Il n'est pas besoin d'avertir, que si quelque appliquée tomboit en sens contraire, qu'elle est représentée dans la figure, il la faudroit considérer comme négative.

35. Considérons premierement un point X plus éloigné du point fixe A que l'intervalle mn , & puisque $AX = x$, prenons de part & d'autre les intervalles $XT = X\Theta = t\sqrt{2gh}$, pour avoir $AT = x + t\sqrt{2gh}$, & $A\Theta = x - t\sqrt{2gh}$: & il est clair que, tant que $X\Theta < Xn$, il y aura $y = \frac{1}{2}Tt - \frac{1}{2}\Theta\theta = 0$, puisque $\Theta:AT=0$; $\Theta:A\Theta=0$, & $\Sigma:AT=Tt$; $\Sigma:A\Theta=\Theta\theta$. Or, quand le point Θ tombe dans l'espace mn , ou que $X\Theta = t\sqrt{2gh} = Xn$, on aura

$\Theta:AT=0$; $\Theta:Ax=xs$; $\Sigma:AT=Tt=n\zeta$; & $\Sigma:Ax=xs$, & partant $y = \frac{1}{2}(xs + n\zeta - xs)$, qui est l'espace, par lequel le point X sera transporté de son lieu naturel vers E après le tems $t = \frac{Xn}{\sqrt{2gh}}$: Mais, après le tems $t = \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$, on aura $y = \frac{1}{2}n\zeta$, qui demeurera aussi la valeur de y , lorsque $t > \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$; de sorte que depuis ce tems il fera en repos, quoiqu'éloigné de son lieu naturel de l'espace $= \frac{1}{2}n\zeta$: son agitation n'ayant duré que depuis le tems $t = \frac{Xn}{\sqrt{2gh}}$ jusqu'au tems $t = \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$.

36. Considérons maintenant un point quelconque X' de l'autre côté de l'espace ébranlé mn , de sorte que $AX = x$, & prenant de part & d'autre les intervalles égaux $X'T' = X'\Theta' = t\sqrt{2gh}$, on voit que, tant que $X'T' < X'm$, ou $t < \frac{X'm}{\sqrt{2gh}}$, le point X' restera en repos: mais, si T' avance en x , de sorte que $t = \frac{X'n}{\sqrt{2gh}}$, à cause de $\Theta:Ax=xs$; $\Theta:A\Theta'=0$; $\Sigma:Ax=xs$; & $\Sigma:A\Theta=0$,
on



on aura $y = \frac{1}{2}xz + \frac{1}{2}xs = \frac{1}{2}(xz + xs)$, & après le tems $t = \frac{X'n}{\sqrt{2gh}}$, on aura $y = \frac{1}{2}n\zeta$, qui demeurera depuis constamment la valeur de y , de sorte que cette particule X' aussi après avoir éré ébranlée se trouvera éloignée du son lieu naturel vers E de l'intervalle $= \frac{1}{2}n\zeta$. Donc, après que tous les ébranlemens seront passés, toute la ligne d'air AE sera avancée dans la direction AE de l'intervalle $\frac{1}{2}n\zeta$.

37. De là on voit que les ébranlemens des particules X & X' , dont l'une est en deçà & l'autre au delà de l'agitation primitive mn , sont tout à fait différentes, vu qu'en X le plus grand déplacement est $= \frac{1}{2}(xz - xs + n\zeta)$, & en $X' = \frac{1}{2}(xz + xs)$: & parrant dans ce cas le son est tout autrement transmis en avant qu'en arriere: au lieu que, dans le cas précédent, où les vitesses primitives xv évanouissoient, la propagation étoit de part & d'autre la même. Mais on voit de plus, qu'il seroit possible, que la propagation se fît seulement dans un sens; ce qui arriveroit, s'il y avoit par tout l'espace $mnxz - xs + n\zeta = 0$. Pour cet effet, puisque xz & xs évanouissent en m , il faudroit qu'il fût $n\zeta = 0$, & $xs = xz$. Posant donc $xz = z$, $xv = v$, & $xs = \frac{\int v dx}{\sqrt{2gh}}$, cette condition exige qu'il soit $z\sqrt{2gh} = \int v dx$, & $v = \frac{dz\sqrt{2gh}}{dx}$. Dans ce cas la courbe $m\zeta$ sera égale & semblable à l'autre mzn , & se rejoindra en n avec l'axe de sorte que $n\zeta = 0$. Alors les particules X situées d'une part de l'espace ébranlé mn vers E, n'en seront point ébranlées, & la propagation ne se fera que vers l'autre part de m vers A.

38. Or c'est précisément le cas des ébranlemens, qui sont produits par une agitation primitive quelconque, lesquels sont toujours tels, que quand même ils seroient primitifs, ils ne se communiqueroient que dans un sens. Pour s'en asseurer on n'a qu'à donner



à z la valeur de y trouvée ci-dessus, & à v la valeur de $\left(\frac{dy}{dt}\right)$; alors on aura

$$z = \frac{1}{2} \Theta(x+t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Theta(x-t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Sigma(x+t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2} \Sigma(x-t\sqrt{2gh}),$$

$$\frac{v}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{2} \Theta'(x+t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2} \Theta'(x-t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Sigma'(x+t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Sigma'(x-t\sqrt{2gh}),$$

& prenant le différentiel de z , en ne supposant que x variable,

$$\left(\frac{dz}{dx}\right) = \frac{1}{2} \Theta'(x+t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Theta'(x-t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Sigma'(x+t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2} \Sigma'(x-t\sqrt{2gh}).$$

Or il n'y a toujours, comme nous avons vu ci-dessus, que l'une des deux abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, ou $x - t\sqrt{2gh}$, à laquelle répond une appliquée finie. Donc, si c'est la première, il y aura évidemment $\frac{dz}{dx} = \frac{v}{\sqrt{2gh}}$; & partant une telle agitation ne sauroit se communiquer que dans un seul sens. Voilà donc la véritable explication du paradoxe proposé.

Pourquoi plusieurs sons ne sont pas confondus ?

39. De là on comprend clairement la raison, pourquoi plusieurs sons ne sont pas confondus ? question, qui a de tout tems tourmenté les Physiciens. La Théorie du grand Newton, quoique juste au fond, ne paroît pas suffisante pour expliquer ce phénomène, puisqu'elle ne détermine point la véritable nature des ébranlemens, auxquels toutes les particules de l'air sont assujetties. M. de Mairan s'est imaginé, que chaque son, selon qu'il est grave ou aigu, n'est transmis que par certaines particules d'air, dont le ressort lui est convenable. Mais, outre que l'état d'équilibre demande absolument, que toutes les particules d'air soient douées d'un même degré de ressort, cette explication est renversée par les premiers principes, sur lesquels notre Théorie est fondée, & dont la certitude ne sauroit être révoquée en doute. En effet, la propagation ne se rapporte qu'à un seul ébranle-

ment



ment excité dans l'air, & il n'importe pas, si celui-ci est suivi des autres ou non? & encore moins dépend-elle de l'ordre de leur succession, d'où l'on juge le grave & l'aigu des sons.

40. Pour s'éclaircir entièrement là dessus, on n'a qu'à supposer plusieurs agitations primitives a, b, c, d, e, f , &c. sur la ligne droite AE: & en considérant une particule d'air quelconque en P, on voit par ce que je viens d'expliquer, que l'agitation a lui sera communiquée après le tems $\frac{Pa}{\sqrt{2gh}}$; ensuite elle recevra l'agitation a

après le tems $\frac{Pa}{\sqrt{2gh}}$, & ainsi des autres: de sorte que chaque agitation est transmise par la même particule P dans un tems déterminé: & une oreille placée en P percevra tous ces ébranlemens, sans que les uns soient troublés par les autres. Il pourra aussi arriver que deux ébranlemens arrivent au même instant à la même particule comme O, les distances aO & aO étant égales; mais alors cette particule sera tout autrement ébranlée, que si elle recevoit une simple agitation: & elle communiquera ensuite son ébranlement, tant en avant qu'arrière. Or c'est précisément le cas, où l'on devoit penser, que les agitations se confondissent, ce qui n'arrive pas pourtant, aussi peu en O qu'en tout autre point P.

Reflexions sur la Théorie précédente.

41. D'abord il faut remarquer, que je n'ai ici considéré la propagation, que sur une ligne droite, ou comme si l'air étoit renfermé dans un tuyau cylindrique fort étroit; d'où l'on pourroit penser, que dans un air libre elle devoit suivre des loix tout à fait différentes. Du moins est il évident, que les agitations étant répandues en tous sens, doivent diminuer bien plus considérablement que dans le cas d'un tuyau: mais, pour ce qui regarde la nature des ébranlemens, & la vitesse dont elles sont transmises à des distances quelconques, il semble



ble certain, qu'il en sera de même dans l'air libre que dans un air renfermé dans un tuyau; car, puisque le son, de même que la lumière, se communique par des lignes droites, qu'on peut nommer des rayons sonores, la transmission par chacune de ces lignes droites doit suivre les mêmes règles que je viens de découvrir, avec cette seule différence, que les agitations deviendront d'autant plus foibles, plus sera grande la distance. Cependant il seroit fort à souhaiter qu'on fût en état de résoudre le même problème dans le cas d'un air libre.

42. En second lieu, c'est toujours une grande difficulté, que le son parcourt effectivement un plus grand espace, que celui que la Théorie indique: je reconnois à présent que les ébranlemens suivans n'en fauroient être la cause, comme je me l'étois imaginé autrefois. Mais il faut bien comparer le cas de l'expérience avec celui, auquel la Théorie est adstreinte. Sans prétendre que l'air libre puisse causer cette différence, il faut se souvenir que notre calcul suppose des agitations quasi infiniment petites, qui produiroient des sons trop foibles, pour qu'on puisse observer la distance de leur propagation pendant une seconde. Donc, puisque les sons qu'on a employés dans les expériences, sont produits par des agitations très fortes, il est fort vraisemblable, que dans l'équation principale §. 17. qui est

$$\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh \left(\frac{ddy}{dx^2}\right),$$

il n'est plus permis de négliger le terme $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$, comme j'ai fait dans le calcul précédent. Peut-être que c'est ici qu'il faudroit chercher le développement de cette difficulté.

43. Enfin, quoique ce soit à Mr. de la Grange qu'on est redevable de cette importante découverte, je me flatte que ce Mémoire ne manque pas de recherches très intéressantes. Car, outre

Fig. 1.

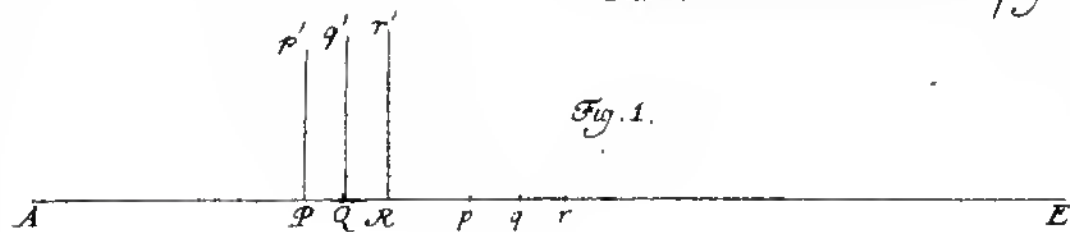


Fig. 2.

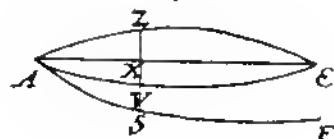


Fig. 3.

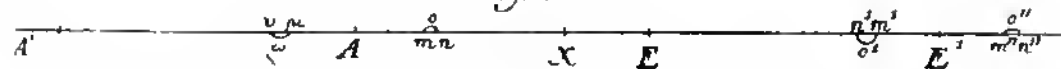


Fig. 4.

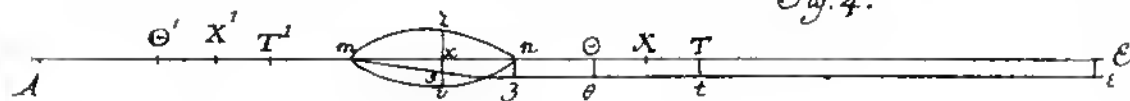
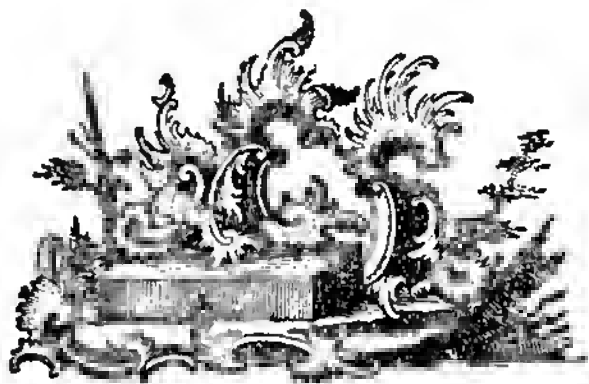


Fig. 5.





tre que mon analyse est très simple, j'y ai mis dans tout son jour l'usage des fonctions discontinues, contesté par quelques grands Géomètres, mais qui est absolument nécessaire toutes les fois, qu'il s'agit de trouver par intégration des fonctions de deux ou plusieurs variables, & que l'on demande une solution générale. Ensuite, quoique la résolution soit semblable à celle des cordes vibrantes, que j'ai donnée autrefois, j'ai ici déterminé avec plus d'exactitude les fonctions arbitraires par les conditions propres à la nature de la question. Mais aussi cette solution appliquée aux cordes est plus générale, puisque pour l'état initial on ne peut pas seulement donner à la corde une figure quelconque, mais aussi à tous ses élémens un mouvement quelconque; ce que je n'avois par remarqué dans mon Mémoire là dessus, ni même ceux qui ont traité la même matière. Enfin je crois que l'explication du paradoxe, que les ébranlemens causés par la propagation du son sont d'une nature tout à fait différente que les primitifs, nous fournit des éclaircissémens très considérables dans cette matière épineuse.





S U P P L E M E N T

A U X

R E C H E R C H E S

S U R

L A P R O P A G A T I O N D U S O N .

P A R M. E U L E R .

1.

Dans le Mémoire précédent je n'ai supposé à l'air par lequel le son est transmis, qu'une seule dimension selon une ligne droite; en quoi j'ai suivi les autres Géomètres qui ont traité cette même matière. Puisqu'on a principalement en vue la vitesse de la propagation, il semble qu'elle doit être la même, soit que l'air ait une étendue selon toutes les trois dimensions, ou selon une seule: quoiqu'il soit certain, que les ébranlemens excités dans l'air diminuent beaucoup plus considérablement, lorsque l'air est repandu de toutes parts. Mais la principale raison de cette restriction est sans doute, qu'on rencontre des difficultés insurmontables, lorsqu'on veut supposer à l'air une étendue vers toutes les trois dimensions, ou seulement vers deux, en ne considérant qu'une couche d'air renfermée entre deux plans parallèles & extrêmement proches.

2. Cependant il est encore douteux, si la vitesse du son, qu'on trouve dans l'hypothèse d'une seule dimension, n'est pas altérée par l'étendue selon les autres dimensions: & puisque la vitesse actuelle du son conclue par les expériences est considérablement plus grande que celle que donne la théorie fondée sur l'hypothèse d'une seule dimension, on a lieu de soupçonner que l'étendue vers toutes les dimensions



menfions pourroit bien caufér cette accélération. Du moins fera-t-il toujours fort important de faire des efforts pour développer les autres hypothefes, où l'on fuppoſe à l'air ou deux ou toutes les trois dimenſions: pour l'une & l'autre hypothefe je tâcherai de ramener les ébranlemens de l'air à des formules analytiques, dont la réfolution fera un très digne fujet pour occuper l'adreſſe des Géometres.

3. Je commence par l'hypothefe de deux dimenſions, où l'air ſoit étendu ſelon un plan, qui ſoit celui de la planche, on lui peut donner une petite épaiſſeur, qui ſoit partout la même $= e$: & d'abord je confidere l'état d'équilibre, où l'air a partout la même denſité & le même reſſort. Que l'unité expreme cette denſité naturelle de l'air, & que ſon élaſticité ſoit en équilibre avec le poids d'une colonne d'air dont la hauteur ſoit $= h$, en ſuppoſant auſſi cet air de l'état naturel, dont la denſité $= 1$: on voit bien que cette hauteur h ſe détermine par celle du barometre, en multipliant celle-ci par le rapport, dont la denſité ou gravité ſpécifique du viſ argent ſurpaſſe celle de l'air. Ainſi la hauteur du barometre étant $= k$, ſi nous ſuppoſons la gravité ſpécifique du viſ argent 14 fois plus grande que celle de l'eau, & celle-ci 800 fois plus grande que celle de l'air naturel, nous aurons $h = 14,800k = 11200k$.

4. Dans l'état d'équilibre conſidérons un point quelconque Y, Fig. duquel on baiſſe à une ligne fixe AE la perpendiculaire YX, pour avoir les deux coordonnées $AX = X$, & $XY = Y$, qui déterminent le lieu du point Y. Maintenant, après une agitation quelconque excitée dans notre air, & à un inſtant donné, que le point Y ſe trouve en y, dont le lieu ſoit déterminé par les coordonnées $Ax = x$, & $xy = y$, & il eſt clair que x & y ſeront certaines fonctions de X & Y , où le tems entre bien auſſi, mais tant que nous conſidérons l'état de l'air pour le même inſtant, le tems n'y entre pas encore en conſidération, ou ſera regardé comme conſtant. Donc puiſque tant x que y eſt une fonction de deux variables X & Y , ſuppoſons:

$$dx = LdX + MdY, \quad \& \quad dy = PdX + QdY.$$

Ee 2

5. Pour



5. Pour trouver tant la densité que l'élasticité en y dans l'état troublé, considérons un volume d'air infiniment petit, qui dans l'état naturel soit YPQ , & après l'agitation dans l'état troublé soit ypq ; dont le rapport à celui-là fera connoître tant la densité que l'élasticité du volume ypq . Comme le point Y déterminé par les coordonnées X & Y est transporté en y déterminé par les coordonnées x & y ; tout autre point infiniment proche de Y & déterminé par les coordonnées $X + dX$, & $Y + dY$ sera transporté dans un point déterminé par les coordonnées:

$$x + LdX + MdY, \text{ \& } y + PdX + QdY.$$

Que le triangle YPQ soit pris en sorte, comme il est représenté dans la figure, & posons $YP = XL = a$, & $YQ = \epsilon$, &

le point dont les coordonnées			de l'ouvrage	au point dont les coordonnées		
	X	& Y			x	& y
Y	X	& Y		y	x	& y
P	$X + a$	& Y		p	$x + La$	& $y + Pa$
Q	X	& $Y + \epsilon$		q	$x + M\epsilon$	& $y + Q\epsilon$

6. Donc, ayant tiré de p & q les ordonnées pl & qm , nous aurons:

$$Ax = x; \quad Al = x + La; \quad Am = x + M\epsilon$$

$$xy = y; \quad lp = y + Pa; \quad mq = y + Q\epsilon,$$

d'où il faut chercher l'aire du triangle ypq , qui se détermine par celle des trapezes $xyp l$, $xyp m$, $lpqm$, en sorte

$$\Delta ypq = \frac{1}{2} xm(xy + mq) + \frac{1}{2} ml(mq + lp) - \frac{1}{2} xl(xy + lp),$$

or $xm = M\epsilon$; $ml = La - M\epsilon$; & $xl = La$, donc

$$\Delta ypq = \frac{1}{2} \epsilon M(2y + \epsilon Q) + \frac{1}{2} aL - \epsilon M(2y + aP + \epsilon Q) - \frac{1}{2} aL(2y + aP),$$

ou $\Delta ypq = \frac{1}{2} \epsilon M(-aP) + \frac{1}{2} aL(\epsilon Q) = \frac{1}{2} a\epsilon(LQ - MP)$.
Donc, puisque dans l'état naturel l'aire du triangle YPQ étoit $\frac{1}{2} a\epsilon$, la densité du même air remplissant maintenant le triangle ypq sera



fera $= \frac{1}{LQ - MP}$, & l'élasticité $= \frac{h}{LQ - MP}$; d'où nous tirons cette conclusion

$$\text{densité en } y = \frac{1}{LQ - MP}; \text{ élasticité en } y = \frac{h}{LQ - MP}.$$

7. Comme le lieu du point y dépend de celui de Y , le ressort ou élasticité en y , que l'on la pose $= \Pi$, de sorte que $\Pi = \frac{h}{LQ - MP}$, fera aussi une fonction de X & Y , considérant encore toujours le tems comme constant; & partant nous aurons $d\Pi = E dX + F dY$, où E & F sont déterminées en sorte des lettres L, M, P, Q :

$$E = \frac{-h \left(Q \left(\frac{dL}{dX} \right) + L \left(\frac{dQ}{dX} \right) - P \left(\frac{dM}{dX} \right) - M \left(\frac{dP}{dX} \right) \right)}{(LQ - MP)^2}.$$

$$F = \frac{-h \left(Q \left(\frac{dL}{dY} \right) + L \left(\frac{dQ}{dY} \right) - P \left(\frac{dM}{dY} \right) - M \left(\frac{dP}{dY} \right) \right)}{(LQ - MP)^2}.$$

C'est à dire un point Y' dans l'état d'équilibre infiniment proche de Y , déterminé par les coordonnées $X + dX$; & $Y + dY$, étant transporté par l'agitation en y' , l'élasticité y sera exprimée par la hauteur $\Pi + E dX + F dY$, pendant que l'élasticité en y répond à la hauteur $\Pi = \frac{h}{LQ - MP}$.

8. Or le lieu du point y' étant déterminé par les coordonnées $x + L dX + M dY$, & $y + P dX + Q dY$, nous pourrons assigner la variation du ressort depuis le point y dans l'état troublé jusqu'à un autre point y' infiniment proche: soient pour le point y' les coordonnées $x + a$, & $y + \varepsilon$, prenant a & ε ,
E c 3 pour



pour marquer des élémens infiniment petits, & nous n'avons qu'à chercher le lieu Y' du même point dans l'état naturel. Pour cet effet posons :

$$LdX + MdY = \alpha, \quad \& \quad PdX + QdY = \epsilon,$$

d'où nous tirons

$$dX = \frac{\alpha Q - \epsilon M}{LQ - MP}, \quad \& \quad dY = \frac{\epsilon L - \alpha P}{LQ - MP}.$$

Donc, pour le point y' dans l'état troublé, déterminé par les coordonnées $x + \alpha$, & $y + \epsilon$, nous aurons l'élasticité exprimée par la hauteur $\Pi + \frac{\alpha(EQ - FP) + \epsilon(FL - EM)}{LQ - MP}$.

9. Pour mieux développer cette valeur & celles de lettres E & F, il faut remarquer, qu'ayant posé

$$dx = LdX + MdY, \quad \& \quad dy = PdX + QdY,$$

nous aurons $\left(\frac{dL}{dY}\right) = \left(\frac{dM}{dX}\right)$, & $\left(\frac{dP}{dY}\right) = \left(\frac{dQ}{dX}\right)$, & partant :

$$E = \frac{h \left(P \left(\frac{dL}{dY} \right) - Q \left(\frac{dL}{dX} \right) - L \left(\frac{dP}{dY} \right) + M \left(\frac{dP}{dX} \right) \right)}{(LQ - MP)^2},$$

$$F = \frac{h \left(P \left(\frac{dM}{dY} \right) - Q \left(\frac{dL}{dY} \right) - L \left(\frac{dQ}{dY} \right) + M \left(\frac{dP}{dY} \right) \right)}{(LQ - MP)^2},$$

d'où nous tirons :

$$EQ - FP = \frac{h \left(2PQ \left(\frac{dL}{dY} \right) - QQ \left(\frac{dL}{dX} \right) - PP \left(\frac{dM}{dY} \right) - (LQ + MP) \left(\frac{dP}{dY} \right) + MQ \left(\frac{dP}{dX} \right) + LP \left(\frac{dQ}{dY} \right) \right)}{(LQ - MP)^2}$$

$$FL - EM = \frac{h \left(2LM \left(\frac{dP}{dY} \right) - MM \left(\frac{dP}{dX} \right) - LL \left(\frac{dQ}{dY} \right) - (LQ + MP) \left(\frac{dL}{dY} \right) + MQ \left(\frac{dL}{dX} \right) + LP \left(\frac{dM}{dY} \right) \right)}{(LQ - MP)^2}$$

En-



Ensuite il faut aussi observer, qu'il y a :

$$L = \left(\frac{dx}{dX}\right); M = \left(\frac{dx}{dY}\right); P = \left(\frac{dy}{dX}\right); \& Q = \left(\frac{dy}{dY}\right).$$

10. Delà si nous considérons dans l'état troublé un élément d'air $ypqr$, dont la figure soit rectangle, les côtés étant $yp = \delta$, & $yp = \epsilon$, & pris parallèles à nos coordonnées, nous pourrons pour les quatre points y, p, q, r , déterminer l'élasticité. Car ayant pour le point y l'élasticité $= \Pi$, pour le point p dont les coordonnées sont $x + \delta$ & y , donc $\alpha = \delta$ & $\epsilon = 0$, l'élasticité

$$\text{fera} = \Pi + \frac{\delta(EQ - FP)}{LQ - MP}.$$

Ensuite pour le point q , dont les coordonnées sont x & $y + \epsilon$, dont $\alpha = 0$, & $\epsilon = \epsilon$,

$$\text{l'élasticité fera} = \Pi + \frac{\epsilon(FL - EM)}{LQ - MP}.$$

Et pour le point r , dont les coordonnées sont $x + \delta$, & $y + \epsilon$, dont $\alpha = \delta$,

$$\& \epsilon = \epsilon, \text{ l'élasticité fera} = \Pi + \frac{\delta(EQ - FP) + \epsilon(FL - EM)}{LQ - MP},$$

d'où nous pourrons déterminer la pression de l'air sur les quatre côtés du rectangle $ypqr$.

11. Le côté $yp = \delta$ ayant une épaisseur $= \epsilon$, & partant l'aire $= \delta\epsilon$, puisque les pressions en y & p sont inégales, si nous prenons un milieu, la pression sur le côté yp fera égale au poids d'un volume d'air

$$\text{pression sur } yp = \delta\epsilon \left(2\Pi + \frac{\delta(EQ - FP)}{2(LQ - MP)} \right).$$

De même sur le côté opposé qr nous aurons

$$\text{pressions sur } qr = \delta\epsilon \left(2\Pi + \frac{\delta(EQ - FP) + 2\epsilon(FL - EM)}{2(LQ - MP)} \right)$$

En.

Fig. 2.



Ensuite sur le côté $yg = \epsilon e$, nous aurons la

$$\text{pression sur } yg = \epsilon e \left(2\Pi + \frac{\epsilon (FL - EM)}{2(LQ - MP)} \right).$$

& de la même manière

$$\text{pression sur } pr = \epsilon e \left(2\Pi + \frac{2\delta(EQ - FP) + \epsilon(FL - EM)}{2LQ - MP} \right).$$

Puisque la différence entre les forces en y & q est égale à celle des forces en p & r , on voit bien que l'inégalité des forces ne trouble point l'effet.

12. Puisque ces forces agissent perpendiculairement sur les côtés, l'élément $ypqr$ sera poussé par les deux premières forces suivant la direction yx par une force, qui est $= \frac{\delta \epsilon e (FL - EM)}{LQ - MP}$; & les deux dernières produisent ensemble une force

$$= \frac{\delta \epsilon e (EQ - FP)}{LQ - MP}, \text{ selon } xA.$$

Ou bien l'élément $ypqr$ sera poussé par les deux forces suivantes:

$$\text{force suivant la direction } Ax = \frac{\delta \epsilon e (FP - EQ)}{LQ - MP},$$

$$\text{force suivant la direction } xy = \frac{\delta \epsilon e (EM - FL)}{LQ - MP}.$$

Or le volume contenu dans ce rectangle $ypqr$ étant $= \delta \epsilon e$, si nous le multiplions par la densité $\frac{1}{LQ - MP}$, la masse sera $= \frac{\delta \epsilon e}{LQ - MP}$.

13. Ayant trouvé ces forces sollicitantes, introduisons le tems t , & dans l'élément du tems dt nous pourrons assigner les accél-



célébrations suivant les mêmes directions. Si nous exprimons le tems t en secondes, & que g marque la hauteur d'où un corps pesant tombe dans une seconde, les principes de Mécanique nous fournissent les équations suivantes:

$$\frac{\delta \epsilon \epsilon}{LQ - MP} \cdot \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = 2g \cdot \frac{\delta \epsilon \epsilon (FP - EQ)}{LQ - MP}, \quad \&$$

$$\frac{\delta \epsilon \epsilon}{LQ - MP} \cdot \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = 2g \cdot \frac{\delta \epsilon \epsilon (EM - FL)}{LQ - MP},$$

ou bien celles-ci:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = 2g(FP - EQ), \quad \& \quad \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = 2g(EM - FL),$$

& maintenant il faut regarder x & y comme des fonctions non seulement des deux variables primitives X & Y , mais aussi du tems t .

14. Voilà la solution générale de notre problème; mais, pour en faire l'application au cas que nous avons en vue, il faut regarder tous les changemens causés par l'agitation comme extrêmement petits, de même qu'on le suppose dans l'hypothèse d'une seule dimension. Les différences entre x & X , de même qu'entre y & Y , seront donc extrêmement petites; pour tenir compte de cette circonstance, posons $x = X + p$, & $y = Y + q$; & les quantités p & q doivent être considérées comme évanouissantes. Delà nous aurons

$$dX + dp = L dX + M dY, \quad \& \quad dY + dq = P dX + Q dY,$$

$$\text{ou } dp = (L - 1) dX + M dY, \quad \& \quad dq = P dX + (Q - 1) dY,$$

& partant les quantités M & P , seront extrêmement petites, & L & Q ne différeront de l'unité qu'extrêmement peu.



15. Donc, pour les agitations infiniment petites, nous aurons à peu près $L = 1$; $M = 0$; $P = 0$, & $Q = 1$, & ensuite :

$$L = 1 + \left(\frac{dp}{dX}\right); M = \left(\frac{dp}{dY}\right); P = \left(\frac{dq}{dX}\right); Q = 1 + \left(\frac{dq}{dY}\right),$$

d'où nous tirons

$$\left(\frac{dL}{dX}\right) = \left(\frac{ddp}{dX^2}\right); \left(\frac{dL}{dY}\right) = \left(\frac{ddp}{dXdY}\right) = \left(\frac{dM}{dX}\right); \left(\frac{dM}{dY}\right) = \left(\frac{ddp}{dY^2}\right),$$

$$\left(\frac{dP}{dX}\right) = \left(\frac{ddq}{dX^2}\right); \left(\frac{dP}{dY}\right) = \left(\frac{ddq}{dXdY}\right) = \left(\frac{dQ}{dX}\right); \left(\frac{dQ}{dY}\right) = \left(\frac{ddq}{dY^2}\right).$$

De là ayant $LQ - MP = 1$, nous aurons :

$$E = h \left(- \left(\frac{ddp}{dX^2} \right) - \left(\frac{ddq}{dXdY} \right) \right) = -h \left(\frac{ddp}{dX^2} \right) - h \left(\frac{ddq}{dXdY} \right),$$

$$F = h \left(- \left(\frac{ddp}{dXdY} \right) - \left(\frac{ddq}{dY^2} \right) \right) = -h \left(\frac{ddq}{dY^2} \right) - h \left(\frac{ddp}{dXdY} \right),$$

& substituant ces valeurs, nous obtiendrons les deux équations suivantes pour la détermination du mouvement

$$\left(\frac{ddp}{dt^2} \right) = 2gh \left(\frac{ddp}{dX^2} \right) + 2gh \left(\frac{ddq}{dXdY} \right), \quad \&$$

$$\left(\frac{ddq}{dt^2} \right) = 2gh \left(\frac{ddq}{dY^2} \right) + 2gh \left(\frac{ddp}{dXdY} \right).$$

16. Au lieu des lettres p & q , écrivons les lettres x & y , pour marquer mieux leur rapport avec les coordonnées principales X & Y , & nous aurons la solution suivante. Une particule d'air, qui dans l'état d'équilibre étoit en Y , les coordonnées étant $AX = X$, & $XY = Y$, se trouvera après une agitation infiniment petite quelconque, le tems écoulé étant $= t$, au point y , dont les coordonnées étant posées $Ax = X + x$, & $xy = Y + y$, les quantités



rés x & y seront quasi infiniment petites, & certaines fonctions des trois variables X , Y & t , dont la nature doit être déterminée par les deux équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dX^2} \right) + \left(\frac{ddy}{dXdY} \right), \quad \&$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddy}{dY^2} \right) + \left(\frac{ddx}{dXdY} \right).$$

Tout revient donc à la résolution de ces deux équations, qui est sans doute incomparablement plus difficile, que celle que nous avons trouvée pour le cas d'une seule dimension, & qui se déduit aisément de ces formules, en posant $Y = 0$, & $y = 0$, d'où l'on obtient

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dX^2} \right).$$

17. D'abord j'observe qu'on peut satisfaire à ces deux équations en supposant:

$x = B\Phi(aX + \epsilon Y + \gamma t)$, & $y = C\Phi(aX + \epsilon Y + \gamma t)$,
le signe Φ marquant une fonction quelconque de la quantité adjointe;
& il ne s'agit que de déterminer les quantités constantes a, ϵ, γ, B & C .
Or de là nous tirons:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = B\gamma\gamma\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = C\gamma\gamma\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$

$$\left(\frac{ddx}{dX^2} \right) = Ba\alpha\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$

$$\left(\frac{ddx}{dXdY} \right) = Ba\epsilon\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dY^2} \right) = C\epsilon\epsilon\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dXdY} \right) = Ca\epsilon\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t),$$



où il faut se souvenir que, posant $v = \Phi: u$, je me sers des signes suivans pour marquer la différentiation:

$$\frac{dv}{du} = \Phi': u, \quad \& \quad \frac{d^2v}{du^2} = \Phi'': u.$$

18. Substituant ces valeurs, & divisant par $\Phi''(aX + \epsilon Y + \gamma t)$, nous obtiendrons les deux équations suivantes:

$$\frac{B\gamma\gamma}{2gh} = Ba\alpha + Ca\epsilon, \quad \& \quad \frac{C\gamma\gamma}{2gh} = C\epsilon\epsilon + Ba\epsilon, \quad \therefore$$

dont l'une divisée par l'autre donne

$$\frac{B}{C} = \frac{Ba\alpha + Ca\epsilon}{C\epsilon\epsilon + Ba\epsilon} = \frac{\alpha}{\epsilon}; \quad \text{donc } B = \alpha, \quad \& \quad C = \epsilon,$$

& ensuite $\frac{\gamma\gamma}{2gh} = \alpha\alpha + \epsilon\epsilon$, ou $\gamma = \sqrt{2gh(\alpha\alpha + \epsilon\epsilon)}$.

Maintenant on pourra joindre autant de telles fonctions qu'on voudra, & on aura:

$$x = a\Phi(aX + \epsilon Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \epsilon\epsilon)}) + \alpha'\Psi(a'X + \epsilon'Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \epsilon'\epsilon')}) \&c.$$

$$y = \epsilon\Phi(aX + \epsilon Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \epsilon\epsilon)}) + \epsilon'\Psi(a'X + \epsilon'Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \epsilon'\epsilon')}) \&c.$$

où Φ, Ψ &c. marquent des fonctions quelconques; mais le même caractère signifie dans l'une & l'autre expression la même fonction: or $\alpha, \epsilon, \alpha', \epsilon',$ &c. sont des quantités constantes arbitraires.

10. Pour mettre cette solution plus clairement devant les yeux, soit

P une fonction quelconque de $aX + \epsilon Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \epsilon\epsilon)}$

P' une fonction quelconque de $\alpha'X + \epsilon'Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \epsilon'\epsilon')}$

P'' une fonction quelconque de $\alpha''X + \epsilon''Y + t\sqrt{2gh(\alpha''\alpha'' + \epsilon''\epsilon'')}$

&c.

où



où l'on peut prendre pour $\alpha\epsilon$, $\alpha'\epsilon'$, $\alpha''\epsilon''$, &c. des nombres quelconques: & l'on aura pour la solution du probleme les formules suivantes:

$$x = \alpha P + \alpha' P' + \alpha'' P'' + \alpha''' P''' \text{ \&c.}$$

$$y = \epsilon P + \epsilon' P' + \epsilon'' P'' + \epsilon''' P''' \text{ \&c.}$$

Si l'on suppose ici $t = 0$, on aura l'état au premier instant après l'agitation, lequel étant donné, il en faut convenablement déterminer les nombres α , α' , ϵ , ϵ' , &c. cependant il s'en faut beaucoup que cette solution soit générale, à moins qu'on n'augmente à l'infini le nombre des formules P , P' , P'' , &c.

20. Faisons un autre effort pour résoudre nos deux équations trouvées (§. 16), qui renferment la solution de notre probleme.

Posons $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) = v$, & nos deux équations deviendront:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dX}\right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dY}\right),$$

d'où nous tirons:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{d^3x}{dt^2 dX}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh} \left(\frac{d^3y}{dt^2 dY}\right) = \left(\frac{ddv}{dY^2}\right).$$

Or la premiere supposition donne:

$$\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{d^3x}{dt^2 dX}\right) + \left(\frac{d^3y}{dt^2 dY}\right),$$

d'où il s'ensuit

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right),$$

Voilà donc réduit notre probleme à l'invention d'une seule fonction v , des trois variables t , X , Y , ce qui paroît être la route la plus aisée pour parvenir à la solution.



21. Puisque nous venons de trouver

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = \left(\frac{dv}{dX} \right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \left(\frac{dv}{dY} \right),$$

la différentiation ultérieure donne

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{d^3x}{dt^2 dY} \right) = \left(\frac{d dv}{dX dY} \right) = \frac{1}{2gh} \left(\frac{d^3y}{dt^2 dX} \right).$$

Donc, posant $\left(\frac{dx}{dY} \right) = p$, & $\left(\frac{dy}{dX} \right) = q$, nous aurons

$$\left(\frac{dp}{dt} \right) = \left(\frac{dq}{dt} \right),$$

d'où traitant X & Y, de constantes, nous en tirons par intégration

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dq}{dt} + M, \quad \& \quad p = q + Mt + N,$$

où M & N, sont des fonctions quelconques de X & Y, de sorte que nous ayons

$$\left(\frac{dx}{dY} \right) - \left(\frac{dy}{dX} \right) = Mt + N,$$

laquelle étant jointe à l'une de nos deux équations principales contiendra aussi la solution du problème.

22. De cette dernière équation nous concluons

$$\left(\frac{ddx}{dX dY} \right) = \left(\frac{ddy}{dX^2} \right) + t \left(\frac{dM}{dX} \right) + \left(\frac{dN}{dX} \right),$$

$$\left(\frac{ddy}{dX dY} \right) = \left(\frac{ddx}{dY^2} \right) - t \left(\frac{dM}{dY} \right) - \left(\frac{dN}{dY} \right),$$



& ces formules étant substituées dans nos équations principales donneront :

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dX^2} \right) + \left(\frac{ddx}{dY^2} \right) - t \left(\frac{dM}{dY} \right) - \left(\frac{dN}{dY} \right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddy}{dY^2} \right) + \left(\frac{ddy}{dX^2} \right) + t \left(\frac{dM}{dX} \right) + \left(\frac{dN}{dX} \right)$$

où il faut remarquer, que M & N sont des fonctions des deux variables X & Y seulement, & qu'elles ne renferment point le tems t. De là on peut encore tirer une solution particulière, prenant pour M & N, des fonctions quelconque des deux variables X & Y :

$$x = \alpha t X + t \left(\frac{dM}{dY} \right) + \gamma X + \left(\frac{dN}{dY} \right),$$

$$y = \epsilon t Y - t \left(\frac{dM}{dX} \right) + \delta Y - \left(\frac{dN}{dX} \right).$$

Car de là il s'enfuit

$$\left(\frac{dx}{dt^2} \right) = 0; \left(\frac{dy}{dt^2} \right) = 0; \left(\frac{dx}{dX} \right) + \left(\frac{dy}{dY} \right) = v = (\alpha + \epsilon)t + \gamma + \delta,$$

$$\text{donc } \left(\frac{dv}{dX} \right) = 0, \text{ \& } \left(\frac{dv}{dY} \right) = 0.$$

23. Cette solution particulière peut être jointe aux autres solutions particulières données ci-dessus : car si les valeurs $x = P$, & $y = Q$, fournissent une solution, & aussi celles-ci $x = P'$, & $y = Q'$, on en pourra toujours former une solution nouvelle plus générale $x = \alpha P + \epsilon P'$, & $y = \alpha Q + \epsilon Q'$. Or ci-dessus j'ai indiqué une infinité de fonctions, dont chacune fournit une solution du problème : les prenant donc toutes ensemble, & y joignant encore les valeurs de x & y , que je viens de trouver ici en dernier lieu, & qui ne semblent pas être comprises dans les précédentes, on aura une solution infiniment plus générale. Cependant il ne paroît pas



pas encore, comment on doit déterminer toutes ces fonctions; pour que posant $t = 0$, on obtienne une agitation initiale donnée. Cependant chaque solution particulière se rapporte à un certain état initial, lequel étant supposé avoir lieu, on en pourra assigner pour tout tems l'agitation qui aura lieu dans l'air.

24. Pour en donner un exemple; considérons cette solution particulière:

$$x = \Phi(X + t\sqrt{2gh}) + \Psi(X - t\sqrt{2gh}),$$

$$y = \Sigma(Y + t\sqrt{2gh}) + \Theta(Y - t\sqrt{2gh}),$$

où les caractères Φ , Ψ , Σ , Θ , marquent des fonctions quelconques des quantités qui leur sont attachées; sans en excepter les fonctions irrégulières & discontinues. Cela posé, ces formules donnent non seulement pour chaque tems proposé t les déplacements x & y , de chaque particule d'air, dont le lieu dans l'état d'équilibre est déterminé par les coordonnées X & Y , mais aussi le mouvement de cette même particule, qu'on connoit par les vitesses suivant la direction des coordonnées; & ces vitesses seront;

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = (\Phi'(X + t\sqrt{2gh}) - \Psi'(X - t\sqrt{2gh}))\sqrt{2gh},$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = (\Sigma'(Y + t\sqrt{2gh}) - \Theta'(Y - t\sqrt{2gh}))\sqrt{2gh}.$$

25. Maintenant, pour l'état initial posant $t = 0$, on aura:

$$x = \Phi: X + \Psi: X; \quad y = \Sigma: Y + \Theta: Y, \quad \&$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = (\Phi': X - \Psi': X)\sqrt{2gh}; \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = (\Sigma': Y - \Theta': Y)\sqrt{2gh}:$$

Done



Donc, si au commencement on a eu

$$x = \Gamma : X; \quad y = \Delta : Y; \quad \left(\frac{dx}{dt} \right) = \Lambda' : X \cdot \sqrt{2gh}; \quad \left(\frac{dy}{dt} \right) = \Xi' : Y \cdot \sqrt{2gh},$$

nos fonctions seront déterminées par celles-ci en sorte:

$$\Phi : X + \Psi : X = \Gamma : X; \quad \Sigma : Y + \Theta : Y = \Delta : Y,$$

$$\Phi : X - \Psi : X = \Lambda : X; \quad \Sigma : Y - \Theta : Y = \Xi : Y,$$

& partant:

$$\Phi : X = \frac{1}{2} \Gamma : X + \frac{1}{2} \Lambda : X; \quad \Psi : X = \frac{1}{2} \Gamma : X - \frac{1}{2} \Lambda : X$$

$$\Sigma : Y = \frac{1}{2} \Delta : Y + \frac{1}{2} \Xi : Y; \quad \Theta : Y = \frac{1}{2} \Delta : Y - \frac{1}{2} \Xi : Y$$

d'où nos équations seront:

$$x = \frac{1}{2} \Gamma (X + t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Lambda (X + t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Gamma (X - t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2} \Lambda (X - t\sqrt{2gh}),$$

$$y = \frac{1}{2} \Delta (Y + t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Xi (Y + t\sqrt{2gh}) + \frac{1}{2} \Delta (Y - t\sqrt{2gh}) - \frac{1}{2} \Xi (Y - t\sqrt{2gh})$$

26. Supposons ces fonctions telles, que $\Gamma : u$; $\Lambda : u$; $\Delta : u$, & $\Xi : u$, soient toujours égales à zéro, excepté les seuls cas où $u = 0$, auquel leurs valeurs soient α , ϵ , γ , δ , infiniment petites, & l'on voit que l'agitation initiale aura été telle que pour $X = 0$, & $Y = 0$, on a $x = \alpha$, & $y = \gamma$: c'est à dire la ligne d'air BC a été poussée en bc , & la ligne DE en de , tout le reste de l'air demeurant en repos au premier instant: les autres fonctions expriment les vitesses imprimées à ces lignes d'air au commencement. Cela posé, après un tems quelconque t , qu'on prenne $AP = AP' = t\sqrt{2gh}$, & $AL = AL' = t\sqrt{2gh}$, & toute la ligne QPR sera déplacée

Fig

en qr par l'intervalle $= \frac{1}{2} \Gamma : 0 - \frac{1}{2} \Lambda : 0 = \frac{\alpha - \epsilon}{2}$; or de

l'autre côté la ligne Q'P'R' se trouvera en $q'r'$ par l'intervalle $= \frac{1}{2} \Gamma : 0 + \frac{1}{2} \Lambda : 0 = \frac{\alpha + \epsilon}{2}$. Ensuite, la ligne MLM'

sera transportée en $m'm'$ par l'intervalle $= \frac{\gamma - \delta}{2}$, & la ligne NL/N'



en nn' par l'intervalle $= \frac{\gamma + \delta}{2}$. Or tout le reste fera en repos.

Donc les ébranlemens originares selon les lignes BC & ED sont continués par des lignes paralleles, sans se troubler mutuellement, avec une vitesse de $\sqrt{2gh}$ par seconde.

27. Pour le cas où l'agitation originaire n'aura subsisté que dans un très petit espace autour du point A, il est evident que les agitations produites se continueront par des cercles concentriques. Dans ce cas donc, les déplacemens x & y seront proportionnels aux coordonnées X & Y: pour cet effet posons $x = vX$, & $y = vY$, & nous aurons:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = X\left(\frac{dv}{dt}\right); \quad \left(\frac{dx}{dX}\right) = v + X\left(\frac{dv}{dX}\right); \quad \left(\frac{dx}{dY}\right) = X\left(\frac{dv}{dY}\right)$$

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = X\left(\frac{ddv}{dt^2}\right); \quad \left(\frac{ddx}{dX^2}\right) = 2\left(\frac{dv}{dX}\right) + X\left(\frac{ddv}{dX^2}\right);$$

$$\left(\frac{ddx}{dXdY}\right) = \left(\frac{dv}{dY}\right) + X\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

& de la même maniere

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = Y\left(\frac{ddv}{dt^2}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dY^2}\right) = 2\left(\frac{dv}{dY}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dY^2}\right);$$

$$\left(\frac{ddy}{dXdY}\right) = \left(\frac{dv}{dX}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

d'où nos équations principales deviendront:

$$\frac{X}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = 3\left(\frac{dv}{dX}\right) + X\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

$$\frac{Y}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = 3\left(\frac{dv}{dY}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + X\left(\frac{ddv}{dXdY}\right).$$



28. Mais il est évident que v est une fonction seulement des deux variables t & $V(XX+YY)$, posons donc $V(XX+YY)=Z$,

$$\& dv = Mdt + NdZ; \text{ d'où, puisque } dZ = \frac{XdX + YdY}{Z},$$

$$\text{nous tirons } \left(\frac{dv}{dt}\right) = M; \quad \left(\frac{dv}{dX}\right) = \frac{NX}{Z}, \quad \& \quad \left(\frac{dv}{dY}\right) = \frac{NY}{Z};$$

$$\& \text{ ensuite } \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{dM}{dt}\right), \quad \&$$

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = \frac{X}{Z} \left(\frac{dN}{dX}\right) + \frac{N}{Z} - \frac{NXX}{Z^3} = \frac{X}{Z} \left(\frac{dN}{dX}\right) + \frac{NYY}{Z^3},$$

$$\left(\frac{ddv}{dXdY}\right) = \frac{X}{Z} \left(\frac{dN}{dY}\right) - \frac{NXY}{Z^3},$$

$$\left(\frac{ddv}{dY^2}\right) = \frac{Y}{Z} \left(\frac{dN}{dY}\right) + \frac{N}{Z} - \frac{NYY}{Z^3} = \frac{Y}{Z} \left(\frac{dN}{dY}\right) + \frac{NXX}{Z^3}.$$

$$\text{Posons } dN = Pdt + QdZ = Pdt + \frac{QXdX + QYdY}{Z},$$

$$\& \text{ puisque } \left(\frac{dN}{dX}\right) = \frac{QX}{Z}, \quad \left(\frac{dN}{dY}\right) = \frac{QY}{Z}, \quad \text{ nous aurons}$$

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = \frac{QXX}{ZZ} + \frac{NYY}{Z^3}; \quad \left(\frac{ddv}{dXdY}\right) = \frac{QXY}{ZZ} - \frac{NXY}{Z^3},$$

$$\& \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) = \frac{QYY}{ZZ} + \frac{NXX}{Z^3}.$$

29. Ces valeurs étant substituées, nos équations deviendront.

$$\frac{X}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3NX}{Z} + QX, \quad \&$$

$$\frac{Y}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3NY}{Z} + QY,$$



& se reduisent par conséquent à une seule

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{d^2v}{dt^2} \right) = \frac{3N}{Z} + Q.$$

Or, puisque $N = \left(\frac{dv}{dZ} \right)$, & $Q = \left(\frac{dN}{dZ} \right) = \left(\frac{d^2v}{dZ^2} \right)$,

il s'agit de trouver pour v une telle fonction des deux variables t & Z , qui satisfasse à cette équation

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{d^2v}{dt^2} \right) = \frac{3}{Z} \left(\frac{dv}{dZ} \right) + \left(\frac{d^2v}{dZ^2} \right).$$

Fig. 4. Alors un point quelconque Z , dont la distance au point fixe A est dans l'équilibre $AZ = Z$, sera transporté après le tems $= t$ par un espace $Zz = V(xx + yy) = vZ$, dont il s'éloignera du point fixe A . Si nous nommons cet éloignement $Zz = vZ = z$, de sorte que $v = \frac{z}{Z}$, nous aurons

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{d^2z}{dt^2} \right) = - \frac{z}{ZZ} + \frac{1}{Z} \left(\frac{dz}{dZ} \right) + \left(\frac{d^2z}{dZ^2} \right).$$

30. Si cette équation admettoit une telle solution, qu'il fût $z = P\Phi: (Z \pm t\sqrt{2gh})$, on en concluroit, que la propagation des ébranlemens se fit avec la même vitesse, que dans la première hypothèse, qui seroit par conséquent moindre que selon l'expérience. Mais une telle forme substituée pour z ne satisfait point à notre équation, d'où l'on peut conclure, que la propagation du son pourroit bien se faire avec une autre vitesse dans cette hypothèse. Cependant on n'en sauroit rien conclure de positif, avant qu'on soit en état de résoudre généralement cette équation: mais, quoiqu'on en puisse aisément assigner plusieurs valeurs particulieres, il ne paroît pas comment on en pourroit déduire la valeur générale. Par cette raison on ne sauroit apporter trop de soins à perfectionner la partie de l'Analyse qui s'occupe à résoudre ces sortes d'équations.



C E T T E M E M E R E C H E R C H E
pour l'hypothèse de trois dimensions.

31. Dans l'état d'équilibre considérons un point quelconque Z , dont la position soit déterminée par les trois coordonnées $\Lambda X = X$, $XY = Y$, & $YZ = Z$. Or, après une agitation excitée dans l'air pour un tems donné, ce même point ait été transporté en z , dont le lieu soit déterminé par de semblables trois coordonnées $\Lambda x = x$, $xy = y$, $yz = z$ perpendiculaires entr'elles. Et il est clair que chacune de ces coordonnées sera une certaine fonction des trois principales X , Y , Z , qui répondent à l'état d'équilibre; posons donc

$$dx = LdX + MdY + NdZ;$$

$$dy = PdX + QdY + RdZ;$$

$$dz = SdX + TdY + VdZ;$$

car, quoiqu'elles renferment aussi le tems t , je n'en tiens pas encore compte, puisque je rapporte toutes ces recherches au même instant.

32. Considérons maintenant dans l'état d'équilibre une pyramide d'air infiniment petite $Z\zeta\eta\theta$, terminée par les quatre points Z , ζ , η , θ , auxquels répondent les coordonnées, comme il suit:

du point	les trois coordonnées		
Z	$X,$	$Y,$	Z
ζ	$X + a,$	$Y,$	Z
η	$X,$	$Y + \epsilon,$	Z
θ	$X,$	$Y,$	$Z + \gamma,$

cette pyramide sera la sixième partie du parallépipède formé par les trois côtés a , ϵ , γ , que je suppose infiniment petits. Donc la solidité de cette pyramide sera $= \frac{1}{6} a\epsilon\gamma$, dont la densité est supposée $= 1$, & l'élasticité exprimée par la hauteur h : en sorte qu'une colonne d'air naturel de cette hauteur, tienne l'élasticité en équilibre.



33. Qu'après l'agitation cette même pyramide ait été transportée en $z\lambda\mu\nu$, dont les quatre angles seront déterminés chacun par les trois coordonnées suivantes :

du point	les trois coordonnées		
z	$\Lambda x = x;$	$xy = y;$	$yz = z$
λ	$\Lambda L = x + La;$	$Ll = y + Pa;$	$l\lambda = z + Sa,$
μ	$\Lambda M = x + M\epsilon;$	$Mm = y + Q\epsilon;$	$m\mu = z + T\epsilon,$
ν	$\Lambda N = x + N\gamma;$	$Nn = y + R\gamma;$	$n\nu = z + V\gamma,$

Or la solidité de cette pyramide est égale à

$$ymnz\mu\nu + ylnz\lambda\nu + lmn\lambda\mu\nu - ylmz\lambda\mu,$$

& partant, en prenant la solidité de chaque part

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{1}{3} yln (yz + l\lambda + n\nu) \\ & + \frac{1}{3} ymn (yz + m\mu + n\nu) \\ & + \frac{1}{3} lmn (l\lambda + m\mu + n\nu) \\ & + \frac{1}{3} ylm (yz + l\lambda + m\mu) \end{aligned} \right\} = \begin{aligned} & + \frac{2}{3} yln (3z + Sa + V\gamma) \\ & + \frac{2}{3} ymn (3z + T\epsilon + V\gamma) \\ & + \frac{2}{3} lmn (3z + Sa + T\epsilon + V\gamma) \\ & + \frac{2}{3} ylm (3z + Sa + T\epsilon) \end{aligned}$$

laquelle expression se réduit à celle-ci.

$$= \frac{1}{3} Sa. \Delta ymn - \frac{1}{3} T\epsilon. \Delta yln + \frac{1}{3} V\gamma. \Delta ylm.$$

34. Or les aires de ces triangles se trouvent en sorte :

$$\Delta ymn = \frac{1}{2} xM(Xy + Mm) + \frac{1}{2} MN(Mm + Nn) - \frac{1}{2} xN(xy + Nn)$$

$$\Delta yln = \frac{1}{2} xN(xy + Nn) + \frac{1}{2} LN(Ll + Nn) - \frac{1}{2} xL(xy + Ll)$$

$$\Delta ylm = \frac{1}{2} xM(xy + Mm) + \frac{1}{2} LM(Ll + Mm) - \frac{1}{2} xL(xy + Ll)$$

& partant les aires de ces triangles seront

$$\Delta ymn = \frac{1}{2} xM(2y + Q\epsilon) + \frac{1}{2} MN(2y + Q\epsilon + R\gamma) - \frac{1}{2} xN(2y + R\gamma),$$

ou $\Delta ymu = \frac{1}{2} Q\epsilon. xN - \frac{1}{2} R\gamma. xM.$

$$\Delta yln = \frac{1}{2} xN(2y + R\gamma) + \frac{1}{2} LN(2y + Pa + R\gamma) - \frac{1}{2} xL(2y + Pa),$$

ou $\Delta yln = \frac{1}{2} R\gamma. xL - \frac{1}{2} Pa. xN.$

$$\Delta ylm = \frac{1}{2} xM(2y + Q\epsilon) + \frac{1}{2} LM(2y + Pa + Q\epsilon) - \frac{1}{2} xL(2y + Pa),$$

ou $\Delta ylm = \frac{1}{2} Q\epsilon. xL - \frac{1}{2} Pa. xM.$

Or



Or $xL = La$; $xM = M\epsilon$, & $xN = N\gamma$. Donc

$$\Delta ymn = \frac{1}{2}NQ\epsilon\gamma - \frac{1}{2}MR\epsilon\gamma = \frac{1}{2}\epsilon\gamma(NQ - MR),$$

$$\Delta y/n = \frac{1}{2}LRa\gamma - \frac{1}{2}NP a\gamma = \frac{1}{2}a\gamma(LR - NP),$$

$$\Delta y/m = \frac{1}{2}LQa\epsilon - \frac{1}{2}MPa\epsilon = \frac{1}{2}a\epsilon(LQ - MP),$$

35. De là nous trouvons la solidité de notre pyramide

$$-\frac{1}{6}a\epsilon\gamma S(NQ - MR) - \frac{1}{6}a\epsilon\gamma T(LR - NP) + \frac{1}{6}a\epsilon\gamma V(LQ - MP),$$

& partant la densité de l'air y fera :

$$\frac{1}{LQV - MPV + MRS - NQS + NPT - LRT'}$$

& par conséquent, si nous posons Π pour la hauteur qui y mesure l'élasticité, nous aurons :

$$\Pi = \frac{h}{LQV - MPV + MRS - NQS + NPT - LRT'}$$

Cette quantité sera donc aussi une fonction des trois variables X, Y, Z , & si nous posons

$$d\Pi = E dX + F dY + G dZ,$$

les quantités E, F, G , se détermineront aisément par la différentiation de la valeur de Π , puisque

$$E = \left(\frac{d\Pi}{dX}\right); \quad F = \left(\frac{d\Pi}{dY}\right); \quad G = \left(\frac{d\Pi}{dZ}\right).$$

36. Si nous concevons dans l'état d'équilibre un point Z' infiniment proche de Z , & déterminé par ces trois coordonnées $X + dX, Y + dY, Z + dZ$, il se trouvera maintenant en z' , en sorte que les coordonnées seront

$$x + LdX + MdY + NdZ,$$

$$y + PdX + QdY + RdZ,$$

$$z + SdX + TdY + VdZ$$

Donc



Donc, si la position du point z' infiniment proche de z est donnée par les coordonnées $x + \alpha$, $y + \epsilon$, $z + \gamma$, nous en pourrons trouver le lieu dans l'état d'équilibre. Car, si nous posons pour abréger

$$LQV - MPV + MRS - NQS + NPT - LRT = K,$$

de sorte que $\Pi = \frac{h}{K}$, nous aurons

$$dX = \frac{\alpha(QV - RT) + \epsilon(NT - MV) + \gamma(MR - NQ)}{K}$$

$$dY = \frac{\alpha(RS - PV) + \epsilon(LV - NS) + \gamma(NP - LR)}{K}$$

$$dZ = \frac{\alpha(PT - QS) + \epsilon(MS - LT) + \gamma(LQ - MP)}{K}$$

37. De là l'élasticité en z étant $= \frac{h}{K} = \Pi$, elle sera en $z' = \Pi + E dX + F dY + G dZ$: donc, si nous posons pour abréger,

$$E(QV - RT) + F(RS - PV) + G(PT - QS) = A$$

$$E(NT - MV) + F(LV - NS) + G(MS - LT) = B$$

$$E(MR - NQ) + F(NP - LR) + G(LQ - MP) = C$$

l'élasticité en z' sera

$$\Pi + \frac{A\alpha + B\epsilon + C\gamma}{K}.$$

Or la densité en z est $= \frac{1}{K}$. Donc, si nous considérons un parallé-

Fig. 5. lépipède rectangle infiniment petit $abcda\epsilon\gamma\delta$, dont les côtés soient parallèles à nos trois coordonnées, & que nous nommions $ab = \alpha$, $ac = \epsilon$, $za = \gamma$, la solidité de ce parallépipède sera $= \alpha\epsilon\gamma$, & la masse d'air qui y est contenue $= \frac{\alpha\epsilon\gamma}{K}$.

28. Voyons maintenant les forces dont ce parallelepipedé sera sollicité; pour cet effet, cherchons l'élasticité à chacun de ses angles, ce qui se fera aisément par les trois coordonnées qui répondent à chacun.

du point	les coordonnées			l'élasticité
z	$x,$	$y,$	z	Π
b	$x+a,$	$y,$	z	$\Pi + \frac{Aa}{K}$
c	$x,$	$y+B,$	z	$\Pi + \frac{B\mathcal{E}}{K}$
d	$x+a,$	$y+B,$	z	$\Pi + \frac{Aa + B\mathcal{E}}{K}$
a	$x,$	$y,$	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{C\gamma}{K}$
$\mathcal{E}$	$x+a,$	$y,$	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{Aa + C\gamma}{K}$
γ	$x,$	$y+B,$	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{B\mathcal{E} + C\gamma}{K}$
δ	$x+a,$	$y+B,$	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{Aa + B\mathcal{E} + C\gamma}{K}$

39. Pour trouver la force, dont le parallelepipedé est poussé vers la direction AX , considérons les faces $ac\alpha\gamma$ & $bd\mathcal{E}\delta$, & nous voyons que toutes les pressions sur la face $bd\mathcal{E}\delta$ surpassent celles qui agissent sur l'autre $ac\alpha\gamma$ de la quantité $\frac{Aa}{C}$. Donc l'aire de chacune de ces deux faces étant $= \mathcal{E}\gamma$, il en résulte une force selon la direction $Ax = - \frac{Aa\mathcal{E}\gamma}{K}$. De la même manière les forces

qui agissent sur la face $cd\gamma\delta$ surpassent celles qui agissent sur la face $ab\alpha\epsilon$ de la quantité $\frac{B\epsilon}{K}$; donc, l'aire de ces face étant $= a\gamma$, il en résulte une force selon la direction $xy = -\frac{Ba\epsilon\gamma}{K}$. Enfin, les forces qui agissent sur la face $\alpha\epsilon\gamma\delta$ surpassent celles qui agissent sur la face $abcd$ de la quantité $\frac{C\gamma}{K}$; donc, l'aire de ces faces étant $= a\epsilon$, il en résulte une force dans la direction $yz = -\frac{Ca\epsilon\gamma}{K}$.

40. Après avoir trouvé ces forces selon les directions de nos trois coordonnées, le parallélépipède dont la masse est $= \frac{a\epsilon\gamma}{K}$, recevra les accélérations suivantes:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = -2gA, \text{ suivant } Ax,$$

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = -2gB, \text{ suivant } xy,$$

$$\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = -2gC, \text{ suivant } yz,$$

où l'on n'a qu'à mettre pour A, B, C , les valeurs supposées ci-dessus. Mais, ici considérant les agitations comme extrêmement petites, pour en tenir compte posons

$$x = X + p; \quad y = Y + q, \quad \& \quad z = Z + r,$$

de sorte que p, q, r , soient des quantités quasi infiniment petites: & partant on aura

$$dp = (L - 1) dX + M dY + N dZ,$$

$$dq = P dX + (Q - 1) dY + R dZ,$$

$$dr = S dX + T dY + (V - 1) dZ$$



41. De là nous aurons à peu près

$L=1$, $M=0$, $N=0$, $P=0$, $Q=1$, $R=0$, $S=0$, $T=0$, $V=1$,
donc $K=1$, entant que nous n'en considérons les différentiels:
mais pour la différentiel de Π , nous aurons:

$$E = \left(\frac{d\Pi}{dX}\right) = - \left(\left(\frac{dL}{dX}\right) + \left(\frac{dQ}{dX}\right) + \left(\frac{dV}{dX}\right) \right) h,$$

$$F = \left(\frac{d\Pi}{dY}\right) = - \left(\left(\frac{dL}{dY}\right) + \left(\frac{dQ}{dY}\right) + \left(\frac{dV}{dY}\right) \right) h,$$

$$G = \left(\frac{d\Pi}{dZ}\right) = - \left(\left(\frac{dL}{dZ}\right) + \left(\frac{dQ}{dZ}\right) + \left(\frac{dV}{dZ}\right) \right) h,$$

Ensuite nous trouvons:

$$A = E; \quad B = F, \quad \& \quad C = G.$$

& enfin, pour éliminer les autres lettres, remarquons que

$$L=1 + \left(\frac{dp}{dX}\right); \quad Q=1 + \left(\frac{dq}{dY}\right); \quad V=1 + \left(\frac{dr}{dZ}\right).$$

& outre les coordonnées principales X , Y , Z , avec le tems t nous n'aurons que les trois petites quantités p , q , r , qui marquent le déplacement de chaque point

42. Substituons donc ces valeurs, & le mouvement de l'air causé par une agitation quelconque, mais extrêmement petite, sera déterminé par les trois équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddr}{dXdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddq}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dYdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddr}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddq}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right)$$

Hh 2

où



ou bien, si nous posons $\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right) = v$, nos équations prendront les formes suivantes,

$$\left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right); \left(\frac{ddq}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right); \left(\frac{ddr}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

d'où nous concluons

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right),$$

où il n'y a qu'une seule variable inconnue v .

43. Voilà donc la solution du problème sur la propagation du son, ayant égard à toutes les dimensions de l'air. Un élément d'air, dont le lieu dans l'état d'équilibre est déterminé par les trois coordonnées X, Y, Z , se trouvera après le tems t dans un lieu déterminé par les coordonnées $X + x, Y + y, Z + z$, où x, y, z , sont telles fonctions des quatre variables X, Y, Z , & t , dont la nature est exprimée par les équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddy}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddz}{dXdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddy}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddz}{dYdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddy}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2}\right)$$

ou bien, posant $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = v$, on aura

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right); \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right); \left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

$$\& \frac{1}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right).$$



44. Il n'est pas difficile de trouver une infinité de solutions particulieres, on n'a qu'à poser

$$x = A\Phi(\alpha t + \epsilon X + \gamma Y + \delta Z)$$

$$y = B\Phi(\alpha t + \epsilon X + \gamma Y + \delta Z)$$

$$z = C\Phi(\alpha t + \epsilon X + \gamma Y + \delta Z),$$

& l'on obtiendra les égalités suivantes:

$$\frac{A\alpha\alpha}{2gh} = A\epsilon\epsilon + B\epsilon\gamma + C\epsilon\delta = \epsilon(A\epsilon + B\gamma + C\delta)$$

$$\frac{B\alpha\alpha}{2gh} = A\epsilon\gamma + B\gamma\gamma + C\gamma\delta = \gamma(A\epsilon + B\gamma + C\delta)$$

$$\frac{C\alpha\alpha}{2gh} = A\epsilon\delta + B\gamma\delta + C\delta\delta = \delta(A\epsilon + B\gamma + C\delta),$$

d'où il s'ensuit $A = \epsilon$, $B = \gamma$, $C = \delta$, &

$$\alpha = \sqrt{2gh}(\epsilon\epsilon + \gamma\gamma + \delta\delta).$$

Or on peut prendre à volonté les trois nombres ϵ , γ , δ , & partant on aura une infinité de pareilles fonctions qui étant ajoutées ensemble donneront des valeurs convenables pour les inconnues x , y , z .

45. Tirons de là le cas, où les agitations partant d'un point A se répandent en tout sens également. Alors on aura: $x = Xs$; $y = Ys$; $z = Zs$, & t sera une fonction des deux quantités t & $\sqrt{XX + YY + ZZ}$. Posons $V = \sqrt{XX + YY + ZZ}$, de sorte que V marque la distance du point Z au centre A dans l'état d'équilibre: & puisque

$$ds = dt \left(\frac{ds}{dt} \right) + dV \left(\frac{ds}{dV} \right), \text{ ou bien}$$

$$ds = dt \left(\frac{ds}{dt} \right) + \frac{X dX}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right) + \frac{Y dY}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right) + \frac{Z dZ}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right),$$

nous aurons :

$$\left(\frac{dx}{dX}\right) = s + \frac{XX}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right); \quad \left(\frac{dy}{dY}\right) = s + \frac{YY}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right);$$

$$\left(\frac{dz}{dZ}\right) = s + \frac{ZZ}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right),$$

$$\text{donc } \left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = 3s + V \left(\frac{ds}{dV}\right).$$

$$\text{Maintenant, ayant } \left(\frac{ds}{dX}\right) = \frac{X}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right); \quad \left(\frac{dV}{dX}\right) = \frac{X}{V}, \quad \&$$

$$\left(\frac{dds}{dV dX}\right) = \frac{X}{V} \left(\frac{dds}{dV^2}\right); \quad \text{car, puisque en général } \left(\frac{du}{dX}\right) = \frac{X}{V} \left(\frac{du}{dV}\right),$$

$$\text{posant } u = \left(\frac{ds}{dV}\right), \quad \text{nous aurons } \left(\frac{dds}{dX dV}\right) = \frac{X}{V} \left(\frac{dds}{dV^2}\right), \quad \text{la}$$

première équation fera

$$\frac{X}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{3X}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right) + \frac{X}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right) + X \left(\frac{dds}{dV^2}\right),$$

$$\text{ou bien } \frac{1}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{4}{V} \left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right), \quad \& \text{ à cette même} \\ \text{équation aussi les autres conduiront.}$$

46. Le point Z s'éloignera directement du centre par le petit intervalle $s\sqrt{XX + YY + ZZ} = Vs$: donc, si nous posons cet intervalle $Vs = u$, à cause de $s = \frac{u}{V}$, nous aurons

$$\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{1}{V} \left(\frac{ddu}{dt^2}\right); \quad \left(\frac{ds}{dV}\right) = -\frac{u}{V^2} + \frac{1}{V} \left(\frac{du}{dV}\right),$$

$$\& \left(\frac{dds}{dV^2}\right) = \frac{2u}{V^3} + \frac{2}{V^2} \left(\frac{du}{dV}\right) + \frac{1}{V} \left(\frac{ddu}{dV^2}\right),$$

d'où



d'où l'intervalle du déplacement u sera exprimé par cette équation.

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddu}{dt^2} \right) = - \frac{2u}{VV} + \frac{2}{V} \left(\frac{du}{dV} \right) + \left(\frac{ddu}{dV^2} \right).$$

C'est donc de la résolution de cette équation, que dépend la propagation du son par l'air étendu en tout sens. Puisque cette équation est différente de celle que nous avons trouvée pour le cas de deux dimensions, la propagation du son sera aussi différente.

47. Or pour trouver une solution générale de nos formules du §. 43. qu'on prenne

O fonction quelconque de $\alpha X + \epsilon Y + \gamma Z \pm t\sqrt{2gh}(\alpha\alpha + \epsilon\epsilon + \gamma\gamma)$

O' fonction quelconque de $\alpha'X + \epsilon'Y + \gamma'Z \pm t\sqrt{2gh}(\alpha'\alpha' + \epsilon'\epsilon' + \gamma'\gamma')$

O'' fonction quelconque de $\alpha''X + \epsilon''Y + \gamma''Z \pm t\sqrt{2gh}(\alpha''\alpha'' + \epsilon''\epsilon'' + \gamma''\gamma'')$

&c.

en augmentant le nombre de telles fonctions à l'infini, puisque $\alpha, \epsilon, \gamma, \alpha', \epsilon', \gamma',$ &c. sont des nombres arbitraires. Ensuite soient L, M, N, P, Q, R, des fonctions quelconques des trois variables X, Y, Z, sans qu'elles renferment le tems t : & on aura les valeurs suivantes pour les variables cherchées x, y, z .

$$x = \alpha O + \alpha' O' + \alpha'' O'' \&c. + t \left(\frac{dd(L-M)}{dY dZ} \right) + \left(\frac{dd(P-Q)}{dY dZ} \right)$$

$$y = \epsilon O + \epsilon' O' + \epsilon'' O'' \&c. + t \left(\frac{dd(M-N)}{dX dZ} \right) + \left(\frac{dd(Q-R)}{dX dZ} \right)$$

$$z = \gamma O + \gamma' O' + \gamma'' O'' \&c. + t \left(\frac{dd(N-L)}{dX dY} \right) + \left(\frac{dd(R-P)}{dX dY} \right)$$

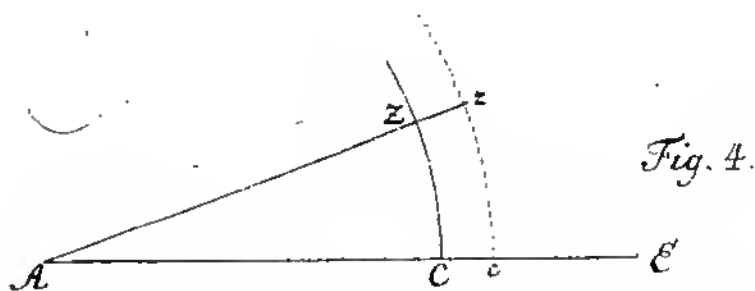
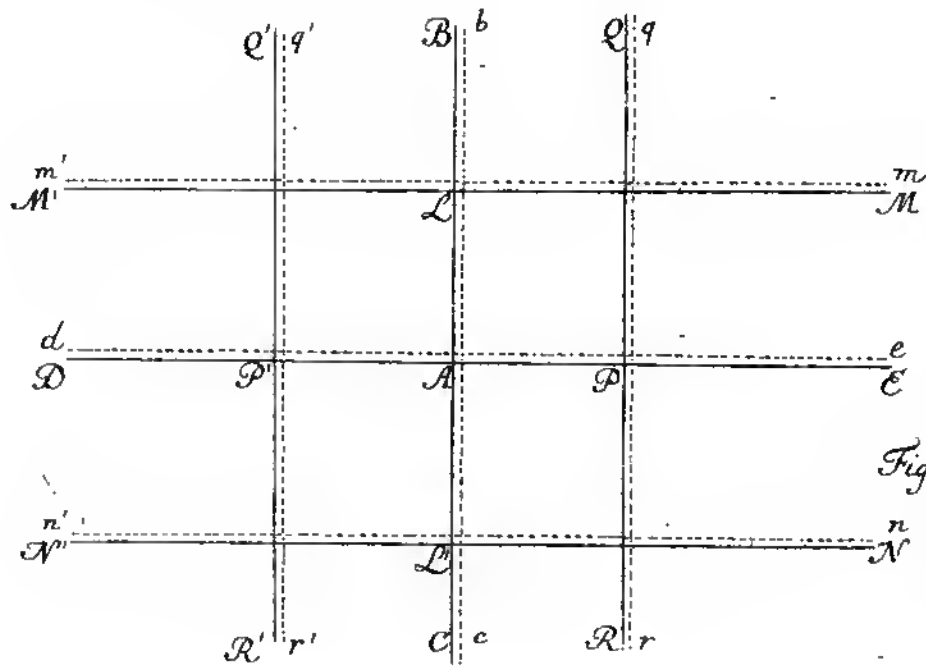
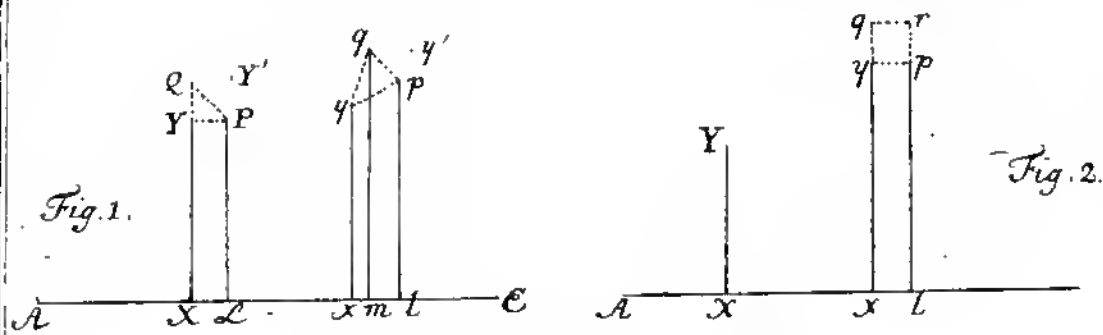
d'où

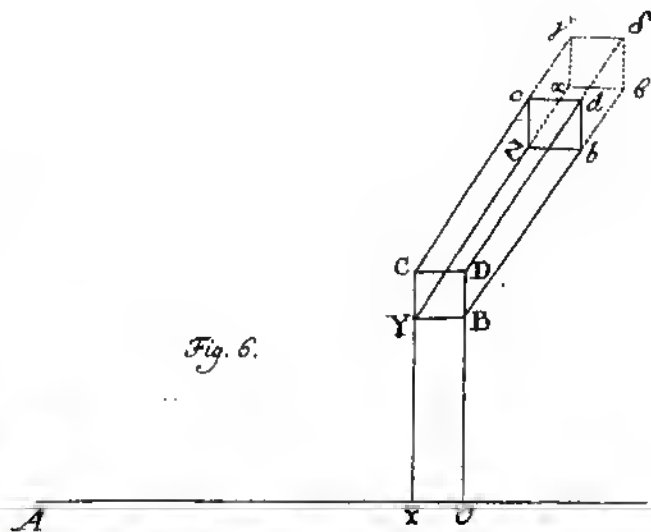
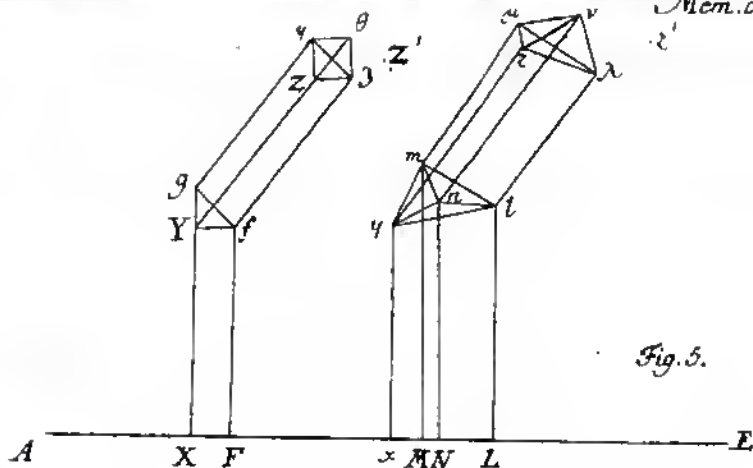


d'où l'on connoitra aussi les vitesses $\left(\frac{dx}{dt}\right)$, $\left(\frac{dy}{dt}\right)$, $\left(\frac{dz}{dt}\right)$, de chaque particule d'air, pour chaque moment.

48. Posant ensuite $t = 0$, on aura l'état où l'air se trouve immédiatement après la première agitation, qui lui aura été imprimée; les formules que nous venons de trouver, marqueront pour cet instant tant les trois déplacements x , y , z , arrivés à chaque particule d'air, que les trois vitesses qui leur auront été imprimées: c'est en quoi consiste l'état initial. Or, cet état étant donné, il s'agit de déterminer convenablement toutes les fonctions O , O' , O'' , &c. avec leurs nombres respectifs α , β , γ ; α' , β' , γ' ; α'' , β'' , γ'' ; &c. de même que les fonctions L , M , N ; P , Q , R , pour que l'état initial qui en résulte, convienne précisément avec celui qui est proposé. Mais c'est ici qu'on rencontre la plus grande difficulté, & il est encore fort douteux, si nos formules, quoiqu'on augmente leurs membres à l'infini, s'étendent à tous les cas possibles: du moins seroit-il fort à souhaiter, qu'on trouvât moyen de les représenter sous une forme finie & plus commode.









CONTINUATION
DES
RECHERCHES
SUR
LA PROPAGATION DU SON.
PAR M. EULER.

I.

Dans les deux Mémoires précédens sur cette matiere j'ai suffisamment fait sentir, combien il seroit important si l'on pouvoit déterminer par la Théorie la propagation du son en considérant l'air étendu en tout sens; & qu'on pût réussir dans cette hypothese aussi bien, que dans celle où l'on ne supposoit à l'air qu'une seule dimension selon une ligne droite. Après avoir expliqué la propagation du son dans cette hypothese d'une seule dimension, dans mon premier Mémoire sur cette matiere, j'ai tâché de traiter ce même sujet dans le supplément, en supposant d'abord à l'air deux dimensions suivant un plan, & ensuite en introduisant dans le calcul toutes les trois dimensions. J'ai aussi réussi à trouver des formules analytiques, qui contiennent tous les mouvemens possibles, dont l'air est susceptible; mais l'application à la question proposée me parut trop difficile, pour que j'en eusse osé esperer un heureux succès.

2. Quand je considérai seulement deux dimensions, j'avois bien appliqué les formules trouvées au cas où la premiere agitation se fait quasi dans un point, d'où les ébranlemens se répandent ensuite par des cercles concentriques partout également, puisque c'est en particulier le cas de la propagation du son. Mais la formule que j'y ai



trouvée, est assujettie à des difficultés si grandes, que je n'ai vu aucun moyen pour les surmonter; & ayant fait la même application dans l'hypothèse de trois dimensions, je pouvois d'autant moins espérer qu'il me seroit possible de développer la formule qui détermine les ébranlemens répandus en tout sens d'un point fixe, par des surfaces sphériques concentriques.

3. Cependant c'est précisément ici, comme je l'ai remarqué depuis, que les difficultés ne sont pas invincibles; & c'est là qu'a lieu un cas semblable à ceux que le Comte Riccati a proposés autrefois, où une certaine équation devient intégrable, pendant qu'en général elle ne l'est pas. Cette découverte est d'autant plus importante, qu'elle me mit bientôt en état de déterminer parfaitement la propagation du son, dans l'hypothèse que l'air est répandu en tout sens; ce qui m'a paru jusques là presque impossible. Il n'y a aussi aucun doute, qu'ayant surmonté ce grand obstacle, on ne parvienne enfin à une méthode de résoudre directement les formules, que j'avois trouvées pour la communication des ébranlemens dans l'air, & peut être même des formules plus compliquées du même genre, d'où la partie la plus sublime des Mathématiques retireroit les plus grands avantages.

Fig. 1.

4. Soit A le centre de l'agitation primitive, qui se répande successivement par des couches concentriques en tout sens: soit $AP = AV = V$, le rayon d'une surface sphérique quelconque PV, dans l'état d'équilibre, laquelle, après le tems $= t$, prenne la situation $p v$, dont le rayon soit $Ap = Av = V + u$, ou l'intervalle $Pp = Vv = u$, que je suppose extrêmement petit: & il s'agit de déterminer cet intervalle u , par le rayon naturel $AV = V$, & le tems écoulé t depuis l'agitation. Cela posé, j'ai trouvé dans le §. 45. du Mémoire précédent, posant $s = \frac{u}{V}$, ou $u = Vs$, cette équation:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2} \right) = \frac{4}{V} \left(\frac{ds}{dt} \right) + \left(\frac{dds}{dV^2} \right),$$

ou



ou bien en remettant pour s la valeur $\frac{u}{V}$, le paragraphe suivant a fourni cette équation :

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddu}{dt^2} \right) = - \frac{2u}{VV} + \frac{2}{V} \left(\frac{du}{dV} \right) + \left(\frac{ddu}{dV^2} \right),$$

où h est la hauteur d'une colonne d'air, dont le poids est en équilibre avec l'élasticité de l'air: g marque la hauteur, d'où les corps tombent dans une seconde, exprimant le tems t en secondes.

5. Si l'on ne supposoit à l'air que deux dimensions selon un plan, & que les ébranlemens se répandissent par des cercles concentriques, en conservant les mêmes dénominations, on auroit à résoudre cette équation

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2} \right) = \frac{3}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right) + \left(\frac{dds}{dV^2} \right),$$

qui me paroît irrésoluble, du moins par la même méthode qui réussit dans l'équation précédente. Pour faire mieux sentir cette différence, considérons ces équations sous une forme plus générale :

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2} \right) = \frac{n}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right) + \left(\frac{dds}{dV^2} \right),$$

& voyons comment il faudroit s'y prendre, pour trouver la fonction des deux variables V & t , à laquelle est égale la variable s . Je me servirai d'une méthode, qui semble pouvoir être employée avec succès dans toutes sortes de semblables équations, où le tems entre en considération: & qui consiste à éliminer tout à fait le tems.



6. Pour cet effet, je pose $s = P \sin(\alpha t + \mathfrak{A})$, où P soit une fonction de la seule variable V , & puisqu'on aura

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = \alpha P \cos(\alpha t + \mathfrak{A}); \quad \left(\frac{dds}{dt^2}\right) = -\alpha \alpha P \sin(\alpha t + \mathfrak{A})$$

$$\left(\frac{ds}{dV}\right) = \frac{dP}{dV} \sin(\alpha t + \mathfrak{A}); \quad \left(\frac{dds}{dV^2}\right) = \frac{ddP}{dV^2} \sin(\alpha t + \mathfrak{A}),$$

notre équation deviendra divisible par $\sin(\alpha t + \mathfrak{A})$, & sera:

$$-\frac{\alpha \alpha P}{2gh} = \frac{n dP}{V dV} + \frac{ddP}{dV^2},$$

qui ne contient que deux variables V & P , où le différentiel dV est pris constant. Il s'agit donc de résoudre cette équation différen-

tio-différentielle, qui, posant $\frac{\alpha \alpha}{2gh} = mm$, prendra cette forme

$$mmP dV^2 + \frac{n dV dP}{V} + ddP = 0,$$

qui a cette propriété, que la variable P n'a partout qu'une seule dimension.

7. Donc, posant $P = e^{\int p dV}$, ou $\frac{dP}{P} = p dV$, cette équation sera réduite à une différentielle du premier degré:

$$mm dV + \frac{np dV}{V} + dp + p p dV = 0,$$

laquelle, posant $V^n p = q$, ou $p = \frac{q}{V^n}$, se transforme en celle-ci.

$$\frac{dq}{V^n} + \frac{qq dV}{V^{2n}} + mm dV = 0, \quad \text{ou}$$

$$dq + \frac{qq dV}{V^n} + mm V^n dV = 0,$$

Pofons



Posons de plus $V^{n-1} = \frac{1}{r}$, pour avoir $\frac{1}{V^{n-1}} = r$, &

$$- \frac{(n-1) dV}{V^n} = dr, \text{ \& puisque } V = r^{\frac{-1}{n-1}}, \text{ donc}$$

$V^{2n} = r^{\frac{-2n}{n-1}}$, nous aurons $-(n-1) V^n dV = r^{\frac{-2n}{n-1}} dr$,
& partant notre équation prendra cette forme :

$$dq - \frac{qqdr}{n-1} + \frac{mm}{n-1} r^{\frac{-2n}{n-1}} dr = 0,$$

qui est la même, qu'autrefois avoit proposée le Comte Riccati.

8. De là il est clair, si l'on prend $n = 3$, pour le cas de deux dimensions de l'air, qu'on aura :

$$dq - \frac{1}{2} qqdr - \frac{mm}{2} r^{-3} dr = 0,$$

ce qui est un des cas irréductibles de l'équation de Riccati; & cette raison m'a fait desespérer, qu'on pourroit jamais déterminer la propagation du son, à moins qu'on ne suppose à l'air qu'une seule dimension selon une ligne droite. Mais, posant $n = 4$, cette équation devenant $dq - \frac{1}{3} qqdr - \frac{1}{3} mmr^{-\frac{1}{2}} dr = 0$, est un des cas réductibles de l'équation de Riccati, ce qui change tout à fait la nature de l'équation que nous avons à résoudre, & nous laisse espérer, que le cas de trois dimensions, que nous donnons à l'étendue de l'air, pourroit admettre la solution, quoique celui de deux dimensions n'en fût pas susceptible.

9. Pour trouver dans ce cas réductible l'équation intégrale, il est bon de se tenir à l'équation différentio-différentielle

$$mmP dV^2 + \frac{n dV dP}{V} + ddP = 0,$$



qu'il faut transformer en supposant $\frac{dP}{p} = QdV + \frac{dp}{p}$, où Q est une certaine fonction de V , qu'il faut déterminer en sorte que l'intégrale ou la valeur de p puisse commodément être développée par une série. Ayant donc, à cause de dV constant: en différentiant

$$\frac{dP}{p} - \frac{dP^2}{p^2} = dQdV + \frac{dp}{p} + \frac{dp^2}{p^2}.$$

$$\text{Or } \frac{dP^2}{p^2} = QQdV^2 + \frac{2QdVdp}{p} + \frac{dp^2}{pp}, \text{ donc}$$

$$\frac{dP}{p} = QQdV^2 + \frac{2QdVdp}{p} + dQdV + \frac{dp}{p},$$

d'où nous tirons cette équation:

$$mm dV^2 + \frac{nQdV^2}{V} + \frac{ndVdp}{Vp} + \frac{ddp}{p} = 0, \\ + QQdV^2 + dQdV + \frac{2QdVdp}{p}.$$

Où il faut faire en sorte, que la variable V ait ou nulle ou une seule dimension partout.

$$10. \text{ Posons donc } Q = mV^{-1} + \frac{\lambda}{V}, \text{ de sorte que}$$

$$dQ = -\frac{\lambda dV}{V^2}, \text{ pour avoir:}$$

$$2\lambda mV^{-1} \cdot \frac{dV^2}{V} + \frac{\lambda \lambda dV^2}{V^2} + \frac{ndVdp}{Vp} + 2mV^{-1} \cdot \frac{dVdp}{p} + \frac{ddp}{p} = 0, \\ + mnV^{-1} \cdot \frac{dV^2}{V} + \frac{\lambda ndV^2}{V^2} + \frac{2\lambda dVdp}{Vp} \\ - \frac{\lambda dV^2}{V^2}.$$

Soit



Soit de plus $\lambda = -n + 1$, pour obtenir cette plus simple forme :

$$-\frac{(n-2)m dV^2}{V} \sqrt{-1} - \frac{(n-2)dVdp}{Vp} + \frac{2mdVdp\sqrt{-1}}{p} + \frac{ddp}{p} = 0,$$

ou bien, en la multipliant par Vp celle-ci :

$$Vddp + 2mVdVdp\sqrt{-1} - (n-2)dVdp - (n-2)mpdV^2\sqrt{-1} = 0,$$

dont on cherche la valeur de p par une série.

11. Supposons $p = A + BV + CV^2 + DV^3 + EV^4 + \&c.$
& la substitution donnera :

$$\begin{aligned} \frac{Vddp}{dV^2} &= + 1.2 CV + 2.3 DV^2 + 3.4 EV^3 + 4.5 FV^4 \&c. \\ + \frac{2mVdp\sqrt{-1}}{dV} &= + 2mBV\sqrt{-1} + 4mCV^2\sqrt{-1} + 6mDV^3\sqrt{-1} + 8mEV^4\sqrt{-1} \\ - \frac{(n-2)dp}{dV} &= -(n-2)B - 2(n-2)CV - 3(n-2)DV^2 - 4(n-2)EV^3 - 5(n-2)FV^4 \\ - (n-2)mp\sqrt{-1} &= -(n-2)mA\sqrt{-1} - (n-2)mBV\sqrt{-1} - (n-2)mCV^2\sqrt{-1} - (n-2)mDV^3\sqrt{-1} - (n-2)mFV^4\sqrt{-1} \end{aligned}$$

Ces séries prises ensemble devant être $= 0$, donnent les déterminations suivantes :

$B + mB\sqrt{-1} = 0$	$B = -\frac{mA\sqrt{-1}}{1}$
$2(n-3)C + (n-4)mB\sqrt{-1} = 0$	$C = -\frac{(n-4)mB\sqrt{-1}}{2(n-3)}$
$3(n-4)D + (n-6)mC\sqrt{-1} = 0$	$D = -\frac{(n-6)mC\sqrt{-1}}{3(n-4)}$
$4(n-5)E + (n-8)mD\sqrt{-1} = 0$	$E = -\frac{(n-8)mD\sqrt{-1}}{4(n-5)}$
$5(n-6)F + (n-10)mE\sqrt{-1} = 0$	$\&c.$

d'où



d'où l'on voit que cette série devient finie aux cas :

$$n = 4; \quad n = 6; \quad n = 8; \quad n = 10; \quad \&c.$$

12. Donc, pour notre cas, où $n = 4$, nous aurons
 $B = -mA\sqrt{-1}$, $C = 0$, $D = 0$, &c. & partant
 $p = A - m\Lambda V\sqrt{-1}$; donc $Q = m\sqrt{-1} - \frac{3}{V}$, &
 $\int Q dV = mV\sqrt{-1} - 3/V$. Or, ayant posé $\frac{dP}{P} = QdV + \frac{dp}{p}$,
 nous aurons en intégrant $\log P = mV\sqrt{-1} - 3/V + \log p$,
 ou $P = \frac{Ae^{mV\sqrt{-1}}(1 - mV\sqrt{-1})}{V^3}$. Or, puisqu'on peut
 prendre $\sqrt{-1}$, aussi bien négatif, nous aurons aussi

$$P = \frac{Be^{-mV\sqrt{-1}}(1 + mV\sqrt{-1})}{V^3};$$

& parce que dans notre équation

$$mmP dV^2 + \frac{4dV dP}{V} + ddP = 0,$$

P n'a partout qu'une seule dimension: ces deux valeurs combinées:

$$P = \frac{Ae^{mV\sqrt{-1}}(1 - mV\sqrt{-1})}{V^3} + \frac{Be^{-mV\sqrt{-1}}(1 + mV\sqrt{-1})}{V^3},$$

en donnent l'intégrale complète.

13. Il ne s'agit maintenant que de prendre les constantes A & B en sorte que les imaginaires se détruisent. Pour cet effet il faut remarquer que

$$e^{mV\sqrt{-1}} = \cos mV + \sqrt{-1} \sin mV, \quad \&$$

$$e^{-mV\sqrt{-1}} = \cos mV - \sqrt{-1} \sin mV,$$

&



& partant nous aurons:

$$PV^3 = A(1 - mV\sqrt{-1})(\cos mV + \sqrt{-1} \sin mV) + B(1 + mV\sqrt{-1})(\cos mV - \sqrt{-1} \sin mV)$$

ou

$$PV^3 = (A+B)\cos mV + (A-B)\sqrt{-1} \sin mV - mV(A-B)\sqrt{-1} \cos mV + mV(A+B)\sin mV.$$

Soit donc $A + B = C$, & $(A - B)\sqrt{-1} = D$,

pour avoir cette expression réelle:

$$PV^3 = C \cos mV + D \sin mV - mDV \cos mV + mCV \sin mV:$$

soit de plus $C = E \sin \zeta$, & $D = E \cos \zeta$, pour rendre cette équation plus simple

$$PV^3 = E \sin(mV + \zeta) - mEV \cos(mV + \zeta), \text{ ou bien}$$

$$P = \frac{E \sin(mV + \zeta)}{V^3} - \frac{mE \cos(mV + \zeta)}{V^2}.$$

14. Nous avons posé $\frac{aa}{2gh} = mm$, d'où il s'en suit
 $a = m\sqrt{2gh}$; & de là à cause de $s = P \sin(at + \mathfrak{A})$, nous
 aurons

$$s = \frac{E \sin(mV + \zeta) \sin(mt\sqrt{2gh} + \mathfrak{A})}{V^3} - \frac{mE \cos(mV + \zeta) \sin(mt\sqrt{2gh} + \mathfrak{A})}{V^2},$$

où les quantités E , m , ζ , $\mathfrak{A}$, sont absolument arbitraires, de sorte
 qu'on peut donner une infinité de formules semblables, dont non seu-
 lement chacune séparément, mais aussi toutes ensemble satisfont éga-
 lement à notre équation:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{dds}{dt^2} \right) = \frac{4}{V} \left(\frac{ds}{dV} \right) + \left(\frac{dds}{dV^2} \right).$$

& pour la première équation:

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddu}{dt^2} \right) = - \frac{2u}{VV} + \frac{2}{V} \left(\frac{du}{dV} \right) + \left(\frac{ddu}{dV^2} \right).$$



nous aurons

$$u = \frac{E \sin(mV + \zeta) \sin(mt\sqrt{2gh} + \eta)}{V} - \frac{mE \cos(mV + \zeta) \sin(mt\sqrt{2gh} + \eta)}{V},$$

ou à un assemblage d'autant de semblables formules qu'on voudra.

15. Or tout cela n'est encore d'aucun secours pour notre dessein, qui demande des fonctions absolument arbitraires, qui puissent même être discontinues. Mais la considération de ces formes m'a fourni l'idée, que notre équation pourroit être résolue par une telle expression.

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{B}{V} \Phi'(V + t\sqrt{2gh})$$

où Φ marque une fonction quelconque, & la fonction Φ' en dépend, en sorte que $d. \Phi z = dz \Phi' z$; de la même manière je poserais $d. \Phi' z = dz \Phi'' z$; $d. \Phi'' z = dz \Phi''' z$ &c. Or de cette position nous tirons:

$$\left(\frac{du}{dt^2}\right) = + \frac{2ghA}{V^2} \Phi''(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{2ghB}{V} \Phi'''(V + t\sqrt{2gh})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{du}{dV}\right) &= - \frac{2A}{V^3} \Phi.. + \frac{A}{V^2} \Phi'.. + \frac{B}{V} \Phi''.. \\ &\quad - \frac{B}{V^2} \Phi'.. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2u}{dV^2}\right) &= \frac{6A}{V^4} \Phi.. - \frac{4A}{V^3} \Phi'.. + \frac{A}{V^2} \Phi''.. + \frac{B}{V} \Phi'''.. \\ &\quad + \frac{2B}{V^3} \Phi'.. - \frac{2B}{V^2} \Phi''.. \end{aligned}$$

16. Substituons ces valeurs dans notre équation:

$$0 = - \frac{1}{2gh} \left(\frac{d^2u}{dt^2}\right) - \frac{2u}{VV} + \frac{2}{V} \left(\frac{du}{dV}\right) + \left(\frac{d^2u}{dV^2}\right),$$

&



& nous aurons :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{6A}{V^4} \Phi.. + \frac{2B-4A}{V^3} \Phi'.. + \frac{A-2B}{V^2} \Phi''.. + \frac{B}{V} \Phi'''.. \\ &- \frac{4A}{V^4} \Phi.. + \frac{2A-2B}{V^3} \Phi'.. + \frac{2B}{V^2} \Phi''.. \\ &- \frac{2A}{V^4} \Phi.. - \frac{2B}{V^3} \Phi'.. - \frac{A}{V^2} \Phi''.. - \frac{B}{V} \Phi'''.. \end{aligned}$$

qui se réduit à $-\frac{2A}{V^3} - \frac{2B}{V^3} \Phi'.. = 0$, & partant $B = -A$, de sorte que notre intégrale soit

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V} \Phi'(V + t\sqrt{2gh}),$$

qui est infiniment plus générale que celle que nous avons trouvée ci-dessus exprimée par des sinus & cosinus.

17. On pourra aussi prendre le signe radical $\sqrt{2gh}$ négatif, & on aura :

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V} \Phi'(V - t\sqrt{2gh})$$

& cette formule jointe à la précédente donnera l'intégrale complète de notre formule. Mais, puisque par l'hypothèse les agitations se répandent en tout sens également, cette dernière formule suffira seule, puisqu'on ne sauroit prendre V négatif. De là quelque fonction qu'on prenne pour Φ , on en connoitra pour chaque tems proposé t la quantité u dont une couche sphérique quelconque, dont le rayon $AV = V$, fera répandue. On en connoitra aussi la vitesse que cette couche aura pour s'éloigner davantage du centre A : cette vitesse fera :

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = -\frac{A\sqrt{2gh}}{V^2} \Phi'(V - t\sqrt{2gh}) + \frac{A\sqrt{2gh}}{V} \Phi''(V - t\sqrt{2gh}),$$

Kk 2

Or,



Or, pour l'état initial, où $t=0$, on aura $u = \frac{A}{V} \Phi V - \frac{A}{V} \Phi' V$,

& pour la vitesse

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = - \frac{AV^2gh}{VV} \Phi'V + \frac{AV^2gh}{V} \Phi''V.$$

Fig. 2.

18. Puisqu'il faut supposer qu'au commencement toute l'agitation soit renfermée dans un petit espace autour du centre A , la nature de la fonction Φ doit être telle, que ces trois expressions Φ , $\Phi'z$, $\Phi''z$ soient toujours évanouissantes, dès que z surpasse une petite quantité donnée. Pour cet effet, qu'on décrive sur l'axe AE une courbe quelconque $A'pn$, qu'on dessine encore trois fois alternativement au dessus & au dessous de l'axe, pour avoir la courbe Apn cB , dont l'appliquée vp , qui répond à une abscisse quelconque $Av = z$ soit $= \Phi''z$. Ensuite, qu'on décrive une autre courbe $AqcB$ quadratrice de celle là, de sorte que $vq = \frac{nr. Avp}{c}$, & l'on aura $vq = \frac{1}{c} \Phi'z$, puisque $\Phi'z = \int dz \Phi''z$. Ensuite, qu'on décrive la troisième courbe ArB quadratrice de celle-ci: dont l'appliquée soit $vr = \frac{nr. Avq}{c}$, ou $vr = \frac{1}{cc} \Phi.z$, de sorte que par ces trois courbes on aura:

$$\Phi z = cc.vr; \quad \Phi'z = c.vq, \quad \& \quad \Phi''z = vp.$$

19. Donc, pour l'état initial, prenant l'abscisse Av égale au rayon de la couche sphérique, dont on cherche le déplacement, ou $Av = V$, on aura le déplacement: $u = \frac{Acc}{VV} . vr - \frac{Ac}{V} . vq$, & la vitesse

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = - \frac{AcV^2gh}{VV} . vq + \frac{AV^2gh}{V} . vp,$$

d'où



d'où l'on connoît l'agitation initiale, & l'on comprend que, celle-ci étant donnée, on en tirera réciproquement la construction de la courbe arbitraire ApA . Cependant il importe fort peu de savoir la nature de cette agitation, puisque notre but tend principalement à déterminer la propagation. Au reste on pourroit aussi décrire de semblables courbes tirées des fonctions de $V + t\sqrt{2gh}$, qu'on peut combiner avec celles-ci. Mais on verra bientôt que la vitesse de la propagation n'en est pas altérée, & qu'elle demeure la même, quelque courbe qu'on prenne pour ApA . Par cette raison je m'arrêterai au cas que je viens d'indiquer.

20. Je dois aussi remarquer que, quoique les membres de nos formules soient divisés par V & VV , ils ne deviennent pas pourtant infinis au cas $V = 0$; pourvu que la première courbe ApA fasse un angle aigu avec l'axe. Car, posant $Av = V$, $vp = p$, $vq = q$, & $vr = r$, soit pour le commencement $p = nV$; où n est un nombre fini quelconque, & on aura $q = \frac{nVV}{2c}$, & $r = \frac{nV^3}{6cc}$: de là si l'abscisse V est extrêmement petite, on aura:

$$u = \frac{1}{6}nAV - \frac{1}{2}nAV = -\frac{1}{3}nAV,$$

$$\& \left(\frac{du}{dt}\right) = -\frac{1}{2}nAV\sqrt{2gh} + nA\sqrt{2gh} = +\frac{1}{2}nAV\sqrt{2gh},$$

de sorte que le déplacement du centre A soit même infiniment petit, & si l'on veut que sa vitesse évanouisse aussi, on n'a qu'à prendre $n = 0$, ou faire en sorte que la courbe ApA touche l'axe en A .

21. Prenant maintenant un point quelconque V hors de l'agitation initiale, & l'on voit qu'au commencement où $t = 0$, tant le déplacement u que la vitesse $\left(\frac{du}{dt}\right)$ sera zéro. Car, si $V > AB$, toutes ces fonctions $\Phi.V$; $\Phi'.V$, & $\Phi''.V$ évanouissent, puisque toutes les trois courbes sont censées se réunir avec l'axe au delà



de B. Mais, après le premier instant, des que la quantité $V = t\sqrt{2gh}$, commence à devenir plus petite que AB, la couche qui passe par V sera ébranlée. Qu'on prenne alors $Vv = t\sqrt{2gh}$, & on aura pour le déplacement de cette couche

$$u = \frac{Acc}{VV} \cdot vr - \frac{Ac}{V} \cdot vq, \text{ \& pour la vitesse}$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = - \frac{AcV\sqrt{2gh}}{VV} \cdot vq + \frac{AV\sqrt{2gh}}{V} \cdot vp,$$

d'où l'on voit que, plus le point V est éloigné du centre A, plus feront aussi petits tant son déplacement que sa vitesse, & cela en raison des distances à peu près, si la distance V est fort grande.

22. On se fera imaginé que les agitations répandues dans l'air devroient diminuer en raison des quarrés des distances, & on sera surpris de voir que les petits espaces par lesquels les couches s'avancent, diminuent seulement en raison des distances, lorsque les distances sont fort grandes. Mais il faut observer, que l'agitation de chaque couche ne dépend pas uniquement de son déplacement u , mais aussi de sa vitesse, pendant qu'elle est ébranlée; & celle-ci étant aussi réciproquement proportionnelle à la distance au centre, d'où l'agitation entiere doit être censée bien plus petite. Au reste, si la force du son, entant qu'il est apperçu, dépend ou du seul déplacement des particules d'air, ou seulement de leur vitesse, on pourra dire que la force d'un son diminue en raison des distances; mais, si elle dépend de tous les deux conjointement, elle suivra la raison réciproque quarrée des distances.

23. Posons la distance AB = a , qui est le rayon de la sphere qui aura été primitivement agitée, & cette agitation sera transmise jusqu'en V, la distance AV étant = V, après le tems t , en sorte que $V = t\sqrt{2gh} = AB = a$, d'où l'on tire $t = \frac{V}{\sqrt{2gh}}$: ou bien dans une seconde l'agitation sera transmise

par



par un espace $V = a + \sqrt{2gh}$, qui est de la quantité a plus grand, que celui que nous avons trouvé dans l'hypothèse d'une seule dimension, quoique cette même augmentation y ait également lieu. Mais cela ne suffit en aucune manière pour obtenir la vitesse qu'on connoit par les expériences, & partant il n'y a plus de doute, que la force de l'agitation produise cette accélération, pendant que les sons extrêmement foibles seroient d'accord avec notre formule, qui, comme j'ai d'abord remarqué, n'a lieu que lorsque les agitations sont quasi infiniment petites

24. Or l'intégrale complete de notre équation étant

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V} \Phi'(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{B}{V^2} \Psi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{B}{V} \Psi'(V - t\sqrt{2gh})$$

on en peut faire varier à l'infini l'agitation primitive, non seulement par rapport au déplacement de chaque couche sphérique, mais aussi par rapport à la vitesse qui leur sera imprimée, puisqu'on a en général pour la vitesse:

$$\begin{aligned} \left(\frac{du}{dt}\right) &= \frac{A\sqrt{2gh}}{VV} \Phi'(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A\sqrt{2gh}}{V} \Phi''(V + t\sqrt{2gh}) \\ &\quad - \frac{B\sqrt{2gh}}{VV} \Psi'(V - t\sqrt{2gh}) + \frac{B\sqrt{2gh}}{V} \Psi''(V - t\sqrt{2gh}) \end{aligned}$$

d'où l'on a pour l'état initial, en posant $t = 0$:

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi.V - \frac{A}{V} \Phi'.V + \frac{B}{V^2} \Psi.V - \frac{B}{V} \Psi'.V, \quad \&$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{A\sqrt{2gh}}{VV} \Phi'.V - \frac{A\sqrt{2gh}}{V} \Phi''.V - \frac{B\sqrt{2gh}}{VV} \Psi'.V + \frac{B\sqrt{2gh}}{V} \Psi''.V$$

où les caractères Φ & Ψ marquent des fonctions quelconques, tant continues que discontinues, ce qui nous met en état de donner une solution générale de notre problème, en supposant l'agitation primitive quelconque.



25. On peut bien supposer $B = A$, puisque la variété des fonctions Φ & Ψ renferme déjà cette différence: & pour qu'on puisse faire l'application à une agitation primitive quelconque, posons:

$$\Phi.V + \Psi.V = \Sigma.V, \quad \& \quad \Phi.V - \Psi.V = \Theta.V,$$

de sorte que

$$\Phi.V = \frac{1}{2}\Sigma.V + \frac{1}{2}\Theta.V, \quad \& \quad \Psi.V = \frac{1}{2}\Sigma.V - \frac{1}{2}\Theta.V,$$

& nous aurons pour l'état initial,

$$u = \frac{A}{V^2} \cdot \Sigma.V - \frac{A}{V} \cdot \Sigma'.V, \quad \&$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{AV^2gh}{VV} \cdot \Theta'.V - \frac{AV^2gh}{V} \cdot \Theta''.V.$$

Maintenant, posons pour ce même état:

$$u = AP, \quad \& \quad \left(\frac{du}{dt}\right) = A Q V^2 g h,$$

de sorte que P & Q soient des fonctions données de V conformément à l'agitation primitive; & il s'agit de trouver les fonctions Σ & Θ de ces égalités.

$$\Sigma.V - V.\Sigma'.V = V^2P, \quad \& \quad \Theta'.V - V.\Theta''.V = V^2Q.$$

26. Posons pour cet effet $\Sigma.V = p$, & $\Theta'.V = q$, pour avoir

$$p - \frac{Vdp}{dV} = V^2P, \quad \& \quad q - \frac{Vdq}{dV} = V^2Q, \quad \text{ou bien}$$

$$\frac{p dV - V dp}{VV} = P dV, \quad \& \quad \frac{q dV - V dq}{VV} = Q dV.$$

$$\text{d'où l'on tire: } -\frac{p}{V} = \int P dV, \quad \& \quad -\frac{q}{V} = \int Q dV.$$

Donc



Donc connoissant les fonctions P & Q par l'agitation primitive, nous en formerons nos fonctions en sorte.

$$\Sigma.V = -V \int P dV; \quad \Theta'.V = -V \int Q dV, \quad \text{donc}$$

$$\Theta.V = -\int V dV \int Q dV, \quad \& \text{ ensuite:}$$

$$\Sigma'.V = -\int P dV - VP, \quad \& \quad \Theta''.V = -\int Q dV - VQ,$$

d'où l'on tracera aisément des courbes, dont les appliquées représentent toutes les fonctions dont nous avons besoin dans cette recherche.

27. Après avoir déterminé la nature de ces fonctions par l'agitation imprimée au commencement, on en déterminera pour un tems quelconque t l'élargissement x de toutes les couches sphériques, dont le rayon est supposé $= V$. On aura pour x l'expression suivante.

$$x = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\Lambda}{2VV} \Sigma (V + t\sqrt{2gh} + \frac{\Lambda}{2VV} \Theta (V + t\sqrt{2gh}) \\ + \frac{\Lambda}{2VV} \Sigma (V - t\sqrt{2gh} - \frac{\Lambda}{2VV} \Theta (V - t\sqrt{2gh}) \\ - \frac{\Lambda}{2V} \Sigma' (V + t\sqrt{2gh}) - \frac{\Lambda}{2V} \Theta' (V + t\sqrt{2gh}) \\ - \frac{\Lambda}{2V} \Sigma' (V - t\sqrt{2gh}) + \frac{\Lambda}{2V} \Theta' (V - t\sqrt{2gh}) \end{array} \right.$$

d'où l'on voit comme auparavant que, pendant une seconde, le son ne sauroit être transmis, que par un espace $= \sqrt{2gh}$: mais pourtant avec cette restriction, que le son soit extrêmement foible: pour les sons plus forts on n'en sauroit rien conclure.

28. Cette propagation par des couches concentriques nous fournit une infinité de solutions particulières des formules générales,



que j'avois trouvées pour des agitations quelconques, dans l'air, voyez le §. 43. du Mémoire précédent.

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dX^2} \right) + \left(\frac{ddy}{dXdY} \right) + \left(\frac{ddz}{dXdZ} \right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dXdY} \right) + \left(\frac{ddy}{dY^2} \right) + \left(\frac{ddz}{dYdZ} \right)$$

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddz}{dt^2} \right) = \left(\frac{ddx}{dXdZ} \right) + \left(\frac{ddy}{dYdZ} \right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2} \right).$$

Car, pour avoir une solution particulière quelconque, supposons le centre précédent des agitations dans un point déterminé par les coordonnées a, b, c , & nous aurons

$$V = ((X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2),$$

& ensuite

$$x = \frac{X - a}{V} \cdot u; \quad y = \frac{Y - b}{V} \cdot u; \quad z = \frac{Z - c}{V} \cdot u.$$

29. Prenant donc pour a, b, c , trois constantes quelconques, soit pour abrégér

$$V((X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2) = V,$$

& que les caractères Φ & Ψ marquent des fonctions quelconques régulières ou irrégulières, d'où par la différentiation on aura les fonctions dérivées Φ & Ψ' , & qu'on prenne

$$u = \frac{A}{V^2} \Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V} \Phi'(V + t\sqrt{2gh}) \\ + \frac{B}{V^2} \Psi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{B}{V} \Psi'(V - t\sqrt{2gh}).$$

. Alors



Alors on aura pour la résolution de nos trois formules les valeurs suivantes des trois variables x, y, z , cherchées

$$x = \frac{X - a}{V} \cdot u; \quad y = \frac{Y - b}{V} \cdot u; \quad z = \frac{Z - c}{V} \cdot u,$$

& en changeant les constantes a, b, c , à volonté, on obtiendra une infinité de semblables valeurs pour x, y, z , qui étant jointes ensemble, donneront une solution assez générale de notre problème.

30. Cette solution sert à nous faire comprendre, que s'il y a plusieurs centres d'agitations, la propagation de chacune se fait de la même manière que si elle se trouvoit toute seule dans l'air. Donc, si plusieurs sons sont excités en différens endroits de l'air, chacun se repand par des couches sphériques & concentriques, de la même manière que s'il existoit tout seul dans l'air, & tous les autres n'en troubleront pas la propagation: & s'il arrive que les mêmes particules de l'air sont ébranlées à la fois par plusieurs sons, leur mouvement sera composé de tous les mouvemens que chaque son y produiroit séparément: ce qui est la cause que la propagation de chacun n'est pas troublée par les autres. L'explication de ce phénomène, que nous devons uniquement à la Théorie, est sans doute bien importante.

31. Avant que de finir cette matière, je proposerai encore une autre méthode de traiter les trois équations principales rapportées dans le §. 28. laquelle consiste dans l'élimination du tems t . Pour cet effet, qu'on pose

$$x = p \sin(at + \epsilon); \quad y = q \sin(at + \epsilon); \quad z = r \sin(at + \epsilon),$$

où p, q, r , soient des fonctions des trois variables X, Y , & Z , sans renfermer le tems t . Alors, après avoir fait la substitution, on aura les trois équations suivantes, d'où il faut déterminer les trois inconnues p, q, r .



$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} p + \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddr}{dXdZ}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} q + \left(\frac{ddp}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dYdZ}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} r + \left(\frac{ddp}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddq}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right) = 0.$$

32. Si nous posons $\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right) = v$,

nous aurons :

$$p = -\frac{2gh}{\alpha\alpha} \left(\frac{dv}{dX}\right); \quad q = -\frac{2gh}{\alpha\alpha} \left(\frac{dv}{dY}\right); \quad r = -\frac{2gh}{\alpha\alpha} \left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

d'où il est évident, que :

$$\left(\frac{dp}{dY}\right) = \left(\frac{dq}{dX}\right); \quad \left(\frac{dp}{dZ}\right) = \left(\frac{dr}{dX}\right); \quad \left(\frac{dq}{dZ}\right) = \left(\frac{dr}{dY}\right),$$

ou que la formule $p dX + q dY + r dZ$, est intégrable, l'intégrale étant $= -\frac{2gh}{\alpha\alpha} v = -\frac{2gh}{\alpha\alpha} \left(\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right)\right)$.

Or de là nous concluons de plus

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} p + \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddp}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddp}{dZ^2}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} q + \left(\frac{ddq}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dZ^2}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh} r + \left(\frac{ddr}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right) = 0,$$

de sorte que toutes les trois quantités p , q , r , sont déterminées par la même équation, dont il s'agit de trouver la résolution générale.

Autre



Autre manière de parvenir à la solution.

33. L'explication de la propagation du son, que je viens de trouver, peut être déduite immédiatement de nos formules principales

qui posant $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = v$ font :

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right); \quad \left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right)$$

d'où l'on tire cette équation pour trouver v .

$$\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right),$$

comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire précédent. Or, si l'on pose $(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2 = VV$, où l'on peut prendre pour a, b, c , des quantités constantes quelconques, cette équation est remplie par cette formule :

$$v = \frac{A}{V} \Phi(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

comme on peut le voir en faisant la substitution.

34. Car, puisque V ne dépend point du tems t , on aura

$$\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{2Agh}{V} \Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}); \text{ ensuite, à cause de}$$

$$\left(\frac{dV}{dX}\right) = \frac{X-a}{V}; \quad \left(\frac{dV}{dY}\right) = \frac{Y-b}{V}; \quad \& \quad \left(\frac{dV}{dZ}\right) = \frac{Z-c}{V};$$

on a

$$\left(\frac{dv}{dX}\right) = -\frac{A(X-a)}{V^3} \Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2} \Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}),$$



& différentiant encore

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = -\frac{A}{V^3} \Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) - \frac{3A(X-a)^2}{V^4} \Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)^2}{V^3} \Phi''(V \pm t\sqrt{2gh}) \\ + \frac{3A(X-a)^2}{V^5} \Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A}{V^2} \Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

d'où l'on formera aisément les valeurs des formules $\left(\frac{ddv}{dY^2}\right)$, & $\left(\frac{ddv}{dZ^2}\right)$, & partant la somme de ces trois formules, à cause de $(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2 = V^2$, se réduit à $\frac{A}{V} \Phi''(V \pm t\sqrt{2gh})$; & cette même valeur est aussi celle de $\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddv}{dt^2}\right)$, d'où l'on voit que la formule

$$v = \frac{A}{V} \Phi(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

satisfait parfaitement à l'équation rapportée ci-dessus.

35. Pour trouver de là les quantités x, y, z , donnons à la valeur trouvée pour v cette forme $v = \frac{A}{V} \Phi''(V \pm t\sqrt{2gh})$, d'où nous aurons:

$$\left(\frac{dv}{dX}\right) = -\frac{A(X-a)}{V^3} \Phi''(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2} \Phi'''(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

ce qui est aussi la valeur de $\frac{1}{2gh} \left(\frac{ddx}{dt^2}\right)$. Prenons donc les intégrales, en supposant le seul tems t variable, & puisque

$$\int dt \Phi'''(V \pm t\sqrt{2gh}) = \frac{1}{V\sqrt{2gh}} \Phi''(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

nous



nous obtiendrons :

$$\frac{1}{V^2 gh} \left(\frac{dx}{dt} \right) = - \frac{A(X-a)}{V^3} \Phi'(V+tV^2 gh) + \frac{A(X-a)}{V^2} \Phi''(V+tV^2 gh) + P$$

où P est une fonction quelconque de X, Y, & Z, qu'on regarde ici comme constante; & en intégrant encore :

$$x = - \frac{A(X-a)}{V^3} \Phi(V+tV^2 gh) + \frac{A(X-a)}{V^2} \Phi'(V+tV^2 gh) + Pt + \mathfrak{P}.$$

où $\mathfrak{P}$ est aussi une fonction quelconque de X, Y, & Z.

36. De la même manière on trouvera :

$$y = - \frac{A(Y-b)}{V^3} \Phi(V+tV^2 gh) + \frac{A(Y-b)}{V^2} \Phi'(V+tV^2 gh) + Qt + \Omega,$$

$$z = - \frac{A(Z-c)}{V^3} \Phi(V+tV^2 gh) + \frac{A(Z-c)}{V^2} \Phi'(V+tV^2 gh) + Rt + \mathfrak{R},$$

où Q, R, & Ω , $\mathfrak{R}$, sont aussi des fonctions des trois variables X, Y, Z, qui dépendent en sorte des précédentes P & $\mathfrak{P}$, que

$$\left(\frac{ddP}{dX^2} \right) + \left(\frac{ddQ}{dY^2} \right) + \left(\frac{ddR}{dZ^2} \right) = 0,$$

$$\& \left(\frac{dd\mathfrak{P}}{dX^2} \right) + \left(\frac{dd\Omega}{dY^2} \right) + \left(\frac{dd\mathfrak{R}}{dZ^2} \right) = 0,$$

Mais pour notre dessein on peut négliger toutes ces fonctions P, Q, R, & $\mathfrak{P}$, Ω , $\mathfrak{R}$, ou les supposer égales à 0.

37. Donc si l'on suppose dans l'air autant de points fixes Fig. 3.
c, c', c'', &c. qu'on voudra déterminées par les coordonnées

$$Aa = a, ab = b, bc = c, \quad Aa' = a', a'b' = b', b'c' = c', \&c.$$

& après y avoir tiré d'un point quelconque Z déterminé par les coordonnées AX = X, XY = Y, & YZ = Z, les droites Zc, Zc', Zc'', qu'on nomme ces distances

$$Zc = V, \quad Zc' = V', \quad Zc'' = V'', \&c.$$

&



& qu'on pose pour abrégé,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{V}\Phi(V+t\sqrt{2gh})+\Phi'(V+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V}\Sigma(V-t\sqrt{2gh})+\Sigma'(V-t\sqrt{2gh})&=P \\ -\frac{1}{V'}\Psi(V'+t\sqrt{2gh})+\Psi'(V'+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V'}\Theta(V'-t\sqrt{2gh})+\Theta'(V'-t\sqrt{2gh})&=Q \\ -\frac{1}{V''}\Omega(V''+t\sqrt{2gh})+\Omega'(V''+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V''}\Xi(V''-t\sqrt{2gh})+\Xi'(V''-t\sqrt{2gh})&=R \end{aligned}$$

les dérangemens du point Z seront exprimés par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} x &= \frac{(X-a)P}{VV} + \frac{(X-a')Q}{V'V'} + \frac{(X-a'')R}{V''V''}, \\ y &= \frac{(Y-b)P}{VV} + \frac{(Y-b')Q}{V'V'} + \frac{(Y-b'')R}{V''V''}, \\ z &= \frac{(Z-c)P}{VV} + \frac{(Z-c')Q}{V'V'} + \frac{(Z-c'')R}{V''V''}. \end{aligned}$$

38. Ces même formules expriment l'état initial, quand on pose $t = 0$, & celui-ci étant donné, on en connoitra la nature des fonctions Φ , Σ , Ψ , Θ , Ω , Ξ . Supposons ces fonctions telles, que posant $t = 0$, les quantités P , Q , R , soient toujours égales à zéro, excepté les seuls cas, où les distances V , V' , V'' , sont à peu près égales à ces quantités D , D' , D'' , & alors le point Z sera en repos à moins qu'il n'y ait

ou $V-t\sqrt{2gh}=D$, ou $V'-t\sqrt{2gh}=D'$, ou $V''-t\sqrt{2gh}=D''$, d'où l'on voit que les agitations primitives excitées autour des points c , c' , c'' , sont séparément transmises au point Z, & chacune de la même manière que si les autres n'existoient point. Et partant il est clair que toutes ces agitations ne se troublent pas entr'elles.



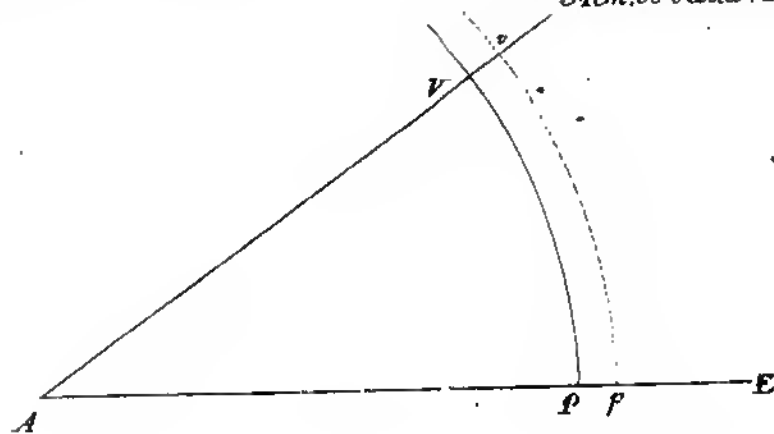


Fig. 1.



Fig. 2.

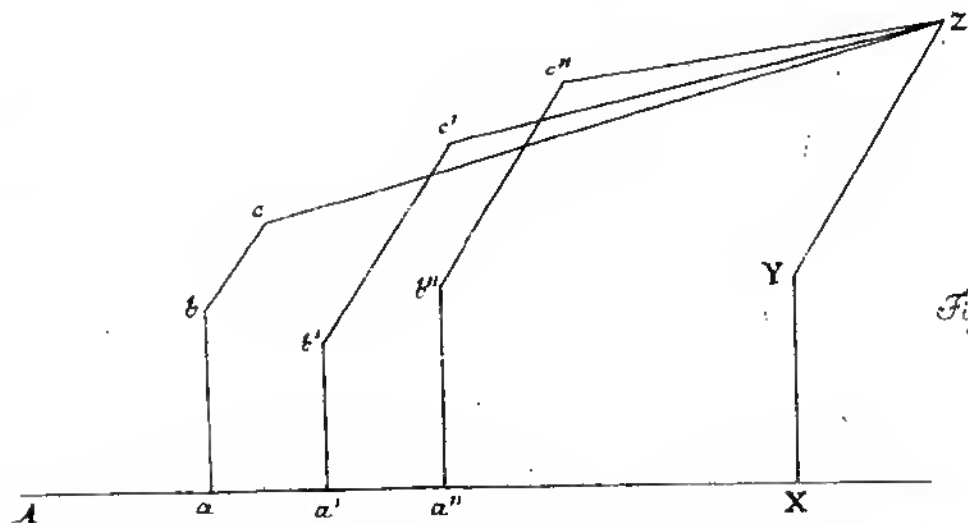


Fig. 3



R E C H E R C H E S

S U R

LE MOUVEMENT DE ROTATION
DES CORPS CELESTES.

P A R M. E U L E R.

I.

Si les corps celestes étoient parfaitement sphériques, ou que leurs momens d'inertie par rapport à leurs axes principaux fussent égaux entr'eux, quelque mouvement de rotation qu'ils eussent reçu une fois, ils le conserveroient toujours, sans changer ni de vitesse ni d'axe de rotation, qui demeureroit toujours dirigé vers les mêmes points du ciel; & les forces dont ce corps est sollicité vers les autres corps celestes, ne troubleroient rien dans son mouvement de rotation, puisque la force moyenne qui en résulte, passeroit par le centre d'inertie du corps, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire précédent. Mais si un corps celeste n'est pas sphérique, ou que ses momens d'inertie par rapport à ses trois axes principaux ne sont pas égaux, & qu'il ait commencé à tourner autour d'un axe différent de ses axes principaux, alors quand même il n'y auroit point de forces sollicitantes, son mouvement de rotation seroit troublé, & l'axe de rotation changeroit de direction: comme j'ai démontré dans un autre Mémoire, qui précède celui-ci.

2. De là il s'ensuit, que si le mouvement de rotation d'un corps celeste n'est pas uniforme, ou que l'axe de rotation ne se trouve pas toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, ce corps n'a pas certainement cette propriété, que ses momens d'inertie par rapport à ses axes principaux soient égaux entr'eux, mais qu'il y aura une inéga-

lité entre les momens d'inertie principaux. Done, puisque l'axe de la terre n'est pas toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, quoique le mouvement diurne paroisse uniforme, nous en devons conclure que les momens d'inertie de la terre ne sont pas égaux entr'eux. Une semblable inégalité doit avoir lieu dans la lune, puisque son mouvement de rotation n'est pas uniforme, & qu'on y observe outre cela un changement dans la position de son axe de rotation.

Fig. 1.

3. Quand il s'agit du mouvement de la terre, il faut observer que l'axe de la terre est différent de l'axe de rotation; car, puisque l'axe de la terre se trouve dans un mouvement continuel à cause de sa nutation & de la précession des équinoxes, il ne convient jamais avec l'axe de rotation, qui à chaque instant est absolument immobile, faisant abstraction du mouvement annuel. Pour mettre cette distinction dans tout son jour, considérons une sphère décrite autour du centre de la terre, à la surface de laquelle soit maintenant le pôle de la terre en A , qui avance pendant un petit tems dt en a , décrivant autour d'un point fixe P l'angle infiniment petit $APa = d\omega$, mais que la terre elle-même se tourne cependant autour du pôle A par le petit angle $ZAa = d\phi$. Cela posé, il y aura dans l'arc PA un point O , qui par ce double mouvement demeurera en repos; car, en vertu du pôle, il décrit l'arc $O\omega = d\omega \sin PO$, & à cause du mouvement diurne, l'arc $Oo = a\phi \sin AO$. Posons donc ces deux arcs égaux

$$\text{entr'eux, \& nous trouverons: } \tan g AO = \frac{d\omega \sin AP}{d\phi + d\omega \cos AP},$$

& O sera le point de la terre qui pour cet instant demeure en repos.

4. Ce n'est donc pas le pôle de la terre A , mais un autre point O qui est immobile pendant un instant, & partant la ligne droite tirée du centre de la terre de ce point O sera l'axe de rotation, & non pas l'axe de la terre, qui passe par le point A . Il est bien vrai que la différence, ou l'arc AO , est si petit, qu'il ne sauroit entrer en aucune considération, puisque le rapport de $d\omega$ à $d\phi$ est comme



50'' à $365\frac{1}{4}$. 360° , ou $\frac{d\omega}{d\phi} = \frac{1}{25920.365\frac{1}{4}}$, & à cause de

$\sin AP = \frac{2}{3}$ environ, $\tan g AO = \frac{1}{64800.365\frac{1}{4}}$, de sorte que

l'intervalle AO n'est que la $\frac{1}{115}$ partie d'une seconde, ou une demi-tierce à peu près. Mais, si le mouvement du pôle étoit plus rapide par rapport au mouvement diurne, ce qui pourroit bien arriver dans les autres planetes, il faudroit soigneusement distinguer l'axe de rotation de la terre ou planete. Car l'axe de la terre est une ligne fixe dans le corps de la terre, mais mobile à l'égard du ciel: or l'axe de rotation n'est pas une ligne fixe dans la terre, mais quand la ligne tirée du centre de la terre par le point O est à présent l'axe de rotation, après le tems dt , la ligne tirée au point ω sera l'axe de rotation, de sorte que l'axe de rotation change continuellement tant à l'égard de la terre qu'à l'égard du ciel.

5. Voilà donc une double maniere de représenter le mouvement diurne de la terre. L'une est celle, dont on se sert dans l'Astronomie, où l'on conçoit une ligne fixe dans la terre, qu'on nomme son axe, autour duquel on dit que la terre tourne, pendant que cette ligne elle-même a un mouvement autour des poles de l'écliptique, qu'on regarde comme des points fixes dans le ciel. L'autre maniere est la plus propre pour la Mécanique, où l'on marque pour chaque tems les points au ciel, autour desquels la terre tourne alors: cette maniere est l'unique dans son espece, & parfaitement déterminée par le mouvement de la terre, au lieu que selon la premiere le même mouvement pourroit être représenté d'une infinité de manieres différentes. Car, au lieu de l'axe, on pourroit considérer une autre ligne fixe quelconque dans la terre, & assigner son mouvement dans le ciel, ensuite il faudroit définir le mouvement dont la terre tourneroit cependant autour de cette ligne. Mais il faut avouer que la maniere dont on se sert actuellement, est la plus simple dans son espece, & nous représente le plus intelligiblement le mouvement de la terre: elle semble



même plus claire, que l'autre qui est fondée sur l'axe de rotation : quoique je sois obligé de suivre celle-ci dans les recherches présentes.

6. Avant que d'examiner, combien le mouvement de rotation d'un corps celeste est troublé par les forces dont il est sollicité vers les autres corps celestes, il fera bon d'expliquer, quel devroit être leur mouvement de rotation, s'ils n'étoient pas assujettis à de telles forces. Je passe donc le cas, où tous les momens d'inertie d'un corps celeste sont égaux entr'eux, puisqu'alors non seulement le mouvement de rotation seroit uniforme & l'axe de rotation immobile, mais que les forces sollicitantes elles-mêmes n'y sauroient rien déranger. J'envisage le corps celeste, dont il s'agit de déterminer le mouvement de rotation, comme ayant ses momens d'inertie par rapport à ses trois axes principaux, inégaux entr'eux ; & d'abord je remarque, que si ce corps avoit reçu une fois un mouvement de rotation autour de quelqu'un de ses axes principaux, cet axe demeureroit dirigé constamment vers les mêmes points du ciel, & la vitesse angulaire demeureroit toujours la même. Il y a grande apparence, que si la terre n'étoit point assujettie aux forces du soleil & de la lune, son axe de rotation demeureroit immobile, d'où il faut conclure, que la ligne droite que nous nommons son axe, est un de ses trois axes principaux.

7. Cette observation me conduit à une réflexion, qui ne paroit pas peu importante. Puisque le centre d'inertie de la terre est situé dans son axe, il n'est pas encore décidé, s'il se trouve au milieu de l'axe, où s'il est plus proche de l'un, ou de l'autre pôle : ou plutôt s'il tombe dans le plan de l'équateur, ou de quelqu'autre cercle parallele. On comprend aisément que les phénomènes communs ne sauroient rien décider la dessus, mais peut-être quelques effets de l'action de la lune nous pourront donner quelques éclaircissmens. M. Meyer, cet habile Astronome de Gœttingue, à qui l'Astronomie est redevable de tant d'importantes découvertes, croit avoir de fortes raisons de soutenir, que le centre d'inertie de la terre ne se trouve pas au milieu de l'axe, ou dans le plan de l'équateur, mais dans un certain cercle parallele,



lele, dont la détermination mérite sans doute tous les soins possibles des Astronomes. C'est dans ce cercle parallèle que doivent exister les deux autres axes principaux de la terre.

8. Mais, si la terre n'avoit pas reçu un mouvement de rotation autour de quelqu'un de ses trois axes principaux, le phénomène de son mouvement diurne ne seroit plus si simple, & demanderoit bien de l'adresse, pour le représenter justement; quand même il n'y auroit point de forces qui le troublassent. Quoique ce cas n'ait pas lieu dans la terre, il pourroit bien exister dans quelque autre planète, & mérite par cette raison d'être développé plus soigneusement: peut-être que c'est de là que les irrégularités qu'on remarque dans le mouvement de rotation de Venus, tirent leur origine: & partant il sera bon d'en traiter plus particulièrement, tout comme s'il avoit lieu dans la terre. Dans ce cas, il ne seroit point question de l'axe de la terre; on verroit bien dans le ciel des points immobiles pour quelque tems, autour desquels le ciel sembleroit tourner, mais ces points changeroient continuellement de place, & il pourroit arriver que le mouvement de rotation ne fût pas même uniforme. Ces irrégularités embarrasseroient sans doute beaucoup les Astronomes.

9. Remontons au commencement, ou à une époque fixe, & que les trois axes principaux de la terre aient été alors dirigés vers les points du ciel A, B, C . Supposons de plus que la terre ait eu alors un mouvement de rotation autour du point D dans le sens ABC avec une vitesse angulaire $= e$. Du point D qu'on conçoive tiré aux points A, B, C , des arcs de grands cercles, & nommons ces arcs $DA = a$, $DB = b$, & $DC = c$: Or, pour la constitution de la terre elle-même, soient ses momens d'inertie par rapport à l'axe $A = Maa$, à l'axe $B = Mbb$, & à l'axe $C = Mcc$, que je suppose connus. Maintenant, pour représenter le plus simplement qu'il soit possible le mouvement de rotation, dont la terre sera portée dans la suite, il faut le rapporter toujours à un cer-

Fig. 1.



tain point fixe du ciel, duquel tirant aux points $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, des arcs de grands cercles il soit :

$$\cos \mathcal{AP} = \frac{aa \cos \alpha}{\sqrt{G}}; \cos \mathcal{BP} = \frac{bb \cos \beta}{\sqrt{G}}; \cos \mathcal{CP} = \frac{cc \cos \epsilon}{\sqrt{G}},$$

posant $\sqrt{G} = e \sqrt{(a^4 \cos \alpha^2 + b^4 \cos \beta^2 + c^4 \cos \epsilon^2)}$.

10. Pour connoître mieux ce point important du ciel P , sachant la position des axes principaux $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, à cet instant, qu'on regarde principalement à l'axe $\mathcal{A}$, & on aura

$$\cos \mathcal{BAP} = \frac{bb \cos \beta}{\sqrt{(b^4 \cos \beta^2 + c^4 \cos \epsilon^2)}}, \quad \&$$

$$\sin \mathcal{BAP} = \frac{cc \cos \epsilon}{\sqrt{(b^4 \cos \beta^2 + c^4 \cos \epsilon^2)}},$$

de sorte que $\tan \mathcal{BAP} = \frac{cc \cos \epsilon}{bb \cos \beta}$ ayant

$$\cos \mathcal{AP} = \frac{aa \cos \alpha}{\sqrt{(a^4 \cos \alpha^2 + b^4 \cos \beta^2 + c^4 \cos \epsilon^2)}},$$

d'où la position du point P est déterminée le plus commodément. Ici il faut remarquer que, si les momens principaux de la terre étoient égaux entr'eux, ou $aa = bb = cc$, à cause de $\sqrt{G} = eaa$, puisque $\cos \alpha^2 + \cos \beta^2 + \cos \epsilon^2 = 1$, on auroit

$$\cos \mathcal{AP} = \cos \alpha, \quad \cos \mathcal{BP} = \cos \beta, \quad \& \quad \cos \mathcal{CP} = \cos \epsilon,$$

& partant le point P tomberoit dans le point $\mathcal{O}$. Donc, si les momens d'inertie de la terre sont à peu près égaux, on conçoit que le point P ne sera pas fort éloigné du point $\mathcal{O}$; c'est pourquoi il faut concevoir le point P placé au dedans du triangle $\mathcal{ABC}$, dans lequel se trouve le point $\mathcal{O}$. Car, puisque les axes principaux passent en deux points opposés par la sphere, on peut toujours former un triangle $\mathcal{ABC}$, dans lequel soit le point $\mathcal{O}$.



11. Introduisons ce point P dans le calcul, & posons pour le commencement, ou notre époque, les arcs

$$P\mathcal{A} = l, \quad P\mathcal{B} = m, \quad \& \quad B\mathcal{C} = n,$$

& soit $\mathcal{G} = a^4 \cos a^2 + b^4 \cos b^2 + c^4 \cos c^2$, de sorte que $\sqrt{G} = e\sqrt{\mathcal{G}}$, &

$$\cos l = \frac{aa \cos a}{\sqrt{\mathcal{G}}}; \quad \cos m = \frac{bb \cos b}{\sqrt{\mathcal{G}}}; \quad \cos n = \frac{cc \cos c}{\sqrt{\mathcal{G}}},$$

$$\& \quad \mathcal{G} \left(\frac{\cos l^2}{a^4} + \frac{\cos m^2}{b^4} + \frac{\cos n^2}{c^4} \right) = 1; \quad \text{par conséquent}$$

pour le pole de rotation $\mathcal{O}$ au même tems:

$$\cos a = \frac{\sqrt{\mathcal{G}}}{aa} \cos l; \quad \cos b = \frac{\sqrt{\mathcal{G}}}{bb} \cos m; \quad \cos c = \frac{\sqrt{\mathcal{G}}}{cc} \cos n,$$

& pour l'angle $P\mathcal{A}\mathcal{B}$, si l'on en veut faire usage:

$$\cos P\mathcal{A}\mathcal{B} = \frac{\cos m}{\sin l}, \quad \& \quad \sin P\mathcal{A}\mathcal{B} = - \frac{\cos n}{\sin l}.$$

de sorte que posant cet angle $P\mathcal{A}\mathcal{B} = r$ on ait $\tan r = - \frac{\cos n}{\cos m}$.

Ces quantités regardent l'état initial, ou l'époque fixe, & dépendent de la position de l'axe de rotation $\mathcal{O}$ par rapport aux axes principaux du corps. Ensuite je suppose que le corps ait tourné alors dans le sens $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}$ avec la vitesse angulaire $= e$, où e marque l'angle décrit dans une seconde.

12. Ayant établi ces élémens, on demande quel sera l'état & le mouvement du corps après un tems quelconque, que je pose $= t$ secondes. Que les axes principaux soient parvenus alors en A, B, C , & que le corps tourne présentement autour de l'axe de rotation $\mathcal{O}$ dans le sens ABC avec la vitesse angulaire $= s$. Pour cet effet posons



posons pour abréger $\frac{bb-cc}{aa} = A$; $\frac{cc-aa}{bb} = B$; $\frac{aa-bb}{cc} = C$,

comme dans le Mémoire précédent, où j'ai donné la solution de cette question. Et au lieu de la lettre u j'écris ici Gv , & d'abord il faut construire cette équation différentielle:

$$e dt \sqrt{G} = \frac{aa bb cc dv}{\sqrt{(\cos l^2 + 2Aa^4v)(\cos m^2 + 2Bb^4v)(\cos n^2 + 2Cc^4v)}}$$

de sorte que pour chaque tems proposé on puisse assigner la quantité v qui évanouisse au commencement, où $t = 0$. Il est à remarquer, que des lettres A , B , C , il y en a nécessairement une au moins négative; & partant cette construction peut être tirée du mouvement d'un pendule, qui se meut dans un cercle. Ou du moins, pour chaque cas il ne sera pas difficile de dresser des tables, qui marquent pour chaque tems la valeur de v .

13. Alors, posant l'angle $\angle P A = \lambda$, qui marque combien l'axe principal A est avancé, depuis le commencement, en sens contraire au mouvement de rotation, on aura

$$d\lambda = e dt \sqrt{G} \cdot \frac{bb \cos n^2 + cc \cos m^2 - 2Aaabbccv}{bbcc(\sin l^2 - 2Aa^4v)},$$

de sorte que la vitesse angulaire, dont le point A avance présentement autour du point fixe P , soit:

$$e \sqrt{G} \cdot \frac{bb \cos n^2 + cc \cos m^2 - 2Aaabbccv}{bbcc(\sin l^2 - 2Aa^4v)},$$

cette vitesse angulaire ayant été au commencement

$$= e \sqrt{G} \cdot \frac{bb \cos n^2 + cc \cos m^2}{bbcc \sin l^2}.$$

De la même manière, on pourra assigner de combien les deux autres axes principaux B & C seront avancés autour du point fixe P depuis



puis leur position initiale $\mathfrak{B}$ & $\mathfrak{C}$. Or alors on aura pour les arcs PA, PB, PC

$$\begin{aligned}\cos PA &= \sqrt{(\cos l^2 + 2Aa^4v)}; & \cos PB &= \sqrt{(\cos m^2 + 2Bb^4v)}; \\ \cos PC &= \sqrt{(\cos n^2 + 2Cc^4v)},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin PA &= \sqrt{(\sin l^2 - 2Aa^4v)}; & \sin PB &= \sqrt{(\sin m^2 - 2Bb^4v)}; \\ \sin PC &= \sqrt{(\sin n^2 - 2Cc^4v)},\end{aligned}$$

d'où la véritable position des trois axes principaux A, B, C, sera connue.

14. Mais, ayant trouvé celle d'un seul axe A, les deux autres seront plus aisément déterminés par l'angle PAB, pour lequel nous avons:

$$\cos PAB = \sqrt{\frac{\cos m^2 + 2Bb^4v}{\sin l^2 - 2Aa^4v}}, \quad \&$$

$$\sin PAB = -\sqrt{\frac{\cos m^2 + 2Cc^4v}{\sin l^2 - 2Aa^4v}}.$$

Cet angle étant donc variable, son incrément pour l'élément du tems dt se trouve

$$\frac{d.PAB}{dt} = \frac{-e\sqrt{\mathfrak{G}}}{aabcc} \cdot \frac{(Cc^4 \cos m^2 - Bb^4 \cos n^2) \sqrt{(\cos l^2 + 2Aa^4v)}}{\sin l^2 - 2Aa^4v},$$

ce qui est la vitesse angulaire dont l'angle PAB diminue, de sorte qu'au commencement, la vitesse angulaire, dont l'angle PAB a di-

$$\text{minué, fût} = \frac{e\sqrt{\mathfrak{G}}}{aabcc} \cdot \frac{(Cc^4 \cos m^2 - Bb^4 \cos n^2) \cos l}{\sin l^2}.$$

Il faut ici remarquer, qu'à cause des valeurs supposées des lettres A, B, C, il y a tant $Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 = 0$, que $Aa^4 + Bb^4 + Cc^4 = 0$.

15. Cela pourroit suffire pour la connoissance du mouvement, ayant déterminé l'angle $\mathfrak{A}PA$, l'arc PA, & l'angle PAB,



d'où l'on connoit pour chaque tems proposé la position du corps à l'égard du ciel, & partant réciproquement, la position apparente du ciel. Mais on peut outre cela remarquer, que le corps tournera alors avec la vitesse angulaire $\vartheta = \epsilon \sqrt{(1 + 2(A + B + C)\mathfrak{G}v)}$ dans le sens ABC autour de l'axe de rotation, dont la position est telle que

$$\cos AO = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}(\cos l^2 + 2Aa^4v)}}{aa\sqrt{(1 + 2(A + B + C)\mathfrak{G}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos a^2 + 2A\mathfrak{G}v)}}{\sqrt{(1 + 2ABC\mathfrak{G}v)}}$$

$$\cos BO = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}(\cos m^2 + 2Bb^4v)}}{bb\sqrt{(1 + 2(A + B + C)\mathfrak{G}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos b^2 + 2B\mathfrak{G}v)}}{\sqrt{(1 + 2ABC\mathfrak{G}v)}}$$

$$\cos CO = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}(\cos n^2 + 2Cc^4v)}}{cc\sqrt{(1 + 2(A + B + C)\mathfrak{G}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos c^2 + 2C\mathfrak{G}v)}}{\sqrt{(1 + 2ABC\mathfrak{G}v)}}$$

& O fera le point du ciel qui paroitra pour cet instant demeurer en repos.

16. Cette représentation du mouvement devient beaucoup plus simple, si les momens d'inertie du corps par rapport aux deux axes B & C sont égaux entr'eux ou $cc = bb$; car, puisque alors

$$A = 0, \quad B = -C = 1 - \frac{aa}{bb}, \quad \&$$

$$\mathfrak{G} = a^4 \cos a^2 + b^4 (\cos b^2 + \cos c^2) = a^4 \cos a^2 + b^4 \sin a^2,$$

$$\text{ou } \mathfrak{G} \left(\frac{\cos l^2}{a^4} + \frac{\sin l^2}{b^4} \right) = 1, \quad \text{l'arc } P\mathfrak{A} = \mathfrak{E} \text{ demeure toujours de la même quantité, ou } PA = P\mathfrak{A} \text{ tourne autour du point P}$$

uniformement avec la vitesse angulaire $= \frac{\epsilon \sqrt{\mathfrak{G}}}{bb}$: dans le sens $\mathfrak{A}A$.

Outre cela, la vitesse dont l'arc AB tourne cependant autour du point A, par laquelle l'angle PAB va en diminuant, est aussi constante $= \frac{\epsilon \sqrt{\mathfrak{G}}}{aa b^4} \cdot - B b^4 \cos l = \left(\frac{aa}{bb} - 1 \right) \cdot \frac{\epsilon \cos l}{aa} \sqrt{\mathfrak{G}}$.

Par conséquent la vitesse angulaire de l'arc PA = l autour du point fixe



fixe P dans le sens $\mathcal{M}A$, est à la vitesse angulaire dont le corps tourne cependant autour du point A en sens contraire BP, comme 1 à

$\left(1 - \frac{bb}{aa}\right) \cos i$. Voilà donc ce mouvement représenté de la même

manière que l'on est accoutumé d'envisager le mouvement de la terre, entant que l'axe de la terre est mobile autour des poles de l'écliptique.

17. Un tel mouvement pourra être représenté par le moyen d'une Machine de la manière suivante. Soit PQRS un cercle librement mobile autour des tourillons P & R diamétralement opposés: & que dans ce cercle, en A & D, soit enchassé l'axe AD d'un corps *asdg*, autour duquel le corps puisse tourner librement, pendant que le cercle lui même tourne autour des tourillons P & R. Maintenant pour représenter le mouvement du §. précédent l'un & l'autre mouvement de rotation doit être uniforme, mais en sorte que l'un soit dirigé en sens contraire à l'égard de l'autre: supposant $aa > bb$, & que la vitesse angulaire du cercle autour des tourillons P & R, soit à celle

du corps autour de l'axe AD comme 1 à $\left(1 - \frac{bb}{aa}\right) \cos i$ PA.

D'où l'on voit que le mouvement du corps est beaucoup plus lent que celui de l'axe AD, & évanouiroit tout à fait au cas $aa = bb$. Or dans le cas au $aa < bb$ l'un & l'autre mouvement seroit dirigé en même sens. Un tel mouvement se soutiendrait par soi-même, & n'auroit pas besoin de forces étrangères.

18. Par une semblable machine on pourroit aussi représenter en général le mouvement déterminé ci-dessus d'un corps dont tous les momens principaux d'inertie sont inégaux entr'eux. Mais alors l'axe AD doit être enchassé en sorte dans le cercle, que les points A & D puissent être plus ou moins éloignés des tourillons P & R: & outre cela ni l'un ni l'autre mouvement de rotation ne sera pas uniforme, mais doit être réglé sur les formules trouvées ci-dessus. Pour



cet effet il faut avoir égard à la plus grande & à la plus petite valeur possible de la quantité v . Or, supposant $aa > bb$, & $bb > cc$, puisque ces trois formules doivent être réelles & ne pas surpasser l'unité,

$$\sqrt{(\cos l^2 + 2aa(bb - cc)v)}; \quad \sqrt{(\cos m^2 - 2bb(aa - cc)v)}; \\ \sqrt{(\cos n^2 + 2cc(aa - bb)v)},$$

on voit que la plus grande valeur positive de $+v$ est égale à la moindre de ces trois formules

$$\frac{\sin l^2}{2aa(bb - cc)}; \quad \frac{\cos m^2}{2bb(aa - cc)}; \quad \frac{\sin n^2}{2cc(aa - bb)},$$

& la plus grande négative valeur de $-v$ égale à la moindre de ces trois formules

$$\frac{\cos l^2}{2aa(bb - cc)}; \quad \frac{\sin m^2}{2bb(aa - cc)}; \quad \frac{\cos n^2}{2cc(aa - bb)}.$$

19. Il seroit donc possible que la terre eût un tel mouvement compliqué de rotation, sans qu'il en fallût chercher la cause dans des forces étrangères. Mais, quoique l'axe de la terre ait actuellement un mouvement autour des pòles de l'écliptique, ce mouvement est bien différent de celui que je viens d'exposer. Car dans la terre le mouvement de l'axe est extrêmement lent à l'égard du mouvement autour de l'axe; au lieu que, dans le mouvement décrit, le mouvement de l'axe même est beaucoup plus rapide que celui du corps autour de l'axe. Cette remarque suffit pour nous assurer, que le mouvement de l'axe de la terre, ou sa nutation, avec la précession des équinoxes, est l'effet d'une cause étrangère, sans laquelle l'axe de la terre demeureroit absolument immobile, en faisant abstraction du mouvement annuel; d'où il est encore évident que la ligne que nous nommons l'axe de la terre, est certainement un de ses trois axes principaux. Mais peut-être, dans la planète de Vénus, la chose est tout à fait différente.



20. Voyons maintenant comment ce mouvement de rotation d'un corps celeste sera troublé par quelque force étrangere, qui vient de l'attraction d'un autre corps celeste, que je nommerai un centre de force. Puisqu'il s'agit ici uniquement du mouvement de rotation, & que je suppose le centre d'inertie du corps proposé en repos, le centre de force décrira autour de lui une certaine orbite, qui étant rapportée à une sphère fixe décrite autour du centre d'inertie du corps, soit la ligne QFS dirigée suivant l'orde des signes celestes. Que le centre de force attire en raison réciproque du quarré des distances, & qu'à la distance $= r$, la force dont un corps y est poussé, soit précisément égale au poids que ce même corps auroit étant placé sur la terre. Or, puisque la gravité n'est pas partout la même, il faut pour cet effet choisir un certain endroit, où l'on connoisse exactement la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une seconde. La lettre g marquera constamment cette hauteur.

Fig. 4.

21. Le point P & le cercle PQR étant pris pour des termes fixes, qu'après un tems écoulé quelconque $= t$ secondes, le centre de force réponde au point F, & soit l'arc PF $= p$, & l'angle QPF $= q$: & que s exprime la distance du centre de forces au centre d'inertie du corps proposé. Ces quantités p , q , s , pourront être considérées comme des fonctions du tems t . Qu'au même instant les axes principaux du corps répondent aux points A, B, C, par rapport auxquels les momens d'inertie du corps soient M^{aa} , M^{bb} , M^{cc} , la masse étant $= M$, & ayant tiré de ces trois points des arcs de grands cercles, tant au point F qu'au point fixe P, soient ces arcs FA $= \zeta$, FB $= \eta$, FC $= \theta$, & PA $= l$, PB $= m$, PC $= n$. Soient de plus les angles QPA $= \lambda$, QPB $= \mu$, QPC $= \nu$, qu'il faut considérer comme négatifs à l'égard de ceux que j'ai introduits dans la solution générale, où je les avois pris du cercle opposé PSR. Enfin, que le corps tourne présentement autour du point O, dans le sens ABC, avec la vitesse angulaire $= \vartheta$, & soient les arcs OA $= \alpha$, OB $= \beta$, OC $= \gamma$, & qu'on pose $\vartheta \cos \alpha = x$, $\vartheta \cos \beta = y$, & $\vartheta \cos \gamma = z$.



22. Maintenant la force attractive du point F nous fournit les momens de forces suivans.

I. Le moment de force par rapport à l'axe IA dans le sens

$$BC = \frac{3Mee}{s^3} (cc - bb) \cos \eta \cos \theta = P.$$

II. Le moment de force par rapport à l'axe IB dans le sens

$$CA = \frac{3Mee}{s^3} (aa - cc) \cos \zeta \cos \theta = Q.$$

III. Le moment de force par rapport à l'axe IC dans le sens

$$AB = \frac{3Mee}{s^3} (bb - aa) \cos \zeta \cos \eta = R$$

Donc, si nous posons $\frac{bb - cc}{aa} = A$; $\frac{cc - aa}{bb} = B$; $\frac{aa - bb}{cc} = C$, nous aurons les équations différentielles suivantes:

$$I. \quad dx - Ayzdt + \frac{6Ag_{ee}}{s^3} dt \cos \eta \cos \theta = 0.$$

$$II. \quad dy - Bxzdt + \frac{6Bg_{ee}}{s^3} dt \cos \zeta \cos \theta = 0.$$

$$III. \quad dz - Cxydt + \frac{6Cg_{ee}}{s^3} dt \cos \zeta \cos \eta = 0.$$

$$IV. \quad dl \sin l = dt (y \cos n - z \cos m).$$

$$V. \quad dm \sin m = dt (z \cos l - x \cos n).$$

$$VI. \quad dn \sin n = dt (x \cos m - y \cos l).$$

$$VII. \quad d\lambda \sin l^2 = dt (y \cos m + z \cos n).$$

$$VIII. \quad d\mu \sin m^2 = dt (z \cos n + x \cos l).$$

$$IX. \quad d\nu \sin n^2 = dt (x \cos l + y \cos m).$$



23. Pour les arcs ζ , η , θ , ils peuvent être exprimés par les autres quantités, dont les différentiels sont déterminés par ces équations : car les principes de la Trigonometrie sphérique fournissent :

$$\cos \zeta = \cos (\lambda - \varphi) \sin l \sin p + \cos l \cos p$$

$$\cos \eta = \cos (\mu - \varphi) \sin m \sin p + \cos m \cos p$$

$$\cos \theta = \cos (\nu - \varphi) \sin n \sin p + \cos n \cos p$$

Mais on comprend aisément, que cette substitution ne mériteroit pas à grande chose, & que la résolution générale des formules que nous venons de trouver, est trop difficile, pour que nous osions nous flatter d'y réussir. Le grand nombre des quantités variables qui y entrent, ne nous laisse entrevoir aucune route qu'il faudroit suivre. Par cette raison je me vois obligé de borner mes recherches à quelques cas particuliers, où je puisse espérer quelque succès. Au moins le cas de la terre n'est-il pas assujetti à des si grandes difficultés qu'on ne puisse les surmonter.

24. Pour faire l'application des formules trouvées au mouvement de la terre, je fais les suppositions suivantes :

I. Je suppose que l'axe de rotation O soit très proche de l'axe principal A, de sorte qu'on puisse regarder l'arc OA = α comme extrêmement petit.

II. Je suppose que les momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux B & C sont égaux entr'eux, de sorte que $cc = bb$, & partant A = 0; & B = 1 — $\frac{aa}{bb}$,

$$C = \frac{aa}{bb} - 1, \text{ donc } C = -B.$$

Il semble certain, que ces deux suppositions ont lieu dans la terre : ayant remarqué, que si la terre n'étoit pas assujettie à l'action des forces de la lune & du soleil, elle tourneroit uniformément autour de son
axe,



axe, qui demeureroit fixe. Donc, actuellement l'axe de rotation *O* ne diffère jamais sensiblement de l'axe principal *A*, qui est celui qu'on nomme par excellence l'axe de la terre. Or, que les momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux sont égaux entr'eux, cela paroît également certain, à cause de la rondeur de la terre autour de son axe *A*.

25. Puisqu'il convient de rapporter tout au pôle *A*, posons l'angle $PAB = r$, & nous aurons $\cos m = \sin l \cos r$, & $\cos n = -\sin l \sin r$. Ensuite, puisque l'arc $AO = a$, est quasi infiniment petit, ayant tiré de *O* sur les arcs *AB* & *AC* les perpendiculaires *Ob*, *Oc*, posons l'angle $OAb = \varphi$, & nous aurons $Ab = a \cos \varphi$, $Ac = a \sin \varphi$, donc $BO = \xi = 90^\circ - a \cos \varphi$, & $CO = \gamma = 90^\circ - a \sin \varphi$. De là nous tirons $x = \vartheta$, $y = a \vartheta \cos \varphi$, & $z = a \vartheta \sin \varphi$, négligeant les termes où *a* auroit plus d'une dimension. Maintenant les équations N°. IV. V. VI. donneront

$$\text{IV. } d \sin l = -a \vartheta dt \sin l \sin(r + \varphi), \text{ ou } dl = -a \vartheta dt \sin(r + \varphi),$$

$$\text{V. } -dl \cos l \cos r + dr \sin l \sin r = \vartheta dt (a \cos l \sin \varphi + \sin l \sin r),$$

$$\text{VI. } dl \cos l \sin r + dr \sin l \cos r = \vartheta dt (\sin l \cos r - a \cos l \cos \varphi),$$

d'où la combinaison V. $\sin r$ + VI. $\cos r$ fournit

$$dr \sin l = \vartheta dt (\sin l - a \cos l \cos(r + \varphi))$$

$$\text{ou bien } dr = \vartheta dt - \frac{a \vartheta dt \cos(r + \varphi)}{\tan g l},$$

Et partant nous aurons assez exactement $dr = \vartheta dt$.

26. Des trois dernières équations il suffit de prendre la

$$\text{VII. } d\lambda \sin l^2 = a \vartheta dt \sin l \cos(r + \varphi), \text{ ou}$$

$$d\lambda = \frac{a \vartheta dt \cos(r + \varphi)}{\sin l},$$

car



car les angles μ & ν dépendent en forte de λ ;

$$\cos(\lambda - \mu) = -\frac{\cos l \cos m}{\sin l \sin m}; \quad \cos(\lambda - \nu) = -\frac{\cos l \cos n}{\sin l \sin n},$$

$$\sin(\lambda - \mu) = -\frac{\cos n}{\sin l \sin m}; \quad \sin(\lambda - \nu) = -\frac{\cos m}{\sin l \sin n}.$$

De là, puisque $\mu - q = (\lambda - q) - (\lambda - \mu)$, & $\nu - q = (\lambda - q) - (\lambda - \nu)$, nous tirons:

$$\begin{aligned} \cos(\mu - q) &= -\frac{\cos l \cos m \cos(\lambda - q) - \cos n \sin(\lambda - q)}{\sin l \sin m} = \\ &= \frac{\cos l \cos \nu \cos(\lambda - q) + \sin \nu \sin(\lambda - q)}{\sin m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\nu - q) &= -\frac{\cos l \cos n \cos(\lambda - q) + \cos m \sin(\lambda - q)}{\sin l \sin n} = \\ &+ \frac{\cos l \sin \nu \cos(\lambda - q) + \cos \nu \sin(\lambda - q)}{\sin n} \end{aligned}$$

& par conséquent nous obtiendrons:

$$\cos \zeta = \sin l \sin p \cos(\lambda - q) + \cos l \cos p$$

$$\cos \eta = -\cos l \sin p \cos \nu \cos(\lambda - q) + \sin p \sin \nu \sin(\lambda - q) + \sin l \cos p \cos \nu$$

$$\cos \theta = +\cos l \sin p \sin \nu \cos(\lambda - q) + \sin p \cos \nu \sin(\lambda - q) - \sin l \cos p \sin \nu.$$

27. La première équation, à cause de $A = 0$, donne d'abord $dx = dy = 0$, & partant la vitesse angulaire sera toujours la même, qui soit nommée $= \varepsilon$, de sorte que $x = y = \varepsilon t$, & partant $dl = -\varepsilon a dt \sin(r + \varrho)$; $d\lambda = \frac{\varepsilon a dt \cos(r + \varrho)}{\sin l}$;

$$\& dr = \varepsilon dt - \frac{\varepsilon a dt \cos(r + \varrho)}{\tan g l}.$$



Enfin, puisque $y = \varepsilon a \cos \varrho$, & $z = \varepsilon a \sin \varrho$, les équations N°. II. & III. deviendront:

$$\text{II. } \varepsilon l' a \cos \varrho - \varepsilon a d\varrho \sin \varrho - B \varepsilon \varepsilon a dt \sin \varrho + \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos \zeta \cos \theta = 0,$$

$$\text{III. } \varepsilon da \sin \varrho + \varepsilon a d\varrho \cos \varrho + B \varepsilon \varepsilon a dt \cos \varrho - \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos \zeta \cos \eta = 0,$$

pour la résolution desquelles il est bon de remarquer, que

$$\sin r \cos \eta + \cos r \cos \theta = \sin p \sin (\lambda - q)$$

$$\sin r \cos \theta - \cos r \cos \eta = \cos l \sin p \cos (\lambda - q) - \sin l \cos p.$$

d'où nous tirons ces deux autres équations

$$\begin{aligned} \varepsilon l' a \cos (r + \varrho) - \varepsilon a d\varrho \sin (r + \varrho) - B \varepsilon \varepsilon a dt \sin (r + \varrho) \\ + \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos \zeta \sin p \sin (\lambda - q) = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon da \sin (r + \varrho) + \varepsilon a d\varrho \cos (r + \varrho) + B \varepsilon \varepsilon a dt \cos (r + \varrho) \\ + \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos \zeta (\cos l \sin p \cos (\lambda - q) - \sin l \cos p) = 0, \end{aligned}$$

28. Posons l'angle $PAO = r + \varrho = \omega$, & $\lambda - q = \phi$, pour avoir

$$dl = -\varepsilon a dt \sin \omega; \quad d\lambda = \frac{\varepsilon a dt \cos \omega}{\sin l}; \quad d\phi = \frac{\varepsilon a dt \cos \omega}{\sin l} - dq,$$

$$dr = \varepsilon dt - \frac{\varepsilon a dt \cos \omega}{\tan g l}, \quad \& \quad d\varrho = d\omega - \varepsilon dt + \frac{\varepsilon a dt \cos \omega}{\tan g l},$$



& nos équations à résoudre seront :

$$\varepsilon d\alpha \cos \omega - \varepsilon \alpha d\omega \sin \omega + (1 - B) \varepsilon \varepsilon \alpha dt \sin \omega \\ + \frac{6Bgee}{s^3} dt \sin p \sin \Phi (\sin l \sin p \cos \Phi + \cos l \cos p) = 0,$$

$$\varepsilon d\alpha \sin \omega + \varepsilon \alpha d\omega \cos \omega - (1 - B) \varepsilon \varepsilon \alpha dt \cos \omega \\ + \frac{6Bgee}{s^3} dt (\sin l \sin p \cos \Phi + \cos l \cos p) (\cos l \sin p \cos \Phi - \sin l \cos p) = 0.$$

Soit enfin $\alpha \cos \omega = u$, & $\alpha \sin \omega = v$, de sorte que $dl = -\varepsilon v dt$;

& $d\Phi = \frac{\varepsilon u dt}{\sin l} - dq$, & qu'on ait à résoudre ces équations,

$$\varepsilon du + (1 - B) \varepsilon \varepsilon u dt + \frac{6Bgee}{s^3} dt \sin p \sin \Phi (\sin l \sin p \cos \Phi + \cos l \cos p) = 0,$$

$$\varepsilon dv - (1 - B) \varepsilon \varepsilon v dt + \frac{6Bgee}{s^3} dt (\sin l \sin p \cos \Phi + \cos l \cos p) (\cos l \sin p \cos \Phi - \sin l \cos p) = 0,$$

où il faut remarquer que $1 - B = \frac{aa}{bb}$.

29. Puisque les quantités u & v sont quasi infiniment petites, on pourra regarder l'arc l comme constant dans ces équations, & supposer $d\Phi = -dq$. Ensuite, il sera permis de regarder l'arc $PF = p$, comme constant ou peu variable, ce qui dépend du choix du point P ; & la distance du centre de forces s ne change pas ordinairement tant, qu'on ne la pourroit regarder comme constante, du moins pour trouver des intégrales approchantes. Soit donc pour abréger :

$$\frac{6Bgee}{s^3} = N; \quad \frac{aa}{bb} = \mu; \quad \& \quad dq = \delta dt, \quad \text{ou} \quad d\Phi = -\delta dt,$$



& il est évident qu'on pourra satisfaire à nos équations en posant :

$u = P + Q \cos \phi + R \cos \phi^2$, & $v = S \sin \phi + T \sin \phi \cos \phi$,
de sorte que ces lettres P, Q, R, S, soient constantes. Or, ayant
substitué ces valeurs on trouvera :

$$Q = \frac{N \sin p \cos l (\epsilon \kappa \cos l + \delta \cos l)}{\epsilon (\epsilon \epsilon \kappa \kappa - \delta \delta)}; \quad S = - \frac{N \sin p \cos p (\epsilon \kappa \cos l + \delta \cos l)}{\epsilon (\epsilon \epsilon \kappa \kappa - \delta \delta)},$$

$$R = \frac{N \sin l \sin p^2 (\epsilon \kappa \cos l + 2 \delta)}{\epsilon \epsilon \epsilon \kappa \kappa - 4 \delta \delta}; \quad T = - \frac{N \sin l \sin p^2 (\epsilon \kappa + 2 \delta \cos l)}{\epsilon \epsilon \epsilon \kappa \kappa - 4 \delta \delta}$$

$$P = - \frac{\delta N \sin l \sin p^2 (\epsilon \kappa + 2 \delta \cos l)}{\epsilon \epsilon \kappa (\epsilon \epsilon \kappa \kappa - 4 \delta \delta)} - \frac{N \sin l \cos l \cos p^2}{\epsilon \epsilon \kappa}$$

$$\& P + \frac{1}{2} R = \frac{N \sin l \cos l (\sin p^2 - 2 \cos p^2)}{2 \epsilon \epsilon \kappa}$$

30. On donnera ici aux quantités l , p , N , & δ , leurs valeurs moyennes, pour avoir des valeurs constantes des lettres P, Q, R, S, T, & alors à cause de $dt = - \frac{d\phi}{\delta}$, on aura

$$dl = \frac{\epsilon v d\phi}{\delta}, \quad \& \quad d\phi = - \frac{\epsilon u d\phi}{\delta \sin l} - dq,$$

d'où l'on tire par intégration, prenant l pour la valeur moyenne de l :

$$l = l - \frac{\epsilon S}{\delta} \cos \phi - \frac{\epsilon}{4 \delta} T \cos 2 \phi, \quad \&$$

$$\lambda = \text{Const.} - \frac{\epsilon P \phi}{\delta \sin l} - \frac{\epsilon Q \sin \phi}{\delta \sin l} - \frac{\epsilon R \phi}{2 \delta \sin l} - \frac{\epsilon R \sin 2 \phi}{4 \delta \sin l}.$$

Or, outre cela, on aura $\phi = \lambda - q$, & ensuite

$$a = V(uu + vv), \quad \& \quad \text{tang } \omega = \frac{v}{u}.$$

Mais



Mais, puisque $dr = \epsilon dt - \frac{\epsilon u dt}{\tan l} = \epsilon dt - d\lambda \cos l$, il s'en-

suit $r = \epsilon t - \lambda \cos l$, & partant $\varrho = \omega - r$. On voit par là que si α a une fois été très petit, il demeurera toujours très petit, de sorte que notre calcul subsiste, à l'exception d'un seul cas marqué dans la suite.

31. Pour rendre le cas plus simple, puisqu'on ne sauroit presque point tenir compte de l'irrégularité du mouvement du centre de force F, supposons que ce point F se meut uniformément dans le cercle QFS, autour de la terre, à la distance constante $= s$, & soit P le pôle de son orbite, de sorte que l'arc PF $= p = 90^\circ$, & posant $d\eta = \delta dt$ que δ soit une quantité constante, marquant l'angle décrit dans une seconde par le point F. Puisque l'arc PA $= l$ ne change presque point, soit l sa valeur moyenne, & nos équations

à résoudre seront, posant $\frac{aa}{bb} = \kappa$

$$du + \epsilon \kappa v dt + \frac{3Bgee}{\epsilon s^3} dt \sin l \sin 2\phi = 0,$$

$$dv - \epsilon \kappa u dt + \frac{3Bgee}{\epsilon s^3} dt \sin l \cos l (1 + \cos 2\phi) = 0,$$

où $d\phi = -\delta dt + \frac{\epsilon u dt}{\sin l}$. Mais, puisque κ est extrêmement

petit, & que nous négligeons les termes, où u & v monteroient à plus d'une dimension, on peut prendre $d\phi = -\delta dt$, de sorte

que $dt = -\frac{d\phi}{\delta}$.



32. Posons donc comme auparavant $\frac{6Bgee}{s^3} = N$,
pour avoir

$$du - \frac{\epsilon \kappa}{\delta} v d\phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \sin 2\phi = 0,$$

$$du + \frac{\epsilon \kappa}{\delta} v d\phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \cos l (1 + \cos 2\phi) = 0,$$

auxquelles satisfont comme nous venons de voir ces valeurs particulières :

$$u = P + \frac{1}{2}R + \frac{1}{2}R \cos 2\phi; \quad v = \frac{1}{2}T \sin 2\phi.$$

Mais, pour en trouver les intégrales en général, formons-en ces deux équations, qui soient intégrables.

$$\left. \begin{aligned} + du \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi + \frac{\epsilon \kappa}{\delta} u d\phi \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi \sin 2\phi \\ + dv \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{\epsilon \kappa}{\delta} v d\phi \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \cos l \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi (1 + \cos 2\phi) \end{aligned} \right\} = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} + du \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{\epsilon \kappa}{\delta} u d\phi \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi \sin 2\phi \\ - dv \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi - \frac{\epsilon \kappa}{\delta} v d\phi \cos \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi + \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin l \cos l \sin \frac{\epsilon \kappa}{\delta} \phi (1 + \cos 2\phi) \end{aligned} \right\} = 0.$$

33. Posons, pour abréger davantage, $\frac{\epsilon \kappa}{\delta} = \frac{\epsilon a a}{\delta b b} = m$, &

$\frac{N}{2\delta\epsilon} = \frac{3Bgee}{\delta\epsilon s^3} = n$, & les intégrales seront :

$$u \sin m\phi + v \cos m\phi - n \sin l \int \phi \sin m\phi \sin 2\phi - n \sin l \cos l \int d\phi \cos m\phi (1 + \cos 2\phi) = E$$

$$u \cos m\phi - v \sin m\phi - n \sin l \int \phi \cos m\phi \sin 2\phi + n \sin l \cos l \int d\phi \sin m\phi (1 + \cos 2\phi) = F.$$

Or

$$\begin{aligned} \text{Or } \sin m\phi. \sin 2\phi &= \frac{1}{2} \cos(m-2)\phi - \frac{1}{2} \cos(m+2)\phi \\ \cos m\phi. \cos 2\phi &= \frac{1}{2} \cos(m-2)\phi + \frac{1}{2} \cos(m+2)\phi \\ \cos m\phi. \sin 2\phi &= -\frac{1}{2} \sin(m-2)\phi + \frac{1}{2} \sin(m+2)\phi \\ \sin m\phi. \cos 2\phi &= +\frac{1}{2} \sin(m-2)\phi + \frac{1}{2} \sin(m+2)\phi. \end{aligned}$$

d'où l'on forme les intégrales.

$$\begin{aligned} u \sin m\phi + v \cos m\phi - \frac{n \sin l}{2} \left(\frac{\sin(m-2)\phi}{m-2} - \frac{\sin(m+2)\phi}{m+2} \right) \\ - \frac{1}{2} n \sin l \cos l \left(\frac{2 \sin m\phi}{m} + \frac{\sin(m-2)\phi}{m-2} + \frac{\sin(m+2)\phi}{m+2} \right) = E, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v \cos m\phi - u \sin m\phi - \frac{1}{2} n \sin l \left(\frac{\cos(m-2)\phi}{m-2} - \frac{\cos(m+2)\phi}{m+2} \right) \\ - \frac{1}{2} n \sin l \cos l \left(\frac{2 \cos m\phi}{m} + \frac{\cos(m-2)\phi}{m-2} + \frac{\cos(m+2)\phi}{m+2} \right) = F. \end{aligned}$$

Où il faut remarquer, qu'au cas $m=2$, il y a $\frac{\sin(m-2)\phi}{m-2} = \phi$,
& $\frac{\cos(m-2)\phi}{m-2} = \infty$, ou constant, & partant renfermé en F,
de sorte que ce terme puisse être omis.

34. Maintenant, en multipliant la première par $\sin m\phi$, & l'autre par $\cos m\phi$, leur somme donne :

$$\begin{aligned} u - \frac{1}{2} n \sin l \left(\frac{\cos 2\phi}{m-2} - \frac{\cos 2\phi}{m+2} \right) - \frac{1}{2} n \sin l \cos l \left(\frac{2}{m} + \frac{\cos 2\phi}{m-2} + \frac{\cos 2\phi}{m+2} \right) = \\ E \sin m\phi + F \cos m\phi, \end{aligned}$$

Ensuite, multipliant la première par $\cos m\phi$, & l'autre par $-\sin m\phi$, on obtiendra

$$\begin{aligned} v + \frac{1}{2} n \sin l \left(\frac{\sin 2\phi}{m-2} + \frac{\sin 2\phi}{m+2} \right) + \frac{1}{2} n \sin l \cos l \left(\frac{\sin 2\phi}{m-2} - \frac{\sin 2\phi}{m+2} \right) = \\ E \cos m\phi - F \sin m\phi, \end{aligned}$$

Chan-



Changeons les constantes en posant $E = D \cos \xi$, & $F = D \sin \xi$, de sorte que ξ soit un angle constant: & nos équations se réduiront à celles-ci.

$$u = \frac{2n \sin \phi \cos 2\phi}{mm-4} - \frac{n}{m} \sin \phi \cos \phi - \frac{mn \sin \phi \cos \phi \cos 2\phi}{mm-4} = D \sin(m\phi + \xi)$$

$$v = \frac{mn \sin \phi \sin 2\phi}{mm-4} + \frac{2n \sin \phi \cos \phi \sin 2\phi}{mm-4} = D \cos(m\phi + \xi),$$

& partant on aura :

$$u = \frac{n}{m} \sin \phi \cos \phi + \frac{n \sin \phi \cos 2\phi (2 + m \cos \phi)}{mm-4} + D \sin(m\phi + \xi)$$

$$v = - \frac{n \sin \phi \sin 2\phi (m + 2 \cos \phi)}{mm-4} + D \cos(m\phi + \xi).$$

35. Ces équations conviennent parfaitement avec celles que nous avons trouvées ci-dessus, si l'on met la constante $D = 0$, mais elles sont plus générales par cette même raison, qu'elles contiennent encore les deux constantes D & ξ . Cependant, le cas où $m = 2$, demande un développement particulier, qu'il faut tirer des premières intégrales, qui seront :

$$u \sin 2\phi + v \cos 2\phi - \frac{1}{2} n \sin \phi (\phi - \frac{1}{4} \sin 4\phi) - \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi (\sin 2\phi + \phi + \frac{1}{4} \sin 4\phi) = E$$

$$u \cos 2\phi - v \sin 2\phi + \frac{1}{8} n \sin \phi \cos 4\phi - \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi (\cos 2\phi + \frac{1}{4} \cos 4\phi) = G.$$

d'où l'on tire celles-ci :

$$u = \frac{1}{2} n \sin \phi \sin 2\phi + \frac{1}{8} n \sin \phi \cos 2\phi - \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi \sin 2\phi - \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi - \frac{1}{8} n \sin \phi \cos \phi \cos 2\phi = E \sin 2\phi + G \cos 2\phi$$

$$v = \frac{1}{2} n \sin \phi \cos 2\phi + \frac{1}{8} n \sin \phi \sin 2\phi - \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi \cos 2\phi - \frac{1}{8} n \sin \phi \cos \phi \sin 2\phi = E \cos 2\phi - G \sin 2\phi,$$

& partant on aura :

$$u = \frac{1}{2} n \sin \phi \cos \phi + \frac{1}{2} n \sin \phi (1 + \cos \phi) \phi \sin 2\phi + E \sin 2\phi + (G - \frac{1}{8} n \sin \phi (1 - \cos \phi)) \cos 2\phi$$

$$v = \frac{1}{2} n \sin \phi (1 + \cos \phi) \phi \cos 2\phi + E \cos 2\phi - (G + \frac{1}{8} n \sin \phi (1 - \cos \phi)) \sin 2\phi.$$



36. Par rapport à ce cas $m = 2$ ou $\frac{e}{\delta} = \frac{2bb}{aa}$ je re-

marque, que les deux quantités u & v pourroient croître à l'infini puisqu'elles renferment des termes multipliées par l'arc ϕ qui croit continuellement avec le tems. Donc, l'arc $OA = a = \sqrt{(uu + vv)}$ surpasseroit bientôt les bornes de la petitesse que je lui ai supposée; & partant notre solution exclut absolument ce cas. Il est donc très remarquable, que si le mouvement du centre de force F étoit au mouvement diurne de la planete comme $aa : 2bb$; le mouvement diurne seroit bientôt considérablement troublé, quoiqu'il ait commencé autour d'un axe principal. Ainsi pour la terre, où $aa = bb$ fort à peu près, si la lune achevoit ses révolutions en deux jours, au lieu de 27, l'axe de rotation de la terre souffriroit des dérangemens terribles, qu'il n'y auroit presque pas moyen d'assigner.

37. Mais il y a apparence qu'un tel cas n'existe nulle part dans l'Univers, ou du moins dans notre système planétaire, auquel s'étendent nos recherches. J'ai déjà marqué que, si la lune étoit deux ou trois fois plus éloignée de la terre, qu'elle ne l'est effectivement, son mouvement seroit si irrégulier, qu'il nous seroit presque impossible d'en acquérir seulement une connoissance grossière: car pour une connoissance parfaite, il s'en faut beaucoup que nous la puissions acquérir jamais. Si la lune étoit beaucoup plus proche de la terre, nous pourrions plus exactement déterminer son mouvement, mais à présent nous appercevons un autre inconvénient qui rendroit indéterminable la nutation de l'axe de la terre. De là il semble résulter que la Providence a bien voulu offrir à nos recherches de tels objets, qui ne surpassent pas absolument la portée de notre esprit, quoiqu'il nous fût impossible de les approfondir tout à fait. Peut-être que tels mouvemens qui nous seroient inaccessibles, se trouvent en d'autres systèmes planétaires, où les créatures intelligentes sont douées d'un plus haut degré de pénétration.



38. Supposons donc que le carré du nombre $m = \frac{\epsilon n a}{\delta v b}$ diffère assez considérablement de 4, pour que les quantités u & v demeurent toujours très petites, & que l'hypothèse de la petitesse de l'arc $OA = a = \sqrt{uu + vv}$ demeure inaltérée. Alors la solution que nous venons de trouver, nous découvrira assez exactement les phénomènes du mouvement de rotation du corps proposé. Car ayant trouvé

$$u = \frac{n}{2m} \sin 2\varphi + \frac{n(2 + m \cos \varphi) \sin \varphi}{mm - 4} \cos 2\phi + D \sin (m\phi + \xi)$$

$$v = - \frac{n(m + 2 \cos \varphi) \sin \varphi}{mm - 4} \sin 2\phi + D \cos (m\phi + \xi)$$

nous aurons $a = \sqrt{uu + vv}$; & $\tan \omega = \frac{v}{u}$. Ensuite, à

$$\text{cause de } d\varphi = \frac{\epsilon v d\phi}{\delta}, \quad \& \quad d\lambda = - \frac{\epsilon u d\phi}{\delta \sin \varphi}.$$

$$l = \varphi + \frac{\epsilon n (m + 2 \cos \varphi) \sin \varphi}{2\delta (mm - 4)} \cos 2\phi + \frac{\epsilon D}{\delta m} \sin (m\phi + \xi)$$

$$\lambda = \text{Const.} - \frac{\epsilon n \cos \varphi}{\delta m} \phi - \frac{\epsilon n (2 + m \cos \varphi)}{2\delta (mm - 4)} \sin 2\phi + \frac{\epsilon D}{\delta m \sin \varphi} \cos (m\phi + \xi)$$

& enfin $r = \text{Const.} - \lambda \cos \varphi + \epsilon t$, & $\rho = \omega - r$.

Application au mouvement de rotation de la Terre.

Fig. 5. 39. Pour appliquer ces formules à la terre, il convient de prendre le point P dans le pôle de l'écliptique, de sorte que quand F marque la lune, l'arc PF = p n'est pas un quart de cercle, & par-là il faut recourir aux formules générales du §. 28. Soit donc le cercle $\gamma\delta\delta L \triangleq$ l'écliptique, δ le noeud ascendant de l'orbite de la lune δFM , & que la lune se trouve présentement en F à la distance de la terre = r , que je regarde comme constante. Que la force



attractrice de la lune à la distance $= e$ soit égale à la gravité. Le point fixe Υ ne soit pas l'équinoxe, mais plutôt la première étoile du bélier, duquel la longitude du noeud ascendant soit $\Upsilon \Omega = \zeta$, & l'inclinaison de l'orbite de la lune à l'écliptique ou l'angle $F \Omega L = \gamma$, que je regarde comme constante, pendant que l'arc ζ diminue uniformément, pour lequel mouvement je pose $d\zeta = -\epsilon dt$. Ensuite, soit la longitude de la lune comptée depuis Υ , ou l'arc $\Upsilon \Omega L = q$, que je suppose aussi proportionnel au tems, de sorte que $dq = \delta dt$; puisque l'inégalité du mouvement n'influe presque point sur le mouvement de l'axe de la terre.

40. Ayant donc l'arc $\Omega L = q - \zeta$, & l'angle $L \Omega F = \gamma$, puisque γ n'excede pas 5° , nous aurons assez près $\sin FL = \gamma \sin(q - \zeta)$, & $\cos FL = 1$, négligeant les termes où γ auroit plus d'une dimension, de sorte que $\sin p = 1$, & $\cos p = \gamma \sin(q - \zeta)$. Soit à présent l'axe de la terre en A, par rapport auquel le moment d'inertie de la terre soit $= Maa$, & par rapport aux autres axes principaux $= Mbb$. Posons l'arc $PA = l$, & l'angle $\Upsilon PA = \lambda$: soit de plus AB le premier méridien tiré sur la terre, & l'angle $PAB = r$: & que la terre tourne présentement autour du pôle O dans le sens $\Upsilon L \triangle$ suivant l'ordre des signes, avec la vitesse angulaire $= \epsilon$; & soit l'arc $AO = \alpha$, que je suppose extrêmement petit, & l'angle $BAO = \varphi$. Or j'ai posé $r + \varphi = \omega$, & outre cela $\alpha \cos \omega = u$, & $\alpha \sin \omega = v$.

41. Soutrayons la longitude du pôle terrestre A de la longitude de la lune, & soit l'angle $APF = q - \lambda = \phi$, qui ci-dessus étoit $= \phi$, & nous aurons:

$$dl = -\epsilon v dt; d\lambda = \frac{\epsilon u dt}{\sin l}; d\phi = \delta dt - \frac{\epsilon u dt}{\sin l}, \text{ \& } dr = \epsilon dt - \frac{\epsilon u dt \cos l}{\sin l}.$$



Maintenant tout revient à la résolution de ces deux équations :

$$\varepsilon du + \frac{\varepsilon \varepsilon a a}{b b} v dt - \frac{6 g v e}{s^3} \left(1 - \frac{a a}{b b} \right) dt \sin \Phi (\sin l \cos \Phi + \gamma \cos l \sin (q - \zeta)) = 0,$$

$$\varepsilon dv - \frac{\varepsilon \varepsilon a a}{b b} u dt + \frac{6 g e e}{s^3} \left(1 - \frac{a a}{b b} \right) dt (\sin l \cos \Phi + \gamma \cos l \sin (q - \zeta)) (\cos l \cos \Phi - \gamma \sin l \sin (q - \zeta)) = 0.$$

Posons pour abréger $\frac{\varepsilon a a}{b b} = \mu$, & $\frac{3 g e e}{\varepsilon s^3} \left(\frac{a a}{b b} - 1 \right) = \nu$,

& nous aurons :

$$du + \mu v dt + \nu dt \sin \Phi (\sin l \cos \Phi + \gamma \cos l \sin (q - \zeta)) = 0$$

$$dv - \mu u dt - 2 \nu dt (\sin l \cos \Phi + \gamma \cos l \sin (q - \zeta)) (\cos l \cos \Phi - \gamma \sin l \sin (q - \zeta)) = 0$$

ou en réduisant :

$$du + \mu v dt + \nu dt (\sin l \sin 2 \Phi + \gamma \cos l \cos (\zeta - \lambda) - \gamma \cos l \cos (2 q - \zeta - \lambda)) = 0$$

$$dv - \mu u dt - \nu dt (\sin l \cos l + \sin l \cos l \cos 2 \Phi - \gamma \cos 2 l / (\zeta - \lambda) + \gamma \cos 2 l / (2 q - \zeta - \lambda) - \gamma \gamma \sin l \cos l) = 0$$

42. Maintenant, sans répéter l'intégration générale, puisque nous en connoissons la forme, posons

$$u = A + B \cos 2 \Phi + C \sin (\zeta - \lambda) + D \sin (2 q - \zeta - \lambda) + E \sin (\mu' + \xi)$$

$$v = E \sin 2 \Phi + F \cos (\zeta - \lambda) + G \cos (2 q - \zeta - \lambda) - E \cos (\mu' + \xi)$$

& puisque $d\Phi = \delta \cdot dt$, $d\zeta = \varepsilon dt$, $dq = \delta \cdot dt$, & $d\lambda = o dt$, parce que nous négligeons les termes où les petites quantités entre-voient de nouveau; nous aurons

$$\frac{du}{dt} = -2B\delta \sin 2 \Phi - C\varepsilon \cos (\zeta - \lambda) + D(2\delta + \varepsilon) \cos (2 q - \zeta - \lambda) + E\mu \cos (\mu' + \xi)$$

$$\frac{dv}{dt} = 2E\delta \cos 2 \Phi + F\varepsilon \sin (\zeta - \lambda) - G(2\delta + \varepsilon) \sin (2 q - \zeta - \lambda) + E\mu \sin (\mu' + \xi)$$

Or dans les équations différentielles il est permis de regarder l'arc $PA = l$ comme constant, & de mettre à la place de l sa valeur moyenne qui soit $= l$ comme ci-dessus. Il ne reste donc qu'à substituer ces valeurs supposées.



43. Or la première équation par dt divisée donne

$$\left. \begin{aligned} -2B\delta\sin 2\varphi - C\mathcal{E}\cos(\zeta-\lambda) + D(2\delta+\mathcal{E})\cos 2q - \zeta-\lambda + \mathcal{E}\mu\cos(\mu t+\xi) \\ + E\mu \quad + F\mu \quad + G\mu \quad - \mathcal{E}\mu \\ + v\sin l \quad + v\gamma\cos l \quad - v\gamma\cos l \end{aligned} \right\} = 0$$

& l'autre donne :

$$\left. \begin{aligned} + 2E\delta\cos 2\varphi + F\mathcal{E}\sin(\zeta-\lambda) - G(2\delta+\mathcal{E})\sin(2q-\zeta-\lambda) + \mathcal{E}\mu\sin(\mu t+\xi) \\ - \mu A \quad - B\mu \quad - C\mu \quad - D\mu \quad - \mathcal{E}\mu \\ - v\sin l\cos l - v\sin l\cos l + v\gamma\cos 2l \quad - v\gamma\cos 2l \\ + v\gamma\gamma\sin l\cos l \end{aligned} \right\} = 0$$

Egalant à zéro tous ces membres séparément, nous en tirons d'abord :

$$A = -\frac{v}{\mu}(1-\gamma\gamma)\sin l\cos l = -\frac{v}{2\mu}(1-\gamma\gamma)\sin 2l.$$

& ensuite :

$$\begin{aligned} -2B\delta + E\mu + v\sin l &= 0; & -B\mu + 2E\delta - v\sin l\cos l &= 0, \\ -C\mathcal{E} + F\mu + v\gamma\cos l &= 0; & -C\mu + F\mathcal{E} + v\gamma\cos 2l &= 0, \\ D(2\delta+\mathcal{E}) + G\mu - v\gamma\cos l &= 0; & -D\mu - G(2\delta+\mathcal{E}) - v\gamma\cos 2l &= 0, \end{aligned}$$

44. Les coefficients B, C, D, E, F, G, auront donc les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} B &= -\frac{v\sin l(2\delta + \mu\cos l)}{\mu\mu - 4\delta\delta}; & E &= -\frac{v\sin l(2\delta\cos l + \mu)}{\mu\mu - 4\delta\delta} \\ C &= -\frac{v\gamma(\mathcal{E}\cos l - \mu\cos 2l)}{\mu\mu - \mathcal{E}\mathcal{E}}; & F &= +\frac{v\gamma(\mathcal{E}\cos 2l - \mu\cos l)}{\mu\mu - \mathcal{E}\mathcal{E}} \\ D &= -\frac{v\gamma((2\delta+\mathcal{E})\cos l + \mu\cos 2l)}{\mu\mu - (2\delta+\mathcal{E})^2}; & G &= +\frac{v\gamma((2\delta+\mathcal{E})\cos 2l + \mu\cos l)}{\mu\mu - (2\delta+\mathcal{E})^2}. \end{aligned}$$

& comme nous avons trouvé $A = -\frac{v}{\mu}(1-\gamma\gamma)\sin l\cos l$,



où au lieu de γ on peut mettre $\sin \gamma$, & $\cos \gamma^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\gamma$, au lieu de $1 - \gamma\gamma$: or γ marque l'inclinaison moyenne de l'orbite de la lune à l'écliptique. Pour les deux autres constantes $\mathfrak{C}$ & ξ , elles demeurent arbitraires comme la nature des intégrales complètes l'exige. Ces parties auroient lieu, quand même la force de la lune renfermée dans la lettre ν évanouiroit.

45. Ayant trouvé ces coefficients, il ne sera plus difficile d'assigner les autres quantités qui déterminent le mouvement. Or d'abord le différentiel $dl = -\varepsilon \nu dt$ donne

$$l = l + \frac{E\varepsilon}{2\delta} \cos 2\phi + \frac{F\varepsilon}{\delta} \sin(\zeta - \lambda) - \frac{G\varepsilon}{2\delta + \delta} \sin(2q - \zeta - \lambda) + \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu} \sin(\mu t + \xi),$$

d'où l'on connoit pour chaque rems la distance du pole de la terre A au pole de l'écliptique P. Ensuite, pour la longitude du pole terrestre A, ou l'angle $\angle P A = \lambda$, on aura

$$\lambda = \text{Const.} + \frac{A\varepsilon t}{\sin l} + \frac{B\varepsilon}{2\delta \sin l} \sin 2\phi + \frac{D\varepsilon}{\delta \sin l} \cos(\zeta - \lambda) - \frac{D\varepsilon}{(2\delta + \delta) \sin l} \cos(2q - \zeta - \lambda) - \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu \sin l} \cos(\mu t + \xi).$$

Ensuite, pour l'angle $PAB = r$, ou le mouvement du premier méridien, on aura $r = \varepsilon t - \lambda \cos l$. Enfin, pour le pole de rotation O, on aura la distance $AO = a = \sqrt{(uu + vv)}$, & posant la somme des angles $OAB + BAO = r + \rho = \omega$, puisque $\tan \omega = \frac{v}{u}$, on aura l'angle $BAO = \rho = \omega - r$.

Par ce moyen on acquiert une parfaite connoissance du mouvement diurne de la terre.



46. Quoique ces formules regardent proprement l'effet de la lune, il est aisé de les appliquer à celui du soleil, en posant $\gamma = 0$, & alors δ marquera le mouvement moyen du soleil, ou l'arc décrit dans une seconde. Pour ne pas confondre ces deux effets ensemble, soit la longitude du soleil depuis la première étoile du bélier $= Q$, & son mouvement moyen, ou l'angle parcouru dans son orbite pendant une seconde $= \Delta$. Puisque λ marque l'angle $\gamma P A$, cette même lettre λ exprime la longitude du solstice d'été depuis le même terme γ : donc $\lambda = 90^\circ$ signifie la longitude de l'équinoxe du printemps, & $Q - \lambda$ la longitude du soleil depuis le solstice d'été qui soit $= \Phi$. Par conséquent, si nous posons la longitude du soleil depuis l'équinoxe du printemps $= \Psi$, nous aurons $\Psi = \Phi + 90^\circ$, & partant $\Phi = \Psi - 90^\circ$, & $2\Phi = 2\Psi - 180^\circ$.

47. Maintenant, si la force du soleil à la distance $= e$, est égale à gravité, à la distance de la terre qui est supposée $= s$, elle sera $= \frac{ee}{ss}$ posant la gravité $= 1$. Or la vitesse de la terre dans son orbite étant $= \Delta s$, la hauteur d'où un corps tombant acquiert la même vitesse, sera $= \frac{\Delta \Delta ss}{4g}$, laquelle étant divisée par la moitié de la distance $\frac{s}{2}$, donne la force centrifuge $= \frac{\Delta \Delta s}{2g}$ qui doit être égale à la force centrale $\frac{ee}{ss}$, d'où nous tirons $\frac{2g ee}{s^3} = \Delta \Delta$. Soit N la valeur de la lettre v pour le soleil, & nous aurons

$$N = \frac{3 \Delta \Delta}{2 \epsilon} \left(\frac{aa}{bb} - 1 \right),$$

où ϵ marque la vitesse angulaire du mouvement diurne de la terre; & $\mu = \frac{\epsilon aa}{bb}$. De là nous aurons:

$$A =$$



$$A = -\frac{3\Delta\Delta}{2\epsilon\epsilon\mu\mu}(aa-bb)\sin l \cos l; \quad \text{ou} \quad A = \frac{-N}{\mu} \sin l \cos l,$$

$$B = \frac{-N(2\Delta + \mu \cos l) \sin l}{\mu\mu - 4\Delta\Delta}; \quad E = \frac{-N(2\Delta \cos l + \mu) \sin l}{\mu\mu - 4\Delta\Delta},$$

& ensuite $C = 0$, $F = 0$, $D = 0$, $G = 0$.

48. Donc, pour la distance du pôle de la terre A au pôle de l'écliptique P, nous aurons:

$$PA = l = l + \frac{N\epsilon(2\Delta \cos l + \mu) \sin l}{2\Delta(\mu\mu - 4\Delta\Delta)} \cos 2\Psi + \frac{\mathfrak{C}\epsilon}{\mu} \sin(\mu t + \xi)$$

& pour la longitude, ou l'angle $\gamma A A = \lambda$:

$$\lambda = \text{Const.} - \frac{N\epsilon' \cos l}{\mu} + \frac{N\epsilon(2\Delta + \mu \cos l)}{2\Delta(\mu\mu - 4\Delta\Delta)} \sin 2\Psi - \frac{\mathfrak{C}\epsilon}{\mu \sin l} \cos(\mu t + \xi)$$

Le mouvement de rotation du premier méridien AB autour du pôle A peut être regardé comme constant, la vitesse angulaire étant $= c$. Or pour le vrai pôle de rotation O, on ne le sauroit assigner, sans avoir déterminé l'effet de toutes les forces qui agissent sur la terre. Car il faut chercher les valeurs complètes des deux lettres u & v , qui résultent de toutes les forces, & alors on aura $AO = \sqrt{uu + vv}$, $\tan \omega = \frac{v}{u}$, & de là l'angle $BAO = \omega - r = \omega - PAB$.

Mais dans la terre les points A & O sont indiscernables.

49. Pour la lune, la distance e , où la force attraitrice seroit égale à la gravité, nous est inconnue, & partant aussi la valeur de la lettre v . Mais on peut conclure le rapport des lettres v & N des effets que la lune & soleil produisent dans les marées, qui leur sont proportionels. Cependant cette conclusion ne sauroit être portée au plus haut degré de précision. Newton croyoit, que la valeur de v rapportée à la lune étoit environ quatre fois plus grande que celle de N qui se rapporte au soleil. Or M. Daniel Bernoulli a prouvé que



ce rapport n'excede pas beaucoup la raison double. Posons donc $v = mN$, de sorte que m soit un nombre plus grand que 2. Soit ensuite la longitude de la lune depuis l'équinoxe du printems $= \psi$ de sorte que $\phi = \psi - 90^\circ$, & $2\phi = 2\psi - 180^\circ$; & que δ soit l'angle décrit par la lune dans une seconde, & ϵ l'angle dont les noeuds de la lune reculent en même tems. Posons la longitude du noeud ascendant depuis l'équinoxe du printems $= \theta$, & on aura $\theta = \zeta - \lambda + 90$, & $\zeta - \lambda = \theta - 90^\circ$. Donc, puisque $q = \phi + \lambda = \psi + \lambda - 90^\circ$, & $\zeta = \theta + \lambda - 90^\circ$, nous aurons $2q - \zeta - \lambda = 2\psi - \theta - 90^\circ$.

50. Introduisons ces angles que l'Astronomie découvre pour chaque tems, & nous aurons la distance du pole de la terre A au pole de l'écliptique P:

$$PA = l = 1 + \frac{mN\epsilon(\mu - \delta \cos l) \sin l}{2\delta(\mu\mu - \delta\delta)} \cos 2\psi + \frac{mN\epsilon(\mu \cos l - \epsilon \cos 2l) \sin \gamma}{\epsilon(\mu\mu - \epsilon\epsilon)} \cos \theta \\ + \frac{mN\epsilon(\mu \cos l + (2\delta + \epsilon) \cos 2l) \sin \gamma}{(2\delta + \epsilon)(\mu\mu - (2\delta + \epsilon)^2)} \cos(2\psi - \theta) + \frac{\epsilon\epsilon}{\mu} \sin(\mu t + \xi),$$

& sa longitude comptée depuis la premiere étoile du bélier

$$\gamma PA = \lambda = \text{Const.} - \frac{mN\epsilon t \cos \gamma^2 \cos l}{\mu} + \frac{mN\epsilon(2\delta + \mu \cos l)}{2\delta(\mu\mu - 4\delta\delta)} \sin 2\psi - \frac{\epsilon\epsilon}{\mu \sin l} \cos(\mu t + \xi) \\ - \frac{mN\epsilon(\epsilon \cos l - \mu \cos 2l) \sin \gamma}{\epsilon(\mu\mu - \epsilon\epsilon) \sin l} \sin \theta + \frac{mN\epsilon(\mu \cos 2l + (2\delta + \epsilon) \cos l) \sin \gamma}{(2\delta + \epsilon)(\mu\mu - (2\delta + \epsilon)^2) \sin l} \sin(2\psi - \theta).$$

Maintenant on n'a qu'à combiner ensemble ces anomalies avec celles que produit la force du soleil, pour avoir les dérangemens entiers que souffre le pole de la terre A, tant par rapport à sa distance du pole de l'écliptique, qu'à sa longitude comptée depuis la premiere étoile du bélier.



§ 1. Avant que de développer les effets des forces du Soleil & de la Lune, je remarque que, quand même ces forces évanouiroient, il seroit possible, que l'axe de la terre A ne fût pas immobile. Car, posant $N = 0$, on aura encore $PA = l = 1 + \frac{C\epsilon}{\mu} \sin(\mu t + \xi)$,

& $\gamma PA = \lambda = \text{Const.} - \frac{C\epsilon}{\mu \sin l} \cos(\mu t + \xi)$, où la

constante C ne dépend pas des forces du Soleil & de la Lune, de sorte que si elle n'étoit pas $= 0$, l'axe de la terre souffriroit quelque nutation, pendant que la terre tourneroit uniformément autour de lui. Car, prenant l'arc $Pa = l$, le pôle de la terre A décriroit uniformément un cercle 1, 2, 3, 4, autour du point fixe a , en même sens que le mouvement diurne, & le rayon de ce cercle aA seroit $\frac{C\epsilon}{\mu}$; ou d'une grandeur arbitraire, la vitesse angulaire étant $=$

$\mu = \frac{aa}{bb} \epsilon$. Ce cas auroit lieu, si la terre avoit commencé à tourner autour d'un axe différent de ses axes principaux. Puisqu'on ne sauroit assurer, que la constante C soit absolument $= 0$, il est important d'expliquer les phénomènes de cette nutation de l'axe.

§ 2. La terre tourneroit donc uniformément autour de son axe principal A , avec la vitesse angulaire $= \epsilon$, pendant que l'axe lui-même A décriroit autour d'un point fixe a un cercle avec la vitesse angulaire $= \frac{aa}{bb} \epsilon$. Soit T le tems d'une révolution de la terre autour de l'axe, & le tems d'une révolution de l'axe autour du point fixe a sera $= \frac{bb}{aa} T$. S'il étoit $bb = aa$, ces deux tems seroient égaux, & le point de la terre qui auroit répondu une fois au point fixe a , lui répondroit toujours; & partant on prendroit ce point a plutôt que A pour le pôle de la terre; & en effet dans ce cas tous les

mo-



momens d'inertie de la terre seroient égaux entr'eux. Mais, si les momens d'inertie Maa & Mbb ne sont pas égaux, il n'y a aucun point sur la terre qui demeure en repos, & le mouvement du pole A fera le moins compliqué, de sorte que dans ce cas on n'ait aucune raison de regarder plutôt quelqu'autre point de la terre comme son pole.

53. Posons le rayon du petit cercle 1, 2, 3, 4, que décrit l'axe de la terre A autour du point fixe α , ou l'arc $\alpha A = \sigma$, & puisque la distance du pole A au pole de l'écliptique P est égale à l'obliquité de l'écliptique, & que la longitude du pole A répond au solstice d'été, il s'ensuit que, dans l'intervalle de tems $\frac{bb}{aa} T$, l'obliquité de l'écliptique varie de la quantité 2σ , & les points équinoctiaux souffrent un changement dans leur longitude, qui sera $= \frac{2\sigma}{\sin 1} = 5\sigma$.

Or, pendant chaque intervalle de tems $= \frac{bb}{aa} T$, les mêmes inégalités reviennent. Puisque la terre est un sphéroïde elliptique, dont le diamètre de l'équateur est à l'axe comme 201 à 200 à peu près, si la terre étoit homogène, il y auroit $\frac{bb}{aa} = 1 - \frac{1}{201}$, & le période de ces inégalités seroit $= \frac{200}{201} \cdot 24$ heures, ou de $23^h, 53'$. Dans cet intervalle de tems, les variations dans l'obliquité de l'écliptique & la longitude des points équinoctiaux, seront d'autant plus grandes, plus sera grand le rayon du cercle σ . A moins que ce rayon n'évanouisse entièrement, il est certain qu'il est extrêmement petit; & ce seroit un grand problème pour les Astronomes, que de decouvrir ces inégalités.

54. On m'objectera peut-être, que dans ce cas on ne prendroit pas l'extrémité de l'axe A pour le pole de la terre, mais plutôt le point α , qui seroit effectivement le pole de rotation, si aa étoit



égal à bb . Mais la moindre inégalité entre aa & bb renverse tout à fait cette idée; car, quoique le point α ne change pas sensiblement de place pendant quelques révolutions, il décrira une espèce de spirale, dont les tours deviennent de plus en plus larges, & si $\frac{bb}{aa} = 1 - \frac{1}{207}$, après 50 révolutions ou jours, le point α se trouvera dans le cercle même 1, 2, 3, 4, & après 100 jours il décrira un cercle dont le diamètre est deux fois plus grand. Ensuite, ses tours se rétréciront, de sorte qu'après 200 jours il retourne au centre du cercle 1, 2, 3, 4; d'où l'on voit que ce point ne seroit nullement propre pour y rapporter le mouvement diurne, mais qu'il faudroit se tenir absolument au vrai axe de la terre A, qui décrit le cercle 1, 2, 3, 4.

55. Pour les inégalités causées par les forces du soleil & de la lune, elles sont indépendantes de celle-ci, qui résulteroit de la nature de la terre même, pourvu qu'elle ne fut pas considérable, comme le calcul exposé le suppose. Nous pourrions donc regarder le cercle 1, 2, 3, 4, comme tout à fait évanouissant, & cela d'autant plus qu'il n'y a aucune observation, d'où nous pourrions conclure le contraire. Examinons donc plus soigneusement les inégalités qui sont produites par les forces du soleil & de la lune, & qui sont contenues dans les variations de l'arc $PA = l$, & de l'angle $\angle PA = \lambda$. Or l'arc l exprime l'obliquité, & λ la longitude du point solsticial d'été, comptée depuis la première étoile du bélier. Donc $\lambda - 90^\circ$ fera la longitude du point équinoctial du printemps, & partant réciproquement $90^\circ - \lambda$ la longitude de la première étoile d'aries depuis le point équinoctial du printemps. Il s'agit donc de déterminer pour chaque reme proposé tant la longitude de la première étoile d'aries depuis le point équinoctial que l'obliquité de l'écliptique.

56. Or les formules que nous venons de trouver, renferment deux élémens, dont nous ne connoissons point la juste valeur. L'un est le nombre m , qui marque combien la force de la lune est plus grande



grande que celle du soleil dans la production des marées, & nous savons par les judicieuses réflexions de Mr. Bernoulli que ce nombre m est environ $2\frac{1}{2}$. L'autre élément est la fraction $\frac{a^2}{b^2}$, dont nous ne connoissons pas absolument la valeur, car la connoissance de la figure extérieure de la terre n'y détermine rien, à moins que la terre ne soit composée d'une matiere homogene, auquel cas nous aurions à peu près $\frac{a^2}{b^2} = \frac{2}{3} \frac{201}{100}$. Mais, puisqu'il est très probable que la matiere de la terre n'est rien moins qu'homogene, & que sa distribution nous est tout à fait inconnue, je poserais $\frac{a^2}{b^2} = n$, de sorte que $\mu = \epsilon n$, & je regarderai le nombre n comme inconnu, quoiqu'on puisse assurer qu'il ne differe pas sensiblement de l'unité. De là nous aurons $N = \frac{3(n - 1) \Delta \Delta}{2 \epsilon}$, & il faudra conclure par les phénomènes les justes valeurs des deux nombres m & n .

57. Pour les vitesses angulaires ϵ , Δ , δ , & ζ , il suffit d'en connoître les rapports, qui entrent seulement dans nos formules. Prenons donc leurs valeurs pour un jour, où la terre fait une révolution entiere autour de son axe, de sorte que $\epsilon = 360^\circ = 1296000''$. Ensuite les tables Astronomiques nous donnent selon les moyens mouvemens:

le mouvement journalier du soleil $\Delta =$	59', 8'' = 3548''
. de la Lune $\delta =$	13°, 10', 35'' = 47435''
. du noeud en arriere $\zeta =$	3', 11'' = 191''



& partant nous aurons :

$$\epsilon = 1296000; \quad \mu = 1296000n$$

$$\Delta = 3548; \quad \delta = 47+35$$

$$\xi = 191; \quad 2\delta + \xi = 95061$$

ou bien ces fractions proportionnelles

$$\epsilon = 1,0000000; \quad \epsilon\epsilon = 1,0000000$$

$$\Delta = 0,0027376; \quad \Delta\Delta = 0,0000075$$

$$\delta = 0,0366011; \quad \delta\delta = 0,0013396$$

$$\xi = 0,0001474; \quad \xi\xi = 0,0000000$$

$$2\delta + \xi = 0,0733495; \quad (2\delta + \xi) = 0,0053801$$

L'arc $PA = I$ marquant l'obliquité moyenne de l'écliptique fera $I = 23^\circ, 28', 30''$, & l'inclinaison moyenne de l'orbite de la lune peut être posée $\gamma = 5^\circ, 9'$.

De la Variation dans l'obliquité de l'écliptique.

58. Posant l'obliquité moyenne de l'écliptique $= I$, qui est pour le commencement de ce siècle $= 23^\circ, 28', 43''$, & pour la fin $= 23^\circ, 27', 55''$, la première correction dépend de la longitude du soleil, qui étant posée $= \Psi$, la correction sera

$$+ \frac{3(n-1)\Delta(\epsilon n + 2\Delta \cos I) \sin I}{4(\epsilon\epsilon nn - 4\Delta\Delta)} \cos 2\Psi,$$

laquelle en substituant les valeurs marquées se réduit à

$$+ \frac{0,0020532(n-1)(n + 0,0054752 \cos I) \sin I}{nn - 0,0000300} \cos 2\Psi.$$

Si le coefficient étoit $= 1$, il vaudroit $57^\circ, 17', 45'' = 206265''$; donc, réduisant ce coefficient en minutes secondes, cette connexion sera exprimée ainsi en secondes.

$$+ 423,503 \cdot \frac{(n-1)(n + 0,0054752 \cos I) \sin I}{nn - 0,0000300} \cos 2\Psi,$$

ou posant pour I sa valeur :

$$+ 168,70 \cdot \frac{(n-1)(n + 0,00502)}{nn - 0,00003} \cos 2\Psi \text{ secondes.}$$



59. La seconde correction dépend de la longitude de la Lune, laquelle étant posée $= \psi$, cette correction sera

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon n + 2\delta \cos l) \sin l}{4\delta(\varepsilon\varepsilon nn - 4\delta\delta)} \cos 2\psi$$

qui se réduit à

$$+ \frac{0,0001538(n-1)m(n + 0,0732022 \cos l) \sin l}{nn - 0,0253584} \cos 2\psi.$$

Cette formule étant réduite à des minutes secondes, & la valeur de l'arc l substituée donne

$$+ 12,618. \frac{m(n-1)(n + 0,06710)}{nn - 0,00536} \cos 2\psi \text{ secondes,}$$

d'où l'on voit que cette correction est beaucoup plus petite que la précédente, puisque nous savons que le nombre m est certainement moindre que 4. D'ailleurs, il est aussi certain que le nombre n diffère très peu de l'unité, de sorte que $n - 1$ est une fraction extrêmement petite.

60. La troisième correction dépend de la longitude du noeud ascendant, laquelle étant posée $= \theta$, cette correction sera

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon n \cos l - \varepsilon \cos 2l) \sin \gamma}{2\varepsilon(\varepsilon\varepsilon nn - \varepsilon\varepsilon)} \cos \theta$$

qui étant réduite en nombres, & ensuite en minutes secondes, devient

$$+ 1295,45. \frac{m(n-1)(n - 0,00011)}{nn} \cos \theta \text{ minutes secondes.}$$

Enfin, la quatrième correction est proportionnelle au cosinus de l'angle $2\psi - \theta$, & exprimée en sorte :

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon \cos l + 2\delta + \varepsilon) \cos 2l \sin \gamma}{2(2\delta + \varepsilon)(\varepsilon\varepsilon nn - (2\delta + \varepsilon)^2)} \cos(2\psi - \theta,$$

qui



qui étant réduite en nombres, & ensuite en minutes secondes, devient

$$+ \frac{2,603.m(n-1)(n-0,05459)}{nn-0,00538} \cos(2\psi-\theta) \text{ min. secondes,}$$

de sorte que cette correction évanouit presque par rapport à la précédente.

61. Toutes ces corrections deviennent les plus grandes positivement, si $2\Psi=0$, & $2\psi=\theta=180^\circ$, & alors elles vaudront ensemble en négligeant les petites fractions jointes aux nombres n & m ,

$$\frac{n-1}{n} (161, 70 + 1310, 671m) \text{ secondes.}$$

Or, si les mêmes angles 2Ψ ; 2ψ , & θ dont de 180° , il en résultera la plus grande correction négative, qui sera

$$\frac{n-1}{n} (168, 70 + 1305, 465m) \text{ secondes}$$

Donc, le plus grand changement dans l'obliquité de l'écliptique pourra monter à

$$\frac{n-1}{n} (337, 40 + 2616, 136m) \text{ secondes.}$$

Or, par les observations de Mr. Bradley, on fait que ce changement est d'environ $18''$, ou peut-être un peu plus grand, puisque toutes les circonstances de ses observations n'ont pas concouru à montrer le plus grand changement.

De la précession des Equinoxes.

62. Ici il faut considérer d'abord le mouvement moyen des points équinoctiaux, contenu dans le termes proportionnels au tems t , qui sont :

$$- \frac{3(n-1)\Delta\Delta}{2\varepsilon n} (1 + m \cos\gamma^2) t \cos l,$$

d'où



d'où nous voyons que la longitude des points équinoxiaux comptée depuis la première étoile du bélier va en diminuant, supposé que $n > 1$: ou bien la longitude de cette étoile comptée depuis l'équinoxe croît avec le tems. Cherchons donc cet accroissement pour le tems d'une année, & alors Δt vaudra 360° , & partant la précession annuelle des équinoxes fera

$$= \frac{3(n-1)\Delta}{2En} (1 + m \cos \gamma^2) \cos l. 360^\circ,$$

qui se réduit à $0,0037666 (1 + 0,991943 m) \frac{(n-1)}{n} \cdot 360^\circ$,

ou bien à $\frac{n-1}{n} (1 + 0,991943 m) \cdot 4881\frac{1}{2}$ secondes.

Or on fait par les observations, & les remarques que j'ai faites sur l'action des planetes, que cette précession est de $50\frac{1}{2}$ secondes.

63. Maintenant, si nous supposons la plus grande variation dans l'obliquité de l'écliptique de $18''$, & que cette différence ait été observée à la même saison de l'année, de sorte que l'angle Ψ , ou la longitude du soleil, n'y ait pas influé, nous aurons ces deux équations pour en déterminer les deux nombres inconnus m & n ,

$$22616 m \cdot \frac{n-1}{n} = 18, \quad \&$$

$$4881\frac{1}{2} (1 + 0,991943 m) \frac{n-1}{n} = 50\frac{1}{2},$$

donc $\frac{4881\frac{1}{2} (1 + 0,991943 m)}{22616 m} = 1\frac{5}{4}$, d'où nous tirons

$4881\frac{1}{2} = 2472,9 m$, & $m = 1,974$. Si au lieu de $18''$ nous avions pris tant soit peu plus, nous aurions trouvé $m = 2$, &

dans ce cas il en résulteroit: $\frac{n-1}{n} = 1\frac{1}{8}$, & $n = 1\frac{8}{7}$.

Or il semble qu'on ne sauroit mettre $m < 2$, puisque Newton a



trouvé $m = 4$, & M. Bernoulli, après avoir mieux examiné les mêmes observations, a conclu $m = 2\frac{1}{2}$.

64. Mais, puisque nous ne sommes pas si bien assurés du nombre de $18''$, qui marque la plus grande variation dans l'obliquité, que nous le sommes de la précession moyenne, considérons le nombre m comme donné, & nous aurons d'abord

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{96,98 + 96,20m};$$

d'où le plus grand changement dans l'obliquité de l'écliptique au lieu de $18''$ fera $= \frac{2616m}{96,98 + 96,20m}$ qui soit $= \alpha$ pour la même saison de l'année; donc les hypothèses suivantes donneront

si	on aura		
$m=2$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{289,38}$;	$n = \frac{289,38}{1}$;	$\alpha = 18\frac{1}{10}$ secondes,
$m=2\frac{1}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{313,43}$;	$n = \frac{313,43}{1}$;	$\alpha = 18\frac{8}{10}$ secondes,
$m=2\frac{1}{2}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{337,48}$;	$n = \frac{337,48}{1}$;	$\alpha = 19\frac{4}{10}$ secondes,
$m=2\frac{3}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{361,53}$;	$n = \frac{361,53}{1}$;	$\alpha = 19\frac{2}{10}$ secondes,
$m=3$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{385,58}$;	$n = \frac{385,58}{1}$;	$\alpha = 20\frac{2}{10}$ secondes,
$m=3\frac{1}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{409,63}$;	$n = \frac{409,63}{1}$;	$\alpha = 20\frac{7}{10}$ secondes,
$m=3\frac{1}{2}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{433,68}$;	$n = \frac{433,68}{1}$;	$\alpha = 21\frac{1}{10}$ secondes,

Quand



Quand même il y auroit $m = \infty$, auquel cas il feroit $n = 1$, le plus grand changement d'obliquité de l'écliptique ne surpasseroit point $27\frac{2}{3}$ secondes.

Des inégalités dans la Précession des Equinoxes.

65. Puisque λ marque la longitude du solstice d'été depuis la première étoile du bélier, $\lambda - 90^\circ$ marquera celle de l'équinoxe du printemps, & partant $90^\circ - \lambda$ la longitude de la première étoile du bélier comptée depuis l'équinoxe du printemps. Donc, ayant trouvé par le mouvement moyen la longitude moyenne de la première étoile du bélier, que les tables astronomiques montrent sous le titre de la précession des équinoxes, en comptant $50\frac{1}{3}''$ par an, les autres termes qui entrent dans l'expression de λ étant pris négativement, donneront les inégalités périodiques qu'il faut ou ajouter ou soustraire de la longitude moyenne. De cette manière on trouvera la longitude vraie de la première étoile du bélier depuis le point équinoctial pour chaque tems proposé. Mais, si l'on veut remonter à plusieurs siècles, il faut tenir compte de l'action des planètes de Jupiter & de Vénus, d'où tant l'obliquité moyenne que la précession moyenne des équinoxes est changée, comme j'ai fait voir dans le X Volume de nos Mémoires, auquel je me rapporte ici.

66. La première correction dépend donc de la longitude du soleil Ψ , & est proportionnelle au sinus de cette longitude doublée. Cette correction est renfermée dans cette formule

$$= \frac{3(n-1)\Delta(\epsilon n \cos I - \frac{1}{2} 2\Delta)}{4(\epsilon \epsilon n n - 4\Delta\Delta)} \sin 2\Psi,$$

laquelle en substituant pour ϵ , Δ , & I , leurs valeurs se changent en celle-ci,

$$= 0,0018833. (n-1) \frac{(n - 0,0059693)}{nn - 0,0000300} \sin 2\Psi,$$

laquelle étant réduite en minutes secondes donne

$$— 396, 60 (n — 1). \frac{n + 0, 00597}{nn — 0, 00003} \sin 2 \Psi \text{ secondes.}$$

Puisque $n = \frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}$, cette correction ne sauroit jamais surpasser $1 \frac{1}{2}$ seconde, de sorte quelle est à peine sensible. Cependant, si l'on veut calculer exactement, il ne faut pas négliger cette petite correction.

67. La seconde correction dépend de la longitude de la lune ψ , & est proportionnelle au $\sin 2 \psi$.

$$— \frac{3 (n — 1) m \Delta \Delta (n \epsilon \cos l + 2 \delta)}{4 \delta (nn \epsilon \epsilon — 4 \delta \delta)} \sin 2 \psi,$$

laquelle par la substitution sera exprimée ainsi en minutes secondes.

$$— 29, 06. m (n — 1). \frac{n + 0, 079807}{nn — 0, 0053584} \sin 2 \psi \text{ secondes.}$$

La troisième équation dépend de la longitude du noeud ascendant θ , & est proportionnelle à son sinus,

$$— \frac{3 (n — 1) m \Delta \Delta (n \epsilon \cos 2 l — 6 \cos l) \sin \gamma}{2 6 (nn \epsilon \epsilon — 6 6) \sin l} \sin \theta,$$

laquelle étant réduite en minutes secondes sera

$$— 2420, 4. m (n — 1). \frac{n — 0, 000198}{nn — 0, 000000} \sin \theta \text{ secondes.}$$

Enfin la quatrième dépend de l'angle $2 \psi — \theta$

$$— \frac{3 (n — 1) m \Delta \Delta (n \epsilon \cos 2 l + (2 \delta + 6) \cos l) \sin \gamma}{2 (2 \delta + 6) (nn \epsilon \epsilon — (2 \delta + 6)^2) \sin l} \sin (2 \psi — \theta),$$

& donne en minutes secondes

$$— 4, 86. m (n — 1). \frac{n + 0, 098557}{nn — 0, 005380} \sin (2 \psi — \theta) \text{ secondes.}$$

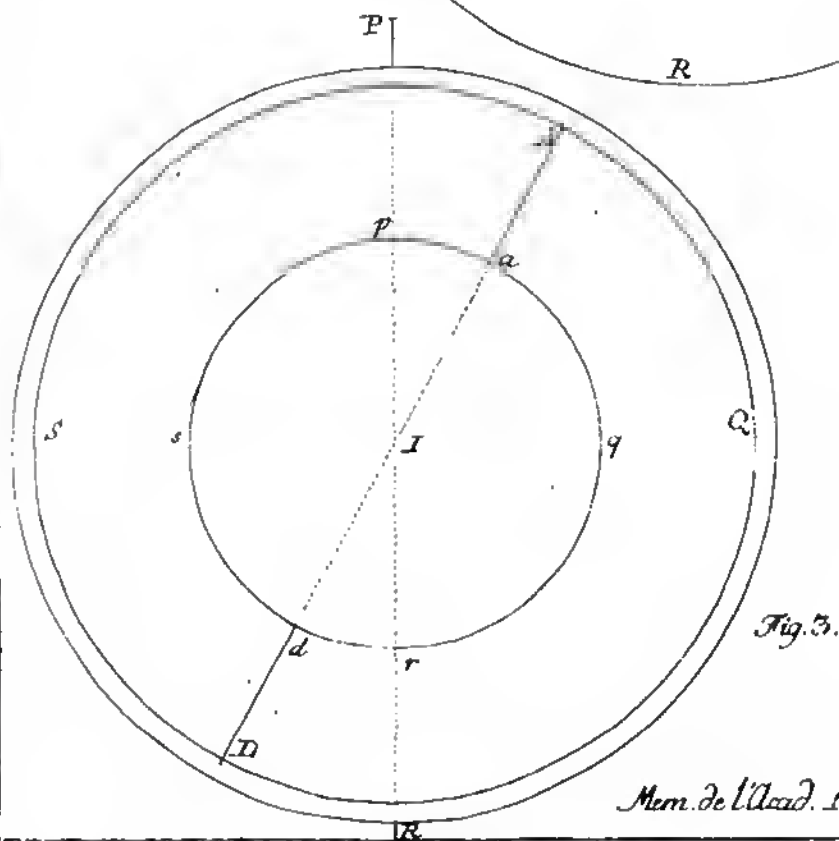
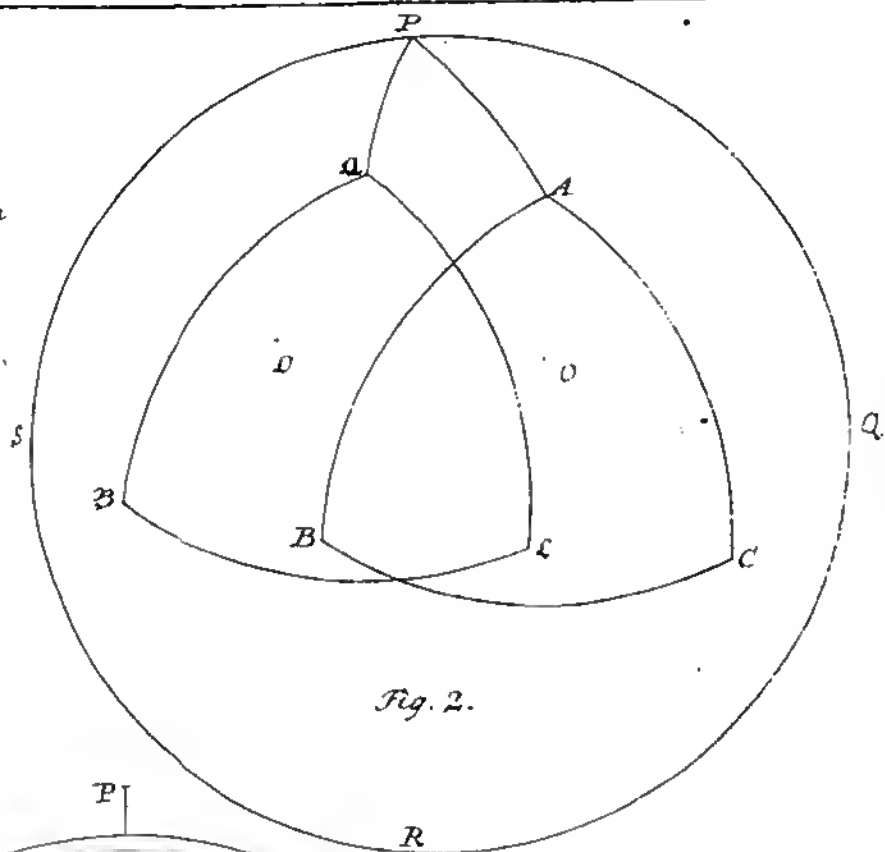
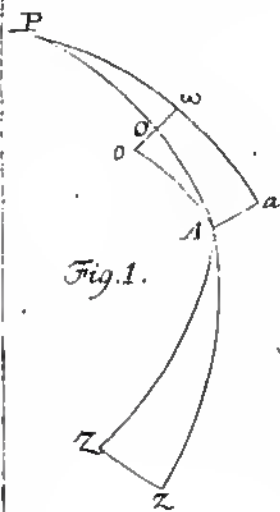


Fig. 4.

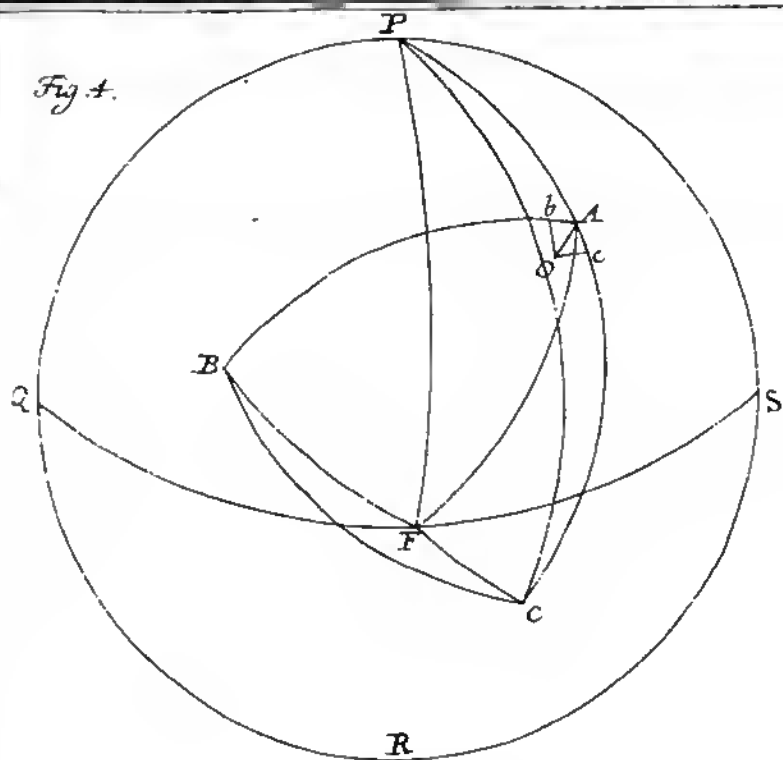


Fig. 6.

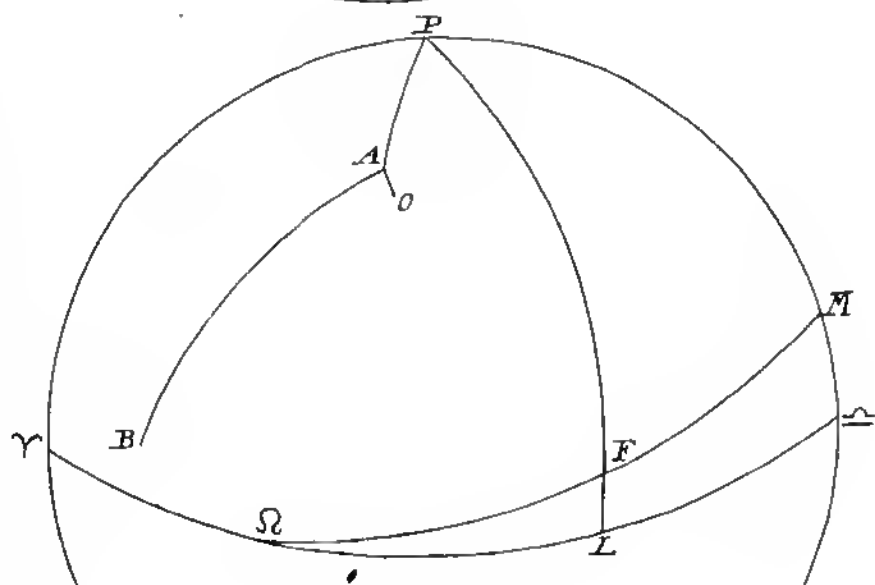
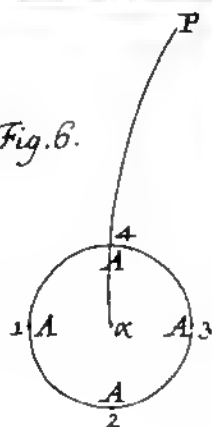


Fig. 5.



68. Considérons maintenant trois hypothèses $m = 2$, $m = 2\frac{1}{2}$, & $m = 3$, & les corrections pour l'obliquité de l'écliptique seront :

	si $m = 2$	si $m = 2\frac{1}{2}$	si $m = 3$
+ A cos 2 Ψ	A = 0'', 58	A = 0'', 50	A = 0'', 44
+ B cos 2 ψ	B = 0, 08	B = 0, 09	B = 0, 10
+ C cos θ	C = 8, 96	C = 9, 61	C = 10, 07
+ D cos (2 ψ — θ)	D = 0, 02	D = 0, 02	D = 0, 02

Or les corrections pour la longitude de γ + γ seront

	si $m = 2$	si $m = 2\frac{1}{2}$	si $m = 3$
— A sin 2 Ψ	A = 1'', 37	A = 1'', 18	A = 1'', 03
— B sin 2 ψ	B = 0, 20	B = 0, 21	B = 0, 22
— C sin θ	C = 16, 75	C = 17, 95	C = 18, 81
— D sin (2 ψ — θ)	D = 0, 03	D = 0, 03	D = 0, 04

69. Ces formules sont parfaitement d'accord avec celles que j'avois trouvées dans le V Volume de nos Mémoires, & partant je ne m'arrêterai plus ici à leur application. Je remarquerai seulement, que la terre n'est pas une masse homogène, puisqu'alors la valeur du nombre n devrait être $= \frac{2}{3} \frac{0}{0} \frac{1}{0}$, qui est pourtant selon toute apparence moindre que $\frac{3}{5} \frac{0}{0} \frac{1}{0}$. D'où il s'ensuit que l'inégalité entre ses momens principaux d'inertie n'est pas aussi grande que si elle étoit homogène, ou bien elle approche plus de la nature d'un globe par la distribution de sa matière, que par sa figure. Il faut donc que la terre renferme au dedans une matière plus pesante, & plus également distribuée autour du centre d'inertie. Or c'est aussi tout ce qu'on en peut conclure. Au reste, si la terre ne tournoit pas à peu près autour d'un axe principal, & que ses momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux ne fussent pas égaux entr'eux, il auroit été presque impossible de déterminer son mouvement de rotation.





SOLUTION

D'UNE

QUESTION CURIEUSE QUI NE PAROIT
SOUMISE À AUCUNE ANALYSE,

PAR M. EULER.

I.

Je me trouvai un jour dans une compagnie, où, à l'occasion du jeu d'échecs quelqu'un proposa cette question: *de parcourir avec un cavalier toutes les cases d'un échiquier, sans parvenir jamais deux fois à la même, & en commençant par une case donnée.* On mettoit pour cette fin des jettons sur toutes les 64 cases de l'échiquier, à l'exception de celle où le Cavalier devoit commencer sa route; & de chaque case où le Cavalier passoit conformément à sa marche, on ôtoit le jetton, de sorte qu'il s'agissoit d'enlever de cette façon successivement tous les jettons. Il falloit donc éviter d'un côté, que le cavalier ne revint jamais à une case vuide, & d'un autre côté il falloit diriger en sorte sa course, qu'il parcourut enfin toutes les cases.

2. Ceux qui croyoient cette question assez aisée firent plusieurs essais inutiles sans pouvoir atteindre au but; après quoi celui qui avoit proposé la question, ayant commencé par une case donnée, a su si bien diriger la route, qu'il a heureusement enlevé tous les jettons. Cependant la multitude des cases ne permettoit pas qu'on ait pu imprimer à la mémoire la route qu'il avoit suivie; & ce n'étoit qu'après plusieurs essais, que j'ai enfin rencontré une telle route, qui satisfait à la question; encore ne valoit-elle que pour une certaine case initiale. Je ne me souviens plus, si on lui a laissé la liberté de la choisir lui-même; mais il a très positivement assuré qu'il étoit en état de l'exécuter, quelle que soit la case où l'on voulut qu'il commençât.

3.



3. Pour éclaircir mieux cette question, j'ajouterai ici une route, où, en commençant par un coin de l'échiquier, on parcourt toutes les cases :

42	59	44	9	40	21	46	7
61	10	41	58	45	8	39	20
12	45	60	55	22	57	6	47
53	62	11	30	25	28	19	38
32	13	54	27	56	23	48	5
63	52	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	64	15	34	3	50	17	36

J'ai marqué ici les cases par l'ordre des nombres, suivant lequel elles sont successivement parcourues. Ainsi le cavalier ayant été posé dans la case 1 saute en 2, de là en 3, & depuis en 4, 5, 6, &c. jusqu'à ce que venant enfin dans la case 64 il aura passé toutes les cases. Il est évident, que cette route satisfait également, quand on veut commencer par quelqu'un des autres angles.

4. En retournant par la même route on pourra aussi commencer par la case 64, & de là en passant successivement par les cases 63, 62, 61, &c. on parviendra enfin, après avoir parcouru toutes les cases, à celle du coin 1. Mais cette route ne servira de rien, quand on doit commencer par quelque autre case : & alors on sera obligé de chercher par des essais une nouvelle route, dont le commencement soit dans la case donnée. Or on reconnoitra aisément, qu'une telle solution du problème proposé seroit trop pénible, & ne conviendrait pas au but en vue ; ou il s'agit de trouver promptement la route, qu'il faut suivre. D'ailleurs une telle recherche ne merite aucune attention, à moins qu'elle ne soit fondée sur quelques principes ; ou qu'on ne la puisse soumettre à quelque espèce d'Analyse, qui en dirige les opérations.

Ce n'est aussi que dans cette vue que j'ose proposer mes recherches sur cette question : auxquelles j'ai été conduit par une idée tou-



route particuliere, que Mr. Bertrand de Geneve m'a fournie; car, quoiqu'elle soit legere en elle-même, & tout à fait étrangere à la Géométrie, elle doit être regardée comme très remarquable, dès qu'on aura trouvé moyen d'y appliquer l'Analyse. Or je ferai voir qu'elle est susceptible d'une analyse tout particuliere, qui doit mériter d'autant plus d'attention, que cette analyse demande des raisonnemens peu usités ailleurs. On convient aisément de l'excellence de l'Analyse, mais on la croit communément bornée à de certaines recherches, qu'on rapporte aux Mathématiques; & partant il fera toujours fort important d'en faire usage dans des matieres qui lui semblent refuser tout accès: puisqu'il est certain qu'elle renferme l'art de raisonner dans le plus haut degré. On ne sauroit donc étendre les bornes de l'Analyse, sans qu'on ait raison de s'en promettre de très grands avantages.

6. Or d'abord je remarque, qu'on pourroit satisfaire à la question, si l'on trouvoit une telle route, où la derniere case marquée par 64 seroit éloignée de la premiere 1 d'un saut de cavalier, de sorte qu'il pourroit sauter de la derniere sur la premiere. Car, ayant trouvé une telle route rentrante en elle-même, on pourra commencer par quelque case que ce soit, & de là continuer la course suivant l'ordre des nombres jusqu'à la case marquée par 64, d'où, en sautant à celle qui est marquée par 1, il acheveroit la course jusqu'à retourner à celle d'où il étoit parti. Or voilà une telle route rentrante en elle-même,

42	57	44	9	40	21	46	7
55	10	41	58	45	8	39	20
12	43	56	61	22	59	6	47
63	54	11	30	25	28	19	38
32	13	62	27	60	23	48	5
53	64	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	52	15	34	3	50	17	36



7. Ayant donc bien imprimé à la mémoire une telle route, on fera en état de s'en faire à la question en commençant par une case quelconque. Car, soit par exemple la case marquée par 25, d'où le cavalier doit partir, & on n'aura qu'à le faire marcher successivement par les cases 26, 27, 28 jusqu'à 64, d'où passant à la case 1, il poursuivra la route par les cases 2, 3, 4, jusqu'à ce qu'il soit parvenu à celle qui est marquée par 24: & ainsi il aura parcouru toutes les cases de l'échiquier. J'indiquerai cette route en représentant les nombres qui marquent les cases, en sorte

25 64. 1 24,

& il est évident qu'on réussira également en commençant par toute autre case: ainsi cette disposition

46 64. 1 45

servira, quand on doit commencer par la case 46.

8. Il est aussi évident que la même disposition fournit, pour chaque case où l'on doit commencer, une double route: puisqu'on peut également passer de la case marquée contre l'ordre des nombres jusqu'à celle qui contient 1, & de là sautant en 64 continuer la course par les cases 63, 62, 61, &c. jusqu'à ce qu'on parvienne à celle où l'on a commencé. Que le nombre 40 indique la case d'où il faut partir, & on aura ces deux routes à poursuivre:

40. 41 64. 1. 2 39,

& 40. 39 1. 64. 63 41,

où la première finit par la case 39, & l'autre par 41. Toute autre disposition rentrante en elle-même fournira les mêmes avantages, & il suffit d'en savoir une seule par coeur: mais on comprendra aisément, que ce seroit un ouvrage extrêmement embarrassant, que de trouver en tâtonnant par plusieurs essais une telle disposition, & qu'on risqueroit de n'y réussir peut-être jamais.



9. Je m'en vai donc expliquer une méthode certaine, qui nous conduira infailliblement au but proposé, & par le moyen de laquelle on fera en état de découvrir autant de routes satisfaisantes qu'on voudra: car, quoique le nombre de ces routes ne soit pas infini, il sera toujours si grand, qu'on ne le sauroit jamais épuiser. Mais il faut ici distinguer deux especes de routes, l'une qui parcourt simplement toutes les cases de l'échiquier sans que le cavalier puisse sauter de la dernière à la première; l'autre espece est celle des routes rentrantes en elles-mêmes, où le cavalier, après avoir parcouru toutes les cases, peut sauter de la dernière à la première. J'ai donné un exemple de la première espece dans le §. 3. & un de la seconde dans le §. 6. l'on peut regarder l'un & l'autre comme trouvé par hazard en tâtonnant; mais la méthode que j'expliquerai, servira à en trouver autant qu'on voudra, tant de l'une que de l'autre espece.

10. Comme il est beaucoup plus difficile de trouver par les seuls essais une route de la seconde espece, je commencerai par donner une méthode, par le moyen de laquelle on pourra, après avoir trouvé une route de la première espece, en découvrir non seulement une, mais plusieurs de la seconde espece. Pour cet effet, je remarque d'abord qu'on peut en plusieurs manieres changer la dernière case, celle du commencement demeurant la même. Considérons la route rapportée §. 3. & qu'on marque les cases auxquelles le cavalier pourroit passer de la dernière marquée par 64; or on verra que ces cases sont 63, 31, & 51; dont la première, qui renferme le saut déjà employé à 64, n'est d'aucun usage. Mais, puisqu'on peut passer de la case 31 à la case 64, qu'on fasse ce saut après être parvenu de la case 1 par les cases 2, 3, 4, &c. à celle de 31, & depuis qu'on poursuive la route par les cases 64, 63, 62, &c. jusqu'à ce qu'on parvienne à la case 32 qui sera à présent la dernière: cette nouvelle route, sera représentée en sorte

1. 2 31. 64. 63. 32.

11. De même, le saut de 64 à 51 nous donne à connoître, qu'on peut passer de la case 51 à 64: & de là en poursuivant la route par les cases 63, 62, &c. la dernière sera celle qui est marquée par 52: cette route entière sera donc représentée en sorte:

1. 2 51. 64. 63 52.

Maintenant, puisque cette dernière case 52 fournit un saut à la première, cette route se rapporte à la seconde espèce, & est rentrante en elle-même: & c'est précisément la route décrite au §. 6. Quand on ne seroit pas encore parvenu à une route rentrante, on pourroit de nouveau transformer celle que nous venons de trouver au §. précédent:

1 31. 64 32.

où la dernière étant 32, le cavalier en peut sauter aux cases 43, 11, 31, 33, ainsi on n'aura qu'à renverser la partie de cette route comprise entre l'un de ces nombres & le dernier 32.

12. Le nombre 43 fournira donc cette nouvelle route

1 31. 64 43. 32 42,

où la case angulaire 42 est la dernière. Le second nombre 11 donnera cette route:

1 11. 32 64. 31 12,

où la case marquée de 12 est à présent la dernière. Le troisième nombre 31 rend la route principale, d'où nous avons tiré ces nouvelles savoir

1 31. 32 64,

& le quatrième nombre 33 ne change rien dans la route que nous traitons. La route précédente, qui finissoit par 12, puisque le cavalier peut sauter de 12 à ces cases 59, 41, 11, & 13, fournira ces transformées.

1 11. 32 59. 12 31. 64 61,

1 11. 32 41. 12 31. 64 42,

& celle-là, puisque 60 conduit aux caufes 61, 59, 9, 45, 25, 27, 13, & 53, nous mènera à plufieurs nouvelles routes, où les dernieres cafes feront 10, 46, 26, 28, 14, & 54.

13. Voilà donc une fource bien riche, d'où l'on peut puiser quantité de nouvelles routes, en ayant une fois trouvé une feule: & le nombre des transformations devient encore plus grand, quand on renverfe l'ordre de la premiere route en forte

64 1,

où la derniere cafe tenant à 52 fournit cette transformée

64 52. 1 51

& puisque 51 donne un faut à 64, cette route eft rentrante en elle-même, mais elle n'eft que la renverfée de celle de deffus. Or 51 étant lié avec 64, 52, 54, 56, 26, & 50, fournit ces transformées

64 54. 51 1. 52. 53

64 56. 51 1. 52 . . . 55

64 52. 1 26. 51 . . . 27,

& de celles-ci, fi l'on veut, on peut encore trouver quantité d'autres: parmi lesquelles on ne manquera pas d'en découvrir qui font rentrantes en elles-mêmes.

14. Or, en ayant déjà trouvé une, qui eft rentrante en elle-même, comme eft celle du §. 6. il n'eft pas difficile d'en tirer plufieurs autres de même nature: on n'a qu'à arranger les cafes en forte que, tant la premiere que la derniere, fe trouve éloignée des bandes, puis-qu'alors l'une & l'autre permet 8 fauts. Ainfi, fi nous rangeons les nombres de la route §. 6. en forte

31 64. 1 30,



la dernière case 30 étant jointe à celles-ci: 45, 59, 23, 29, 31, 13, 43, 41, fournit ces transformées

I.	31	.	.	.	45.	30	.	.	.	I.	64	.	.	.	46,
II.	31	.	.	.	59.	30	.	.	.	I.	64	.	.	.	60,
III.	31	.	.	.	64.	I	.	.	.	23.	30	.	.	.	24,
IV.	31	.	.	.	64.	I	.	.	.	13.	30	.	.	.	14,
V.	31	.	.	.	43.	30	.	.	.	I.	64	.	.	.	44,
VI.	31	.	.	.	41.	30	.	.	.	I.	64	.	.	.	42,

où la II. & la IV. sont rentrantes en elles-mêmes: & tant de celles-ci que des autres on pourra trouver par des transformations ultérieures plusieurs autres. Comme la III donne

31	...	64.	I	...	13.	24	...	30.	23	...	14
31.	33.	24	...	30.	23	...	I.	64	...	34	
31	...	64.	I	...	15.	24	...	30.	23	...	16

15. Mais, quand on n'a pas encore une route de la première espèce, voyons comment il faut s'y prendre pour en trouver une sans se livrer au seul hazard. En commençant par une case quelconque, qu'on continue à volonté les sauts du cavalier aussi loin qu'on pourra, & qu'on mette dans les cases qui sont restées vuides, des lettres qui leur servent de signe, comme dans cette figure:

34	21	54	9	32	19	48	7
55	10	33	20	53	8	31	18
22	5	62	a	40	49	6	47
11	56	41	50	59	52	17	30
36	23	58	61	42	39	46	5
57	12	25	38	51	60	29	16
24	37	2	43	14	27	4	45
1	b	13	26	3	44	15	28



Ici j'ai pu continuer la route jusqu'à la case marquée par 62, & dans les lettres *a* & *b*.

16. Maintenant, ayant 62 cases parcourues par le cavalier, je les représente de cette maniere

I 62,

& regardant la case 62 comme la dernière, je cherche des transformées, qui finissent par d'autres cases, d'où il y ait un passage sur l'une des cases *a* ou *b*. Or la case 62 communique avec celles-ci 9, 53, 59, 61, 23, 11, 55, & 21, d'où nous tirons ces transformées:

I. 1 9. 62 10, d'où l'on passe en *a*

II. 1 53. 62 54, d'où l'on passe en *a*

III. 1 59. 62 60

IV. 1 23. 62 24

V. 1 11. 62 12

VI. 1 55. 62 56, d'où l'on passe en *a*

VII. 1 21. 62 22.

Donc les routes I, II, & VI, s'étendent déjà jusqu'à la case *a*, & il n'y reste plus vuide que la seule case *b*, & pour la lier avec les autres on n'a qu'à transformer une de ces trois routes par la même méthode. On opéreroit semblablement s'il étoit resté plusieurs cases vuides.

17. Prenons la première transformée

I 9. 62 10. *a*,

dont la dernière case *a* conduit à 32, 8, 52, 42, 58, 56, 10, & 54, parmi lesquelles 58 fournit cette transformée

I 9. 62 58. *a*. 10 57

dont la dernière 57 conduit à la case *b*, de sorte qu'à présent le cavalier aura parcouru toutes les cases, ayant commencé sa course en 1, & fini en *b*.

I 9. 62 58. *a*. 10 57. *b*.

Mais



Mais cette route n'est pas rentrante en elle-même. Pour lui procurer cet avantage, cherchons de nouvelles transformées, la dernière *b* conduisant à ces cases : 57, 25, 43 : dont 25 donne cette transformée

1 9. 62 58. *a.* 10 25. *b.* 57 26,
où la dernière conduit à 37, 25, & 51, & 27. Or aucune ne fournit une route de la seconde espèce. Prenons donc 43.

1 9. 62 58. *a.* 10 43. *b.* 57 44,
dont la dernière 44 conduit à 43, 51, 29, & 45 : dont aucune ne donne immédiatement une route rentrante en elle-même.

18. Il faudra donc passer à de nouvelles transformées, & pour que cela se puisse faire plus aisément, il sera bon de présenter la route trouvée de la première espèce par l'ordre naturel des nombres.

40	27	60	9	38	25	54	7
61	16	39	26	59	8	37	24
28	41	10	15	46	55	6	53
17	62	47	56	13	58	23	36
42	29	14	11	48	45	52	5
63	18	31	44	57	12	35	22
30	43	2	49	20	33	4	51
1	64	19	32	3	50	21	34

où la route étant représentée en forte

I 64,

& la dernière 64 conduisant à 63, 31, 49, on aura deux transformées :

I. I 31. 64 32,

II. I 49. 64 50,

car la case 63 ne change rien dans la proposée.



19. Puisqu'il n'y a que deux cases qui aboutissent à la première 1, renversons ces deux transformées pour avoir :

I. 32 64. 31 1,

II. 50 64. 49 1,

& maintenant, la dernière 1 conduisant à 2 & 18, nous en tirons ces deux nouvelles :

A. 32 64. 31 18. 1 17,

B. 50 64. 49 18. 1 17,

où la dernière 17 conduisant à 16, 10, 14, 18, nous obtiendrons

C. 32 64. 31 18. 1 10. 17 11,

D. 50 64. 49 18. 1 10. 17 11,

E. 32 64. 31 18. 1 14. 17 15,

F. 50 64. 49 18. 1 14. 17 15.

La dernière 11 conduit à 46, 58, 12, 20, 2, 18, 62, 10, & donne

G. 32 46. 11 17. 10 1. 18 . . 31. 64 47,

H. 50 64. 49 46. 11 17. 10 1. 18 45,

I. 32 58. 11 17. 10 1. 18 . . 31. 64 59,

K. 50 58. 11 17. 10 1. 18 . . 49. 64 59,

L. 32 64. 31 20. 11 17. 10 1. 18. 19,

M. 50 64. 49 20. 11 17. 10 1. 18. 19,

N. 32 64. 31 18. 1. 2. 11 17. 10 3,

O. 50 64. 49 18. 1. 2. 11 17. 10 3,

P. 32 62. 11 17. 10 1. 18 . . 31. 64. 63,

Q. 50 62. 11 17. 10 1. 18 . . 49. 64. 63.



20. Or E & F dont la dernière 15 conduit à 33, 8, 58, 48, 14, 62, 16, 60, donneront ces transformées :

<i>g.</i>	32	..	38.15	...	17.14	...	1.18	...	31.64	..	39,
<i>h.</i>	50	..	64.49	...	38.15	...	17.14	...	1.18	...	37,
<i>i.</i>	32	..	64.31	...	18.1	...	8.15	...	17.14	..	9,
<i>k.</i>	50	..	64.49	...	18.1	...	8.15	...	17.14	..	9,
<i>l.</i>	32	..	58.15	...	17.14	...	1.18	...	31.64	..	59,
<i>m.</i>	50	..	58.15	...	17.14	...	1.18	...	49.64	..	59,
<i>n.</i>	32	..	48.15	...	17.14	...	1.18	...	31.64	..	49,
<i>o.</i>	50	..	64.49.48.15	...	17.14	..	1.18	...	...	..	47,
<i>p.</i>	32	..	62.15	...	17.14	...	1.18	...	31.64.63,		
<i>q.</i>	50	..	62.15	...	17.14	...	1.18	...	49.64.63,		
<i>r.</i>	32	..	60.15	...	17.14	...	1.18	...	31.64..61,		
<i>s.</i>	50	..	60.15	...	17.14	...	1.18	...	49.64..61,		

Mais, parmi toutes ces transformées, il ne s'en trouve pas encore une qui soit rentrante en elle-même, mais leurs transformées ultérieures en fourniront assez.

21. Prenons la route indiquée par la lettre G, où la dernière case 47 communiquant avec celles-ci : 26, 46, 48, 41, 18, 42, 28, 16, les dernières cases qu'on aura par ces transformations, seront : 27, 11, 47, 45, 19, 43, 29, 17, dont 43 communique avec la première 32, & donne par conséquent cette route rentrante,

32 .. 42.47 .. 64.31 .. 18.1 .. 10.17 .. 11.46 .. 43,

laquelle pourra donc être représentée en sorte

1 .. 10.17 .. 11.46 .. 43.32 .. 42.47 .. 64.31 .. 18,



& marquant les cases par l'ordre naturel des nombres, on aura cette route rentrante.

30	55	46	9	28	57	40	7
47	12	29	56	45	8	27	58
54	31	10	13	18	41	6	39
11	48	33	42	15	44	59	26
32	53	14	17	34	19	38	5
49	64	51	20	43	16	25	60
52	21	2	35	62	23	4	37
1	50	63	22	3	36	61	24

22. La route indiquée par la lettre H ayant 45 pour sa dernière case, les cases

communiquantes sont: 6, 36, 22, 4, 20, 44, 56, 46,

& les dernières seront: 5, 37, 23, 3, 21, 45, 57, 11,

où 57 communique avec la première 50, d'où résulte cette route rentrante:

50 . . 56.45 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.46 . . 49.64 . . 57;
qui pourra aussi être représentée en sorte:

1 . . 10.17 . . 11.46 . . 49.64 . . 57.50 . . 56.45 . . 18,

42	55	26	9	44	57	34	7
25	12	43	56	27	8	45	58
54	31	10	13	18	35	6	39
11	24	19	36	15	28	59	46
40	53	14	17	20	37	32	5
23	64	51	38	29	16	47	60
52	39	2	21	62	49	4	37
1	22	63	50	3	30	61	48

qui ne diffère pas beaucoup de la précédente.



23. Les routes indiquées par I & K ayant la dernière case 59, on aura

les cases communicantes: 54, 6, 58, 56, 10, 60,

les dernières pour I seront: 55, 5, 11, 57, 9, 59,

or les dernières pour K: 55, 5, 11, 57, 9, 59,

d'où nous tirons encore deux rentrantes, puisque 57 communique tant avec 32 que 50: savoir

32 . . 56.59 . . 64.31 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.58.57,

50 . . 56.59 . . 64.49 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.58.57,

qui pourront être représentées en sorte:

1 . . 10.17 . . 11.58.57.32 . . 56.59 . . 64.31 . . 18,

1 . . 10.17 . . 11.58.57.50 . . 56.59 . . 64.49 . . 18,

De même, les routes L & M finissant par 19, on aura

les cases communicantes avec 19 - - 30.18.44.20,

de là les dernières pour L - - - 29.19.45.11,

- - - - - pour M - - - 29.19.45.11,

où il n'y a aucune rentrante. Les routes N & O finissant par 3, on aura par rapport à cette dernière:

les cases communicantes - - - 2, 44, 12, 4,

alors la dernière devient pour N - - 11, 45, 13, 3,

- - - - - pour O - - 11, 43, 15, 3,

où il n'y en a point non plus.

24. S'il valoit la peine, on pourroit, en poursuivant ces transformations, trouver plusieurs autres routes rentrantes en elles-mêmes, & on ne manqueroit pas de découvrir des moyens pour abrégier les opérations, en achevant deux ou plusieurs à la fois, afin qu'on arrive plutôt au but proposé. Aussi n'est-ce pas mon dessein d'assigner toutes



res les routes possibles, qui soient rentrantes en elles-mêmes, ce qui feroit un ouvrage aussi pénible qu'inutile; & je me contente d'avoir donné une méthode sûre pour trouver autant de routes qu'on voudra; méthode dont l'application n'est pas difficile en chaque cas. Mais on peut ajouter à la question principale encore des conditions, qui la rendent plus curieuse, comme si l'on exigeoit, que les nombres qui se trouvent dans des cases opposées aient la même différence, qui doit être 32 comme la moitié du nombre de toutes les cases. Or chaque case en a une, qui lui est opposée, de sorte que la ligne droite tirée par les centres de ces deux cases divise le carré en deux parties égales. On demande donc que les nombres 33, 34, 35, 36 . . . 64, se trouvent à l'opposite des nombres 1, 2, 3, 4 . . . 32.

25. Pour trouver de telles routes diagonales, on n'a qu'à commencer par écrire les nombres 1, 2, 3, 4, &c. conformément à la marche du cavalier, & à mesure qu'on écrit ces nombres, mettre les nombres 33, 34, 35, 36, &c. dans les cases opposées, & pour suivre cet arrangement, tant qu'on pourra: comme on peut le voir par la figure ci-jointe

10	29	48	35	8	31	46	33
49	36	9	30	47	34	7	58
28	11	A	C	f	45	32	19
37	50	B	D	e	6	59	44
12	27	38	E	d	b	18	5
51	64	13	F	c	a	43	60
26	39	2	15	62	41	4	17
1	14	63	40	3	16	61	42

Ici j'ai pu continuer la suite des nombres 1, 2, 3, jusqu'à 19, & celle des nombres 33, 34, 35, jusqu'à 51. Mais en rétrogradant je suis passé de 1 par 64, 63 jusqu'à 58, & de 33 j'ai pu reculer jusqu'à 26. Douze cases sont restées vuides que j'ai remplies des lettres A, a, B, b, C, c, D, d, E, e, F, f, disposées par des cases opposées.



26. Nous avons donc deux séries séparées de cases, qui se suivent selon la marche du cavalier :

58 64. 1 19,
29 51.

La case 19 aboutissant à 6, nous aurons ces transformées, qui pourront être continuées plus loin :

58 64. 1 6. 19 7, *f*, B, *d*, C,
26 38. 51 39, F, *b*, D, *c*,

Maintenant, la case C communiquant aux cases de la première suite, 8, 6, *d*, ne fournit pas de nouvelles transformations. Mais retranchons les deux dernières, & puisqu'il suffit de transformer une seule suite, parce que l'autre en est déterminée, prenons la première

58 64. 1 6. 19 7, *f*, B,

où B aboutissant à 12 donne cette transformée à continuer

58 64. 1 6. 19 12. B. *f*. 7 11. D. *c*.

Or *c* étant communicable à 16, on aura

58 . . 64. 1 . . 6. 19 . . 16. *c*. D. 11 . . 7. *f*. B. 12 . . 15. *a*. E,

& l'autre suite sera

26 38. 51 . . 48. C. *d*. 43 . . 39. F. *b*. 44 . . 47. A. *e*,

où toutes les cases sont comprises.

37. Maintenant il faut lier ces deux suites ensemble, en sorte que la fin de l'une aboutisse au commencement de l'autre. Pour cet effet transformons la première dont la fin E communique avec la case 62, & la fin devenant alors 63 sera cohérente avec le commencement de l'autre 26. Cette transformation donne donc :

58 . . 62. E. *a*. 15 . . 12. B. *f*. 7 . . 11. D. *c*. 16 . . 19. 6 . . 1. 64 . . 63
26 . . 30. *e*. A. 47 . . 44. *b*. F. 39 . . 43. *d*. C. 48 . . 51. 38 31



& on a en même tems une route rentrante en elle-même, & douée de la condition prescrite :

14	59	42	35	16	31	54	33
41	36	15	58	55	34	17	30
60	13	56	43	18	53	32	7
37	40	19	12	57	6	29	52
20	61	38	25	44	51	8	5
39	64	21	50	11	24	45	28
62	49	2	23	26	47	4	9
1	22	63	48	3	10	27	46

28. Ayant trouvé une seule route de cette nature, il est aisé de la transformer en plusieurs manières différentes en lui conservant la même propriété. Car, de quelque manière qu'on partage la suite rentrante des nombres 1 64 en deux moitiés, l'une contient toujours les cases opposées de l'autre; comme on peut voir par ces bisections :

$$\begin{array}{l} 1 \dots 32 \mid 2 \dots 33 \mid 3 \dots 34 \mid 4 \dots 35 \mid \\ 33 \dots 64 \mid 34 \dots 64.1 \mid 35 \dots 64.1.2 \mid 36 \dots 64.1 \dots 3 \end{array}$$

où les deux moitiés sont toujours cohérentes. Maintenant, on n'a qu'à prendre une telle bisection à volonté, & transformer les deux moitiés semblablement, jusqu'à ce qu'elles redeviennent cohérentes. Ainsi, prenons la moitié 3 34 dont le bout 34 communiquant à 7 donne la transformée 3 7. 34 . . . 8, & par renversement 8 . . . 34. 7 . . . 3, dont le bout 3 communiquant à 24 donne

$$8 \dots 24.3 \dots 7.34 \dots 25,$$

& l'autre moitié fera

$$40 \dots 56.35 \dots 39.2.1.64.1 \dots 57,$$

qui



qui sont cohérentes par leurs bouts 25, 40, & 8, 57. Nous pourrions donc représenter en sorte cette nouvelle route:

1. 2. 39 35.56 40.25 32,
33.34.7 3.24 8.57 64.

29. La même moitié 3 34, puisque le premier bout 3 communique à 24, donne par la transformation:

23 3.24 34,

& 34 communiquant à 7 donne

23 7.34 24.3 6,

& l'autre moitié fera

55 39.2.1.64 . . 56.35 38,

qui est cohérente. Par conséquent nous aurons une route représentée par ces deux moitiés:

1. 2. 39 55.6 3.24 32,
33.34.7 23.38 35.56 64.

La moitié 4 35, à cause de la communication du bout 35 avec 18, donne

4 18.35 19,

qui est déjà cohérente avec

36 50.3 1.64 51,

d'où nous tirons cette route:

1 3.50 36.19 32
33 35.18 4.51 64,

& d'autres transformations de la même moitié donnent

1 3.50 43.36.19 23.10 5.24 32
33 35.18 11.4.51 55.42 47.56 64.



30. Voilà donc 4 autres routes, qui ont la même propriété que celle du §. 27.

50	59	22	7	48	31	10	33
23	6	49	58	9	34	47	30
60	51	8	21	46	11	32	35
5	24	45	52	57	36	29	12
44	61	4	25	20	13	56	37
3	64	43	14	53	40	19	28
62	15	2	41	26	17	38	55
1	42	63	16	39	54	27	18

42	59	6	55	44	31	18	33
5	54	43	58	19	34	45	30
60	41	56	7	46	17	32	35
53	4	47	40	57	20	29	16
48	61	52	25	8	15	36	21
3	64	49	14	39	24	9	28
62	13	2	51	26	11	22	37
1	50	63	12	23	38	27	10

40	59	12	35	38	31	54	33
13	18	39	58	55	34	37	30
60	41	56	11	36	53	32	47
17	14	19	42	57	48	29	52
20	61	16	25	10	51	46	49
15	64	21	4	43	24	9	28
62	5	2	23	26	7	50	45
1	22	63	6	3	44	27	8

40	59	50	35	38	31	48	33
51	12	39	58	49	34	37	30
60	41	56	11	36	47	32	21
55	52	13	42	57	22	29	46
14	61	54	25	10	45	20	23
53	64	15	4	43	24	9	28
62	5	2	17	26	7	44	19
1	16	63	6	3	18	27	8

31. A cette condition des cases opposées on peut encore ajouter celle-ci, que la première moitié des nombres 1 32 rem-



remplisse seule la moitié du quarré, en partageant le quarré par une ligne parallele à un côté

								33
a	1	a	b	28	7	14	19	16
	24	27	8	c	20	17	6	13
	9	2	25	22	11	4	15	18
	26	23	10	3	d	21	12	5
								6

en sorte que les nombres 1 32 se trouvent tous au dessous de la ligne $a6$, & les autres 33 64 au dessus. Il faut donc que l'unité se trouve près de la ligne $a6$, afin qu'elle puisse communiquer avec le nombre 64 qui se trouve au dessus.

32. Commençons donc par mettre l'unité à une telle case quelconque, & en vertu de l'opposition la case du nombre 33 sera aussi déterminée: & il faudra faire en sorte qu'elle communique avec celle qui contiendra le nombre 32 au dessous de la ligne $a6$. En essayant une telle disposition je suis parvenu jusqu'au nombre 28, & j'ai écrit dans les cases vuides les lettres a, b, c, d , pour l'arrangement desquelles je fais les transformations suivantes. La suite 1 28, puisque 28 aboutit à 27, 25, 11, 17, donne ces transformées:

I. 1 25. 28 26;

II. 1 11. 28 12;

& III. 1 17. 28 18;

dont aucune ne s'étend à une des cases vuides. Mais après plusieurs transformations on parvient à celle-ci, qui comprend toutes les cases,

1 8. 23 . . . 21. 18 . . . 20. b . 24 . . . 28. 17 . . . 9. a, c, d .



qui se transforme enfin en celle-ci :

1 8.23 . . 21.18 . . 20.6.24 . . 28.17 . . 15.d.c.a.9 . . . 14,
dont la fin 14 communique avec le commencement 33 de l'autre moi-
tié au dessus de la ligne *αβ* : & la fin de celle-ci 64 communiquera
d'elle-même avec la case 1.

33. Voici donc cette route représentée en son entier

	37	62	43	56	35	60	41	50	
	44	55	36	61	42	49	34	59	
	63	38	53	46	57	40	51	48	
<i>α</i>	54	45	64	39	52	47	58	33	<i>β</i>
	1	26	15	20	7	32	13	22	
	16	19	8	25	14	21	6	31	
	27	2	17	10	29	4	23	12	
	18	9	28	3	24	11	30	5	

& il est non seulement aisé d'en trouver par la même méthode plusieurs autres, mais on peut aussi transformer celle-ci en plusieurs manières : dont voici quelques unes :

7 1.8 32

7 1.8 . . . 25.32 26

15 . . . 10.7 . . . 1.8.9.16 . . . 21.24 32.23.22,

qu'on peut encore renverser, de même que la primitive, en la représentant en sorte

32 1



34. Voilà donc encore quelques routes de cette espèce:

35	62	43	56	37	60	41	50
44	55	36	61	42	49	38	59
63	34	53	46	57	40	51	48
54	45	64	33	52	47	58	39
7	26	15	20	1	32	13	22
16	19	8	25	14	21	2	31
27	6	17	10	29	4	23	12
18	9	28	5	24	11	30	3

35	60	43	56	37	62	41	50
44	55	36	61	42	49	38	63
59	34	53	46	57	40	51	48
54	45	58	33	52	47	64	39
7	32	15	20	1	26	13	22
16	19	8	25	14	21	2	27
31	6	17	10	29	4	23	12
18	9	30	5	24	11	28	3

41	60	37	54	43	58	47	50
36	63	42	59	38	49	44	57
61	40	53	34	55	46	51	48
64	35	62	39	52	33	56	45
13	24	1	20	7	30	3	32
16	19	14	23	2	21	8	29
25	12	17	6	27	10	31	4
18	15	26	11	22	5	28	9

62	37	56	41	60	35	54	47
57	42	61	36	55	48	51	34
38	63	44	59	40	53	46	49
43	58	39	64	45	50	33	52
20	1	18	13	32	7	26	11
17	14	21	8	27	12	31	6
2	19	16	23	4	29	10	25
15	22	3	28	9	24	5	30

35. Jusqu'ici j'ai considéré la question telle qu'elle avoit été proposée pour l'échiquier ordinaire divisé en 64 cases. Or comme ce nombre est trop grand, pour qu'on puisse concevoir toutes les variétés qui y peuvent avoir lieu, il sera bon de considérer aussi quelques figures plus simples, qui contiennent un moindre nombre de cases que le cavalier d'échec doit parcourir. Or d'abord il est évident, que, ni un carré de 4, ni un de 9 cases n'y est propre: mais on verra



qu'on ne sauroit-réussir non plus dans un quarré de 16 cases. Car, de quelque maniere qu'on s'y prenne, il restera toujours une case angulaire vuide; & on s'apercevra bientôt, que toutes les transformations qu'on puisse faire, ne sont pas capables de la remplir. Il est clair qu'on devroit commencer, & finir par un coin: & partant deux des quatre cases du milieu seront d'abord remplies, & les deux autres devroient être gardées jusqu'à la fin, ce qui ne se peut pas.

1	8	13	10
14	11	4	7
5	2	9	12
	15	6	3

36. Le premier quarré donc que le cavalier puisse parcourir est celui de 25 cases, qu'on pourra remplir moyennant les mêmes regles, en cas qu'on ne réussisse point au premier essai. Or la marche du cavalier produit toujours cette propriété, que les nombres pairs & impairs se suivent alternativement, comme on peut voir par toutes les figures rapportées jusqu'ici. D'où il est évident, que la dernière case contenant 25 ne sauroit jamais communiquer avec la première 1: & partant il est impossible de trouver une route rentrante en elle-même dans le quarré de 25, ni dans aucune autre figure, qui contient un nombre impair de cases. On comprend de là aussi, qu'on ne sauroit jamais commencer par une case qui contient un nombre pair; car, de quelque maniere qu'on transforme cette route, les nombres pairs tomberont toujours dans les mêmes cases, & les cases angulaires contiendront des nombres impairs. Dans ce quarré de 25 il est aussi clair, qu'il faut absolument ou commencer ou finir par une case angulaire.

37. Mais voyons aussi les transformations, qu'on peut tirer de cette route 1 25 trouvée du quarré de 25 cases.
Or



Or la dernière communiquant aux cases 20, 10, 16, 22, 12, 18, 24, 14, fournit ces transformées:

I.	1 . . . 20.25 . . . 21;	II.	1 . . . 10.25 . . . 11;
III.	1 . . . 16.25 . . . 17;	IV.	1 . . . 22.25 . . . 23;
V.	1 . . . 12.25 . . . 13;	VI.	1 . . . 18.25 . . . 19;
VII.	1 25;	VIII.	1 . . . 14.25 . . . 15.

Donc, commençant par la case angulaire, on peut finir par quelqueune de ces cases 21, 11, 17, 23, 13, 19, 25, 15. Mais la première donne encore ces transformées,

a. 1 . . 6.21 . . 25.20 . . 7; *b.* 1.2.21 . . . 25.20 . . . 3,
& les autres celle-ci:

c. 1.2.11 . . 25.10 . . 3; *d.* 1 . . 8.11 . . 25.10.9,
e. 1 . . 4.17 . . 25.16 . . 5; *f.* 1 . . 8.17 . . 25.16 . . 9,
g. 1 . . 4.23 . . 25.22 . . 4; *h.* 1.2.23 . . 25.22 . . . 3,
i. 1 . . 6.13 . . 25.12 . . 7; *k.* 1.2.13 . . 25.12 . . . 3,
l. 1 . . 6.19 . . 25.18 . . 7; *m.* 1 . . 4.19 . . 25.18 . . 5,
n. 1 . . 6.15 . . 25.14 . . 7; *o.* 1 . . 8.15 . . 25.14 . . 9,
où les dernières cases sont 3, 5, 7, 9.

38. Puisque les cases angulaires 3, 5, 7, ne communiquent qu'à deux autres, elles ne fournissent point par notre méthode de nouvelles transformées. Considérons donc celles qui finissent par 9, & nous tirerons ces transformées,

p. 1 . . 4.9.10.25 . . 11.8 . . 5; *q.* 1 . . 8.11 . . 24.9.10.25,
r. 1 . . 4.9 . . 16.25 . . 17.8 . . 5; *s.* 1 . . 8.17 . . 24.9 . . 16.25,
t. 1 . . 4.9 . . 14.25 . . 15.8 . . 5; *u.* 1 . . 8.15 . . 24.9 . . 14.25.

Maintenant ces nouvelles routes qui finissent par 25, nous conduisent à d'autres transformées: & nous parviendrons à plusieurs autres



routes qui finissent par quelque'une des cases qui sont marquées des nombres impairs: d'où l'on voit qu'en commençant par la case angulaire 1, on peut finir par quelque case marquée d'un nombre impair qu'on voudra; & cela en plusieurs manieres différentes. Ensuite, chaque route pouvant être renversée, le nombre de routes possibles deviendra extrêmement grand.

39. Ici on peut encore ajouter cette condition, que les nombres qui se trouvent en deux cases opposées, fassent partout la même somme, savoir 26. Il faut donc que la première & dernière cases se trouvent en des angles opposés; & pour trouver une telle route, on n'a qu'à commencer à remplir le quarré, & mettre à l'opposite

23	18	5	10	25
6	11	24	19	14
17	22	13	4	9
12	7	2	15	20
1	16	21	8	3

de chaque nombre son complément à 26; & continuer aussi loin qu'on pourra. Mais, puisqu'on fait que la case du milieu doit contenir 13, on ne sauroit presque manquer: & alors, en conservant la même propriété, on en peut tirer plusieurs formes différentes: dont voici quelques unes.

- I. 1 4. 11 5. 14. 13. 12. 21 15. 22 25,
 II. 1 4. 7 . . 5. 14 . . 18. 13. 8 . . 12. 21 . . 19. 22 25,
 III. 1 4. 21 14. 13. 12 5. 22 25,
 IV. 1 5. 14 20. 13. 6 12. 21 25,
 V. 1 . . 4. 11. 12. 21 . . 16. 13. 10 5. 14. 22 25,
 VI. 1 . . 4. 7 . . . 12. 21. 20. 13 6. 5. 14 . . . 19. 22 25,
 VII. 1 . . 4. 21. 12 6. 13. 20 14. 5. 22 25.

40. Dans toutes ces variations, tant les quatre premiers nombres 1 4, que les quatre derniers 22 25, avec celui du milieu 13, demeurent invariables, de sorte que les variations ne s'étendent que sur les autres. D'où il semble aussi, que la route trouvée avec



avec les 7 variations épuisent entièrement cette espèce: voici donc toutes ces 8 routes représentées à la fois.

23	18	5	10	25
6	11	24	19	14
17	22	13	4	9
12	7	2	15	20
1	16	21	8	3

23	18	11	6	25
10	5	24	17	12
19	22	13	4	7
14	9	2	21	16
1	20	15	8	3

23	12	7	16	25
6	17	24	21	8
11	22	13	4	15
18	5	2	9	20
1	10	19	14	3

23	8	21	16	25
20	15	24	7	12
9	22	13	4	17
14	19	2	11	6
1	10	5	18	3

23	10	19	14	25
18	5	24	9	20
11	22	13	4	15
6	17	2	21	8
1	12	7	16	3

23	20	15	8	25
14	9	24	21	16
19	22	13	4	7
10	5	2	17	12
1	18	11	6	3

23	16	21	8	25
12	7	24	15	20
17	22	13	4	9
6	11	2	19	14
1	18	5	10	3

23	10	5	18	25
14	19	24	11	6
9	22	13	4	17
20	15	2	7	12
1	8	21	16	3

41. Les routes trouvées ci-dessus pour un carré de 25 cases se peuvent ainsi disposer qu'elles remplissent un carré de 100 cases, en sorte que la route devienne rentrante en elle-même. Voici un tel carré de 100 cases.

30	41	46	37	32	53	60	67	72	55
47	36	31	40	45	68	73	54	61	66
42	29	38	33	50	59	52	63	56	71
35	48	27	44	39	74	69	58	65	62
28	43	34	49	26	51	64	75	70	57
7	20	25	14	1	76	99	84	93	78
12	15	8	19	24	89	94	77	98	85
21	6	13	2	9	100	83	88	9	92
16	11	4	23	18	95	90	81	86	97
5	22	17	10	3	82	87	96	91	80

où les nombres sont disposés en quatre quartiers, dont chacun contient la même route.



42. Avant que de finir, j'ajouterai encore quelques autres figures, & parmi les rectangulaires, la plus simple que le cavalier puisse parcourir, est de 12 cases, la largeur contenant 3, & la longueur 4, dont voici quelques routes:

10	7	2	5
1	4	9	12
8	11	6	3

3	6	11	8
12	9	2	5
1	4	7	10

3	6	9	12
8	11	2	5
1	4	7	10

12	9	6	3
1	4	11	8
10	7	2	5

Mais on voit aisément, que des routes rentrantes ne sauroient ici avoir lieu. Si la largeur contient trois cases, & la longueur 5 ou 6, il est impossible de les parcourir: mais, donnant à la longueur 7 ou plusieurs cases, on pourra réussir, pourtant sans rentrer:

3	8	5	18	15	10	13
6	19	2	9	12	21	16
1	4	7	20	17	14	11

15	18	21	2	5	8	11
20	1	16	13	10	3	6
17	14	19	4	7	12	9

Or, si nous donnons 4 cases à la largeur, & 5 ou plusieurs à la longueur, on aura ces routes:

14	7	20	3	16
19	2	15	8	11
6	13	10	17	4
1	18	5	12	9

16	7	22	3	18	11
23	2	17	12	21	4
8	15	6	19	10	13
1	24	9	14	5	20

20	7	26	13	18	5	24
27	14	19	6	25	12	17
8	21	2	15	10	23	4
1	28	9	22	3	16	11

43. Jusqu'ici les routes rentrantes en elles-mêmes ne peuvent pas avoir lieu; mais, donnant 5 cases à la largeur, & 6 à la longueur, on pourra aussi remplir cette condition, de même que dans tous les autres rectangles, dont le nombre des cases est pair, pourvu qu'il n'y ait pas moins de 5 cases dans un côté. Envoici des exemples:

3	20	13	24	5	18
12	29	4	19	14	25
21	2	23	8	17	6
28	11	30	15	26	9
1	22	27	10	7	16

30	21	6	15	28	19
7	16	29	20	5	14
22	31	8	35	18	27
9	36	17	26	13	4
32	23	2	11	34	25
1	10	33	24	3	12



où cette autre figure est un carré de 36 cases, & la route est non seulement rentrante en elle-même, mais les nombres dans les cases opposées ont partout la même différence de 18.

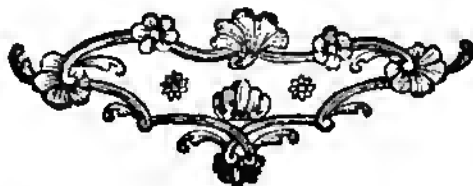
44. Mais, sans se borner aux figures rectangulaires, on peut former à volonté quantité d'autres figures, où le cavalier peut passer par routes les cases: dont j'ajouterai quelques unes, qui sont plus simples, & qui admettent même des routes rentrantes en elles-mêmes.

	10	7	
12	5	2	9
3	8	11	6
	1	4	

		14	19	
		7	12	
6	13	20	15	18
1	8	5	10	3
		2	17	
		9	4	

		1	14	7	22	
15	8	21	32	13	24	
2	31	26	23	6	19	
9	16	29	20	25	12	
30	3	10	27	18	5	
	28	17	4	11		

		1	20	7	26	
21	8	27	32	19	14	
2	29	12	15	6	25	
9	22	31	10	13	18	
30	3	16	17	24	5	
	10	23	4	7		





R E C H E R C H E S

S U R

LE DÉRANGEMENT DU MOUVEMENT D'UNE
PLANETE PAR L'ACTION D'UNE AUTRE PLANETE,
OU D'UNE COMETE.

P A R M. J. A. E U L E R.

En considérant une planete, qui n'étant attirée que par le Soleil décrirait une ellipse selon les loix connues, il est clair que ce mouvement sera dérangé par l'action d'une autre planete, ou d'une comete.

C'est une suite nécessaire du principe général de l'Astronomie, en vertu duquel les corps célestes sont sollicités par les mêmes forces que s'ils s'attiroient mutuellement en raison réciproque du carré de leurs distances, en y joignant celle de leurs masses.

Or les masses des planetes & des cometes étant très petites par rapport à celle du soleil, l'effet qui résulte de leur action mutuelle doit être très petit à moins que leurs distances ne deviennent assez petites.

C'est cette action mutuelle des planetes, qui est la cause du mouvement de leurs aphélies, & des autres dérangemens dans l'axe & dans l'excentricité de leurs orbites, qu'on observe surtout dans Saturne & Jupiter. De là on ne sauroit douter qu'à l'approche d'une comete le mouvement des planetes ne souffre quelque altération.

Voilà donc un probleme bien important dans l'Astronomie, où l'on demande les dérangemens dans le mouvement d'une planete, qui sont causés par l'action, ou d'une autre planete, ou d'une comete.

Mais



Mais ce probleme est assujetti à des difficultés si insurmontables, qu'on est obligé de se contenter des approximations, qui nous découvrent à peu près les dérangemens que nous cherchons.

Il dépend de l'adresse de l'Analyste de rendre ces approximations aussi simples qu'il est possible, & de les représenter d'une maniere propre à en faire usage dans la pratique. C'est là le but que je me propose dans les recherches présentes.

I. Je regarde le centre du Soleil comme en repos en A, pour y rapporter les lieux des planetes & des cometes; je considère encore deux corps dont chacun décrive autour du Soleil son orbite, qui soit troublée par l'action de l'autre; de sorte que ni l'un ni l'autre ne suive exactement les loix Képlériennes. Je suppose de plus que ces dérangemens sont fort petits; & partant il me sera permis, en cherchant les dérangemens de l'un, de regarder le mouvement de l'autre comme connu & d'accord avec les loix de Képler. Il est indifférent, si ces deux corps marquent l'un & l'autre des planetes ou des cometes, ou bien l'un une planete & l'autre une comete; & partant la même solution servira à déterminer les dérangemens tant d'une planete que d'une comete, entant qu'ils sont produits par l'action d'une autre planete ou comete. Fig. 1.

II. Que le mouvement du corps, dont le mouvement est supposé connu, se fasse dans le plan que la table représente, & que ce corps s'y trouve à présent en P; or l'autre corps, dont le mouvement est troublé par l'attraction de celui-là, soit présentement en Z hors du plan de la table, où il aura une certaine vitesse selon une certaine direction Zz, par laquelle il décrira dans un instant l'élément Zz. En faisant abstraction du corps P, ce mouvement élémentaire appartiendra à une certaine section conique, ayant l'un de ses foyers en A, dans laquelle le corps continueroit à se mouvoir conformément aux regles de Képler, s'il n'étoit pas assujetti à l'action de l'autre corps P. Or, à cause de cette action, le mouvement du corps Z appartiendra à une nouvelle section conique & pour connoître ce mouvement, on



n'aura qu'à déterminer pour chaque instant cette section conique, à laquelle il appartient.

III. Soit donc $\Omega\Pi Z$ l'orbite à laquelle le mouvement du corps Z appartient à présent, laquelle coupe le plan de l'orbite de l'autre corps P par la droite $A\Omega$, qu'on nomme la ligne des noeuds. Dans cette orbite il faut remarquer la position de l'axe, ou le lieu de son périhélie, qui soit en Π , avec le parametre & l'excentricité. Alors l'angle ΠAZ représente l'anomalie vraie, qu'on prend communément depuis l'aphélie pour les planetes; mais, afin qu'on puisse appliquer ces recherches au mouvement des cometes, il vaudra mieux de compter l'anomalie vraie depuis le périhélie, ce qui revient au même.

IV. Soit AB une ligne fixe dans le plan du mouvement du corps P , depuis laquelle on compte les elongations ou longitudes, & faisons les dénominations suivantes:

- 1°. La longitude du corps P , ou l'angle $BAP = \theta$.
- 2°. Sa distance au soleil, ou la ligne $AP = u$.
- 3°. La longitude de la ligne des noeuds, ou l'angle $BA\Omega = \psi$.
- 4°. L'inclinaison de l'orbite $\Omega\Pi Z$ au plan $BAP = \omega$.
- 5°. Pour la position du périhélie Π , l'angle $\Omega A \Pi = \xi$.
- 6°. Le demi-parametre de l'orbite $\Omega\Pi Z = p$.
- 7°. L'excentricité de l'orbite $= q$.
- 8°. L'anomalie vraie présente du corps Z , ou l'angle $\Pi AZ = s$.
- 9°. L'argument de latitude, ou l'angle $\Omega AZ = \xi + s = \sigma$.
- 10°. La distance du corps Z au soleil, ou la ligne $AZ = v$.

Cela posé, on aura $v = \frac{p}{1 + q \cos s}$; & le demi-axe de l'orbite

fera



fera $= \frac{p}{1 - qq}$, que je poserai dans la suite $= r$, de sorte que

$$p \text{ soit } = r(1 - qq), \quad \& \quad q = \sqrt{1 - \frac{p}{r}}.$$

V. Si le mouvement du corps Z n'étoit pas assujetti à l'action du corps P, les quantités $\psi, \omega, \xi, p, q, r$, demeureroient les mêmes sans souffrir la moindre altération; mais l'action du corps P causera dans ces quantités des changemens continuels, de sorte qu'elles doivent être censées croître de leurs différentiels $d\psi, d\omega, d\xi, dp, dq, \& dr$, pendant l'élément du tems dt . Pour introduire plus commodément cet élément du tems dt dans le calcul, supposons que le corps Z achève dans ce tems l'angle infiniment petit $d\phi$, & en posant la masse du soleil $= A$, celle du corps P $= B$, on fait par les principes de Mécanique, qu'il y aura $d\phi = \frac{dt \sqrt{2gp(A+B)}}{vv}$.

Donc si ce corps décrivoit uniformément autour du soleil un cercle dont le rayon $= c$, & qu'il parcourût dans le tems dt l'angle élémentaire $d\zeta$,

$$\text{on auroit } d\zeta = \frac{dt \sqrt{2g(A+B)}}{c \sqrt{c}}, \quad \& \text{ partant } dt \sqrt{2g(A+B)} = cd\zeta \sqrt{c},$$

$$\text{ou } dt = \frac{cd\zeta \sqrt{c}}{\sqrt{2g(A+B)}}, \text{ d'où, au lieu du tems } dt, \text{ on pourra intro-}$$

roduire l'angle élémentaire $d\zeta$, qui est connu par le mouvement

$$\text{moyen. De là on aura donc d'abord } d\phi = \frac{cd\zeta \sqrt{cp}}{vv}.$$

VI. Tout revient donc à déterminer les changemens élémentaires $d\psi, d\omega, d\xi, dp, dq, dr$, causés par l'action du corps P dans l'élément du tems dt , auquel répond le mouvement moyen par l'an-

$$\text{gle élémentaire } d\zeta, \text{ de sorte que } dt = \frac{cd\zeta \sqrt{c}}{\sqrt{2g(A+B)}}, \text{ où } g$$

est une certaine constante, qui évanouira du calcul par cette substitution. Pour cet effet, il faut considérer les forces dont les trois corps



proposés se sollicitent mutuellement. Posant donc la masse du soleil $\equiv A$, celle du corps $Z \equiv B$, & du corps $P \equiv C$, & les distances $AZ \equiv v$, $AP \equiv u$, & $PZ \equiv w$, le corps Z est attiré immédiatement vers le soleil par la force $ZA \equiv \frac{A}{vv}$, & vers le corps P par la force $ZP \equiv \frac{C}{ww}$. Ensuite, puisque le soleil est attiré vers Z par la force $AZ \equiv \frac{B}{vv}$, & vers P par la force $AP \equiv \frac{C}{uu}$, ces forces doivent être appliquées en sens contraire au corps Z , d'où ce corps fera sollicité, outre les forces précédentes, par une force suivant $ZA \equiv \frac{B}{vv}$, & par une suivant la direction $PA \equiv \frac{C}{uu}$, de sorte qu'en tout, le corps Z fera sollicité par ces trois forces,

$$1^{\circ}. \text{ selon } ZA \equiv \frac{A+B}{vv}; \quad 2^{\circ}. \text{ selon } ZP \equiv \frac{C}{ww}; \quad 3^{\circ}. \text{ selon } PA \equiv \frac{C}{uu}.$$

VII. Maintenant il faut réduire ces forces à des directions fixes. Pour cet effet, baïssons de Z sur le plan BAP la perpendiculaire ZY , & de Y tirons à la droite fixe AB la perpendiculaire XY , pour avoir les trois coordonnées $AX \equiv x$; $XY \equiv y$, & $YZ \equiv z$, selon les directions desquelles il faut décomposer les forces trouvées. De là la force $ZA \equiv \frac{A+B}{vv}$, donnera les forces

$$\text{selon } XA \equiv \frac{(A+B)x}{v^3}; \quad \text{selon } YX \equiv \frac{(A+B)y}{v^3};$$

$$\text{selon } ZY \equiv \frac{(A+B)z}{v^3}.$$



La force $ZP = \frac{C}{w w}$ donnera ces forces

$$\text{felon } AX = \frac{C \cdot XQ}{w^3}; \quad \text{felon } XY = \frac{C \cdot PS}{w^3}; \quad \text{felon } ZY = \frac{C \cdot ZY}{w^3},$$

ayant tiré perpendiculairement PQ sur AB , & YS sur PQ .
Donc, puisque $AQ = u \cos \theta$, & $PQ = u \sin \theta$, ces forces seront :

$$\text{felon } AX = \frac{C(u \cos \theta - x)}{w^3}; \quad \text{felon } XY = \frac{C(u \sin \theta - y)}{w^3};$$

$$\text{felon } ZY = \frac{Cz}{w^3}.$$

Enfin la force $PA = \frac{C}{u u}$ donne celles-ci

$$\text{felon } XA = \frac{C \cos \theta}{u u}, \quad \& \quad \text{felon } YX = \frac{C \sin \theta}{u u}.$$

VIII. Donc, pour les directions de nos trois coordonnées, nous aurons les forces suivantes :

$$1^{\circ}. \text{ La force selon } AX = -\frac{(A+B)x}{v^3} + \frac{C(u \cos \theta - x)}{w^3} - \frac{C \cos \theta}{u u}.$$

$$2^{\circ}. \text{ La force selon } XY = -\frac{(A+B)y}{v^3} + \frac{C(u \sin \theta - y)}{w^3} - \frac{C \sin \theta}{u u}.$$

$$3^{\circ}. \text{ La force selon } YZ = -\frac{(A+B)z}{v^3} - \frac{Cz}{w^3}.$$

Prenant donc l'élément du tems dt constant, & pour g la même constante que j'ai employée ci-dessus, les principes de Mécanique fournissent les trois équations différentielles suivantes :

$$1^{\circ}. ddx = -2gdt^2 \left(\frac{(A+B)x}{v^3} + \frac{C(x-u \cos \theta)}{w^3} + \frac{C \cos \theta}{uu} \right).$$

$$2^{\circ}. ddy = -2gdt^2 \left(\frac{(A+B)y}{v^3} + \frac{C(y-u \sin \theta)}{w^3} + \frac{C \sin \theta}{uu} \right).$$

$$3^{\circ}. ddz = -2gdt^2 \left(\frac{(A+B)z}{v^3} + \frac{Cz}{w^3} \right).$$

IX. Introduisons, au lieu du tems infiniment petit dt , l'angle élémentaire $d\zeta$, qui lui est proportionnel, & connu par le mouvement moyen qui répond à la distance $= c$ au soleil. Ayant donc $2g(A+B)dt^2 = c^3 d\zeta^3$, si nous posons, pour abréger $\frac{C}{A+B} = n$, de sorte que $n:1$ marque le rapport de la masse du corps P à la somme des masses du soleil & du corps Z , que je regarde comme connu; nos équations se réduiront aux formes suivantes;

$$1^{\circ}. ddx = -c^3 d\zeta^2 \left(\frac{x}{v^3} + \frac{n(x-u \cos \theta)}{w^3} + \frac{n \cos \theta}{uu} \right).$$

$$2^{\circ}. ddy = -c^3 d\zeta^2 \left(\frac{y}{v^3} + \frac{n(y-u \sin \theta)}{w^3} + \frac{n \sin \theta}{uu} \right).$$

$$3^{\circ}. ddz = -c^3 d\zeta^2 \left(\frac{z}{v^3} + \frac{nz}{w^3} \right).$$

où l'angle élémentaire $d\zeta$ est constant. Or les distances $AZ = v$, & $PZ = w$ sont déterminées en sorte par nos trois coordonnées x, y, z .

$$v = \sqrt{xx + yy + zz}, \text{ donc } vdv = xdx + ydy + zdz, \text{ \& } \\ w = \sqrt{(u \cos \theta - x)^2 + (u \sin \theta - y)^2 + zz}, \text{ ou bien } \\ w = (vv + uu - 2u(x \cos \theta + y \sin \theta)).$$

X. Tout revient donc à la résolution de ces trois équations, qui ne seroit pas difficile si le nombre n étoit $= 0$, ou si la masse du



du corps P évanouïssoir. Or faisons les mêmes opérations, & multiplions d'abord la 1^e. par $2dx$, la 2^e. par $2dy$, & la 3^e. par $2dz$ pour avoir cette somme, à cause de $x dx + y dy + z dz = v dv$

$$2xdx + 2ydy + 2zdz = -2c^3 d\zeta^2 \left(\frac{dv}{v} + \frac{nv \cdot dv}{w^3} - nu(dx \cos \theta + dy \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \right),$$

qui étant intégrée, autant qu'il se peut, donne:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - n \int \frac{v \cdot dv}{w^3} + n \int u(dx \cos \theta + dy \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \right),$$

ayant introduit une constante arbitraire E. Ici il faut remarquer que $dx^2 + dy^2 + dz^2$ exprime le carré de l'élément Zz , lequel, posant l'angle élémentaire $ZAz = d\phi$, étant aussi $= dv^2 + v dv d\phi^2$, nous aurons cette équation:

$$dv^2 + v dv d\phi^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - n \int \frac{v \cdot dv}{w^3} + n \int u(dx \cos \theta + dy \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \right),$$

où les termes affectés par n n'ont pas admis l'intégration.

XI. Ensuite la première par y , moins la seconde par x , donnera

$$yddx - xddy = -c^3 d\zeta^2 \left(-nu(y \cos \theta - x \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \right), \text{ ou}$$

$$yddx - xddy = d.(ydx - xdy) = nc^3 u d\zeta^2 (y \cos \theta - x \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

De même la première par z moins la troisième par x donne

$$zddx - xddz = -c^3 d\zeta^2 (-nuz \cos \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right), \text{ ou}$$

$$zddx - xddz = d.(zdx - xdz) = nc^3 uz d\zeta^2 \cos \theta \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$



Enfin la seconde par z , moins la troisième par y , fournit :

$$zddy - yddz = -c^3 d\zeta^2 (-nuz \sin \theta) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right), \text{ ou}$$

$$zddy - yddz = d.(zdy - ydz) = nc^3 uz d\zeta^2 \sin \theta \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Voilà donc encore trois équations qui seroient intégrables, si le nom-

bre $n = \frac{C}{A + B}$ ou la masse du corps P, évanouissoit.

XII. Maintenant il faut chasser les coordonnées x, y, z , & introduire à leur place les élémens de mouvement exposés ci-dessus. Dans cette vue tirons de Y sur la ligne des noeuds AΩ la perpendiculaire YN, & la droite ZN y étant aussi perpendiculaire, l'angle ZNY sera égal à l'inclinaison de l'orbite ΩAZ sur l'orbite BAP, & partant ZNY = ω. Donc, puisque que l'angle ΩAZ = ξ + s = σ, le triangle rectangle ZAN donne

$$AN = v \cos \sigma, \quad \& \quad ZN = v \sin \sigma.$$

D'où le triangle rectangle ZNY fournit

$$YN = v \sin \sigma \cos \omega, \quad \& \quad YZ = v \sin \sigma \sin \omega.$$

De là, ayant posé l'angle BΛΩ = ψ, on aura

$$AX = v \cos \sigma \cos \psi - v \sin \sigma \cos \omega \sin \psi, \quad \& \quad XY = v \cos \sigma \sin \psi + v \sin \sigma \cos \omega \cos \psi,$$

& partant nos trois coordonnées x, y, z , seront

$$x = v (\cos \sigma \cos \psi - \sin \sigma \sin \psi \cos \omega); \quad y = v (\cos \sigma \sin \psi + \sin \sigma \cos \psi \cos \omega); \\ z = v \sin \sigma \sin \omega.$$

XIII. Substituons successivement ces valeurs dans nos formules; & d'abord pour la distance PZ = w, nous aurons :

$$x \cos \theta + y \sin \theta = v (\cos \sigma \cos (\theta - \psi) + \sin \sigma \sin (\theta - \psi) \cos \omega).$$

Où il est bon de remarquer que, menant YM perpendiculaire à AP, on aura AM = x cos θ + y sin θ, à cause de l'angle BAP = θ.

Donc



Donc, puisque ZM est perpendiculaire à AP, la fraction $\frac{AM}{AZ} = \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{v}$ exprime le cosinus de l'angle PAZ, ou de la distance de deux corps P & Z vue du soleil. Donc si nous posons cet angle $PAZ = \lambda$, à cause de $x \cos \theta + y \sin \theta = v \cos \lambda$, nous aurons la distance

$$PZ = w = V(vv + uu - 2vu \cos \lambda),$$

& l'angle λ sera déterminé par les autres élémens en sorte

$$\cos \lambda = \cos \sigma \cos(\theta - \psi) + \sin \sigma \sin(\theta - \psi) \cos \omega,$$

Or, pour trouver de là plus commodément la distance w , on n'a qu'à chercher un angle v , de sorte que $\tan v = \frac{v \sin \lambda}{u - v \cos \lambda}$, & alors on aura $w = \frac{v \sin \lambda}{\sin v}$.

XIV. Ensuite, pour la formule $y \cos \theta - x \sin \theta$, qui entre dans la valeur de $d.(ydx - xdy)$, nous aurons en substituant les valeurs de x & y :

$$y \cos \theta - x \sin \theta = v(-\cos \sigma \sin(\theta - \psi) + \sin \sigma \cos(\theta - \psi) \cos \omega).$$

Or $y \cos \theta - x \sin \theta$ exprime la ligne YM, & celle-ci divisée par AM donne la tangente de l'angle PAY ou de la différence en longitude entre les corps P & M. Donc, si nous posons cet angle $PAY = \mu$, nous aurons:

$$\tan \mu = \frac{-\cos \sigma \sin(\theta - \psi) + \sin \sigma \cos(\theta - \psi) \cos \omega}{\cos \lambda}.$$

d'où l'on trouve l'angle μ , & de là on aura

$$y \cos \theta - x \sin \theta = v \cos \lambda \tan \mu; \quad \& \text{ partant}$$

$$d.(ydx - xdy) = nc^3 uv d\zeta^2 \cos \lambda \tan \mu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$



Fig. 2.

XV. Avant que de passer aux différenciels dx , dy , dz , il faut remarquer un certain rapport entre les différenciels $d\psi$, $d\omega$, & l'angle élémentaire $ZAz = d\Phi$; qu'on découvrira le plus aisément par la trigonométrie sphérique, supposant le soleil au centre de la sphère. Soit l'arc de cercle $B\Omega P$ le plan de l'orbite du corps P , que nous regardons comme fixe, & que l'arc ΩZ représente le plan de l'orbite du corps Z à présent. Nous aurons donc $B\Omega = \psi$, $BP = \theta$, l'angle $P\Omega Z = \omega$, & l'arc $\Omega Z = \sigma$. Maintenant à l'instant suivant soit ωZz l'orbite du corps Z qui se trouve alors en z , & nous aurons:

$$\Omega\omega = d\psi; P\omega z = \omega + d\omega; \omega z = \sigma + d\sigma; \& Zz = d\Phi.$$

Donc, tirant l'arc élémentaire ωo perpendiculaire aux arcs $Z\Omega$ & $z\omega$, à cause de $\Omega o = d\psi \cos \omega$, & $\omega o = d\psi \sin \omega$, on aura $\omega z = \sigma + d\sigma = \sigma + d\Phi - d\psi \cos \omega$, & partant $d\Phi = d\sigma + d\psi \cos \omega$. De plus le triangle $\Omega Z\omega$ donne cette analogie $\sin \Omega Z : \sin \omega Z = \sin (\omega + d\omega) : \sin \omega$, ou

$$\sin \sigma : \sin (\sigma - d\psi \cos \omega) = \sin (\omega + d\omega) : \sin \omega,$$

$$\text{donc } (\sin \sigma - d\psi \cos \omega \cos \sigma) (\sin \omega + d\omega \cos \omega) = \sin \sigma \sin \omega,$$

$$\& \text{ partant } d\omega \sin \sigma = d\psi \cos \sigma \sin \omega, \text{ ou } d\omega = \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma},$$

$$\text{ou bien } \omega = d\psi \cos \sigma \sin \omega.$$

XVI. Observons donc que $d\omega = \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma}$, & $d\sigma + d\psi \cos \omega = d\Phi$, & nous trouverons en différenciant

$$\begin{aligned} d \frac{x}{v} = & -\sigma (\sin \sigma \cos \psi + \cos \sigma \sin \psi \cos \omega) - \psi (\cos \sigma \sin \psi + \sin \sigma \cos \psi \cos \omega) \\ & + \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma} \sin \sigma \sin \psi \sin \omega, \end{aligned}$$

$$\& \text{ partant } d \frac{x}{v} = -d\Phi (\sin \sigma \cos \psi + \cos \sigma \sin \psi \cos \omega),$$

donc



$$\text{donc } \frac{x dv}{v} = v d\phi (\sin \sigma \cos \psi + \cos \sigma \sin \psi \cos \omega),$$

De là même manière on aura

$$\begin{aligned} d \frac{y}{v} = & -d\sigma (\sin \sigma \sin \psi - \cos \sigma \cos \psi \cos \omega) + d\psi (\cos \sigma \cos \psi - \sin \sigma \sin \psi \cos \omega) \\ & - \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma} \sin \sigma \cos \psi \sin \omega, \end{aligned}$$

$$\& \text{ partant } d \frac{y}{v} = -d\phi \sin \sigma \sin \psi - \cos \sigma \cos \psi \cos \omega, \text{ donc}$$

$$dy = \frac{y dv}{v} = v d\phi (\sin \sigma \sin \psi - \cos \sigma \cos \psi \cos \omega).$$

Enfin on obtiendra :

$$d \frac{z}{v} = d\sigma \cos \sigma \sin \omega + \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma} \sin \sigma \cos \omega = d\phi \cos \sigma \sin \omega,$$

$$\text{donc } dz = \frac{z dv}{v} + v d\phi \cos \sigma \sin \omega.$$

XVII. De ces formules on conclut premièrement :

$$\begin{aligned} dx \cos \theta + dy \sin \theta &= \frac{dv}{v} (x \cos \theta + y \sin \theta) \\ &= v d\phi (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \sin (\theta - \psi) \cos \omega). \end{aligned}$$

Or, ayant trouvé $x \cos \theta + y \sin \theta = v \cos \lambda$, nous aurons :

$$dx \cos \theta + dy \sin \theta = dv \cos \lambda - v d\phi (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \sin (\theta - \psi) \cos \omega),$$

d'où notre première équation intégrale du §. X. prendra cette forme

$$\begin{aligned} dv^2 + v dv \phi^2 &= 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} \right) - 2nc^3 d\zeta^2 \int \frac{v dv}{w^3} + 2nc^3 d\zeta^2 \int v dv \cos \lambda \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \\ &\quad - 2nc^3 \zeta^2 \int v dv \phi (\sin \sigma \cos (\theta - \psi) - \cos \sigma \sin (\theta - \psi) \cos \omega) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \end{aligned}$$

que nous tâcherons de rendre plus simple dans la suite.



XVIII. Pour les autres formules différentielles, qui renferment dx , dy , & dz , nous aurons d'abord:

$$ydx - xdy = v d\Phi ((x \sin \psi - y \cos \psi) \sin \sigma - (x \cos \psi + y \sin \psi) \cos \sigma \cos \omega).$$

Or $x \sin \psi + y \cos \psi$ étant $= -v \sin \sigma \cos \omega$, & $x \cos \psi + y \sin \psi = v \cos \sigma$
 $ydx - xdy$ fera $= -v d\Phi \cos \omega$.

Ensuite nous trouverons

$$zdx - xdz = -v d\Phi (z \sin \sigma \cos \psi + z \cos \sigma \sin \psi \cos \omega + \cos \sigma \sin \omega),$$

ou en substituant

$$zdx - xdz = -v d\Phi \left\{ \begin{aligned} &+ \sin \sigma^2 \cos \psi \sin \omega + \sin \sigma \cos \sigma \sin \psi \sin \omega \cos \omega \\ &+ \cos \sigma^2 \cos \psi \sin \omega + \sin \sigma \cos \sigma \sin \psi \sin \omega \cos \omega \end{aligned} \right\}$$

$$\text{\& partant } zdx - xdz = -v d\Phi \cos \psi \sin \omega.$$

De la même manière il fera

$$zdy - ydz = -v d\Phi (z \sin \sigma \sin \psi - z \cos \sigma \cos \psi \cos \omega + y \cos \sigma \sin \omega),$$

& en substituant:

$$zdy - ydz = -v d\Phi \left\{ \begin{aligned} &+ \sin \sigma^2 \sin \psi \sin \omega - \sin \sigma \cos \sigma \cos \psi \sin \omega \cos \omega \\ &+ \cos \sigma^2 \sin \psi \sin \omega - \sin \sigma \cos \sigma \cos \psi \sin \omega \cos \omega \end{aligned} \right\}$$

$$\text{par conséquent } zdy - ydz = -v d\Phi \sin \psi \sin \omega.$$

XIX. Ayant trouvé ci-dessus l'équation

$$d. (ydx - xdy) = nc^3 uv d\zeta^2 \cos \lambda \tan \mu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

multiplions la par celle-ci $2(ydx - xdy) = -2v d\Phi \cos \omega$
 & l'intégration donnera:

$$(ydx - xdy)^2 = -2nc^3 d\zeta^2 uv^3 d\Phi \cos \lambda \tan \mu \cos \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

d'où l'on tire:

$$v^4 d\Phi^2 \cos \omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 uv^3 d\Phi \cos \lambda \tan \mu \cos \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

équation à comparer avec les suivantes.

XX.



XX. Traitons les autres équations trouvées dans le §. XI. de la même manière; & la première

$$d. (z dx - x dz) = nc^3 uv d\zeta^2 \cos \theta \sin \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

étant multipliée par $2(z dx - x dz) = -2vv d\phi \cos \psi \sin \omega$, & intégrée donnera

$$(z dx - x dz)^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi \cos \theta \cos \psi \sin \sigma \sin \omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

& delà

$$v^4 d\phi^2 \cos \psi^2 \sin \omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi \cos \theta \cos \psi \sin \sigma \sin \omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Ensuite l'autre équation

$$d. (z dy - y dz) = nc^3 uv d\zeta^2 \sin \theta \sin \sigma \sin \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

étant multipliée par $2(z dy - y dz) = -2vv d\phi \sin \psi \sin \omega$, donne par intégration

$$(z dy - y dz)^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi \sin \theta \sin \psi \sin \sigma \sin \omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

& partant

$$v^4 d\phi^2 \sin \psi^2 \sin \omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi \sin \theta \sin \psi \sin \sigma \sin \omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

XXI. Ces deux dernières équations étant ajoutées ensemble, fournissent celle-ci :

$$v^4 d\phi^2 \sin \omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi \cos(\theta - \psi) \sin \sigma \sin \omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

à laquelle si l'on ajoute encore la première du §. XIX. on aura :

$$v^4 d\phi^2 = -2nc^3 d\zeta^2 fuv^3 d\phi (\cos \lambda \operatorname{rang} \mu \cos \omega + \cos(\theta - \psi) \sin \sigma \sin \omega^2) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Or



Or remettant pour $\cos \lambda$ rang μ la valeur du §. XIV. on aura

$$v^4 d\Phi^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \sin v^3 d\Phi (\cos(\theta - \psi) \sin \sigma - \sin(\theta - \psi) \cos \sigma \cos \omega) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

XXII. Les deux équations différentio-différentielles du §. XX. en substituant pour $z dx = x dz$, & $z dy = y dz$ leurs valeurs se changeront dans les formes suivantes

$$-\cos \psi d.vvd\Phi \sin \omega + vvd\Phi d\psi \sin \psi \sin \omega = nc^3 uv d\zeta^2 \cos \theta \sin \sigma \sin \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

$$-\sin \psi d.vvd\Phi \sin \omega - vvd\Phi d\psi \cos \psi \sin \omega = nc^3 uv d\zeta^2 \sin \theta \sin \sigma \sin \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right)$$

dont celle-là étant multipliée par $\sin \psi$, & celle-ci par $-\cos \psi$, leur assemblage donnera

$$vvd\Phi d\psi \sin \omega = -nc^3 uv d\zeta^2 \sin(\theta - \psi) \sin \sigma \sin \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

d'où l'on tire

$$d\psi = \frac{-nc^3 uv d\zeta^2 \sin(\theta - \psi) \sin \sigma}{v d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

& ayant trouvé $d\psi$, on aura $d\omega = \frac{d\psi \cos \sigma \sin \omega}{\sin \sigma}$, &

$d\sigma = d\Phi - d\psi \cos \omega$, ou bien

$$d\omega = \frac{-nc^3 uv d\zeta^2 \sin(\theta - \psi) \cos \sigma \sin \omega}{v d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right), \&$$

$$d\sigma = d\Phi + \frac{nc^3 uv d\zeta^2 \sin(\theta - \psi) \sin \sigma \cos \omega}{v d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

XXIII. Reprenons maintenant notre première équation, & posons pour abrégé

$$\sin v^3 d\Phi (\cos \theta - \psi) \sin \sigma - \sin(\theta - \psi) \cos \sigma \cos \omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) = P,$$

&



& nous aurons $v^4 d\Phi^2 = - 2nc^3 P d\zeta^2$. Ensuite, soit

$$\int \frac{v dv}{w^3} = M; \quad \int u dv \cos \lambda \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) = N, \quad \&$$

$$\int u v d\Phi (\cos(\theta - \psi) \sin \sigma - \sin(\theta - \psi) \cos \sigma \cos \omega) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) = Q;$$

pour réduire l'équation du §. XVII. à cette forme plus simple

$$dv^2 + v v d\Phi^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - nM + nN - nQ \right),$$

ou, puisque $v v d\Phi^2 = \frac{- 2nc^3 P d\zeta^2}{v v}$, à celle-ci :

$$dv^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - n(M - N + Q) + \frac{nP}{v v} \right)$$

qu'il s'agit encore de résoudre.

XXIV. Pour cet effet introduisons la valeur $v = \frac{p}{1 + q \cos s}$, où, au lieu d'une variable v ayant maintenant trois p , q , & s , les deux premières p & q sont déterminées par ces conditions que, prenant ou $s = 0$, ou $s = 180^\circ$, le différentiel dv évanouisse, le premier cas appartenant au périhélie & l'autre à l'aphélie. Ayant donc

$$dv^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1 + q \cos s}{p} - n(M - N + Q) + \frac{nP(1 + 2q \cos s + qq \cos^2 s)}{pp} \right)$$

soit $s = 0$, & la première condition donne

$$E + \frac{1 + q}{p} - n(M - N + Q) + \frac{nP(1 + 2q + qq)}{pp} = 0.$$

Soit $s = 180^\circ$, & la condition de l'aphélie donne

$$E + \frac{1 - q}{p} - n(M - N + Q) + \frac{nP(1 - 2q + qq)}{pp} = 0.$$

De là, prenant tant la somme que la différence, nous aurons

$$E + \frac{1}{p} - n(M - N + Q) + \frac{nP(1 + qq)}{pp} = 0,$$

$$\& \frac{q}{p} - \frac{2nPq}{pp} = 0, \quad \& \quad p = -2nP. \quad \text{Donc puisque}$$

$$nP = -\frac{P}{2}, \text{ la première sera}$$

$$E + \frac{1 - qq}{2p} - n(M - N + Q) = 0,$$

ou $\frac{1 - qq}{p} = -2E + 2n(M - N + Q);$ où po-

sant le demi-axe $= r$, on a $\frac{1 - qq}{p} = \frac{1}{r}.$

XXV. Puisque $E - n(M - N + Q) = -\frac{1 + qq}{2p},$

$\& \quad nP = -\frac{P}{2},$ notre équation prendra cette forme:

$$dv^2 = c^3 d\zeta^2 \left(\frac{-1 + qq}{p} + \frac{2 + 2q \cos s}{p} - \frac{1 - 2q \cos s - qq \cos^2 s}{p} \right) = \frac{c^3 qq d\zeta^2 \sin^2 s}{p}.$$

d'où l'on tire $dv = cq d\zeta \sin s \sqrt{\frac{c}{p}},$ où je donne à la racine quar-

rée la valeur positive, puisqu'en partant du perihélie la distance v est

augmentée. Maintenant, puisque $2nP = -p$, notre première

équation donne $v^4 d\phi^2 = c^3 p d\zeta^2,$ ou bien $d\phi = \frac{cd\zeta \sqrt{cp}}{vv},$

qui exprime, comme j'ai supposé ci-dessus §. V. le rapport entre l'angle

élémentaire vrai $d\phi$ & le moyen $d\zeta$ décrit en même tems par le

mouvement moyen. Donc, connoissant ce rapport, si nous introdui-

sons



sons l'angle réel $d\Phi$ au lieu de $d\zeta$, nous aurons $dv = \frac{qvv d\Phi \sin s}{p}$,

ou bien $\frac{dv}{vv} = \frac{q d\Phi \sin s}{p}$.

XXVI. Mais, puisque $\frac{1}{v} = \frac{1 + q \cos s}{p}$, nous aurons:

$$\frac{dv}{vv} = + \frac{dp(1 + q \cos s)}{pp} - \frac{dq \cos s}{p} + \frac{q ds \sin s}{p} = \frac{q d\Phi \sin s}{p}, \text{ \& de là}$$

$$ds = d\Phi + \frac{dq \cos s}{q \sin s} - \frac{dp(1 + q \cos s)}{p q \sin s}, \text{ ou bien}$$

$$ds = d\Phi + \frac{dq \cos s}{q \sin s} - \frac{dp}{qv \sin s} = d\Phi + \frac{vdq \cos s - dp}{qv \sin s}.$$

Ici il faut remarquer que $d\Phi - ds$ exprime l'angle élémentaire, dont le perihélie Π avance dans l'orbite, en regardant le plan de l'orbite comme invariable. Posant donc la longitude du perihélie dans le plan de l'orbite $= \alpha$, nous aurons

$$d\alpha = d\Phi - ds = \frac{dp - vdq \cos s}{qv \sin s}.$$

XXVII. Pour trouver les changemens élémentaires dp & dq , ayant trouvé $p = -2nP$, nous aurons:

$$dp = -2nuv^3 d\Phi (\cos(\theta - \psi) \sin \sigma - \sin(\theta - \psi) \cos \sigma \cos \omega) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right).$$

Ensuite l'égalité trouvée $\frac{1 - qq}{p} = \frac{1}{r} = -2E + 2n(M - N + Q)$

étant différenciée donne $\frac{dr}{rr} = -2n(dM - dN + dQ),$

où il faut remarquer que $dQ = \frac{dP}{vv} = \frac{-dp}{2nvv},$ de sorte



que $\frac{dr}{rr} = \frac{dp}{vv} - 2n(dM - dN)$. Or, puisque $dv = \frac{quv d\phi \sin s}{p}$,

nous aurons $dM = \frac{qv^3}{pw^3} \cdot d\phi \sin s$, &

$$dN = \frac{quvv d\phi \cos \lambda \sin s}{p} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right), \text{ \& partant}$$

$$\frac{dr}{rr} = \frac{dp}{vv} - \frac{2nquvv d\phi \sin s}{p} \left(\frac{v}{w^3} - n \cos \lambda \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right) \right).$$

XXVIII. Dès qu'on aura trouvé les changemens élémentaires dp & dr , à cause de $\frac{p}{r} = 1 - qq$, on aura $\frac{pdr - rdp}{rr} = 2q dq$,

& partant $dq = \frac{pdr - rdp}{2qrr}$; & de là

$$da = d\phi - ds = \frac{dp - v dq \cos s}{qv \sin s};$$

d'où l'on connoitra aussi le véritable accoiffement de l'anomalie vraie $ds = d\phi - da$. Ensuite, puisque $c^3 d\zeta^2 = \frac{v^4 d\phi^2}{p}$, nous aurons pour le changement dans la ligne des noeuds:

$$d\psi = - \frac{nuv^3 d\phi}{p} \sin(\theta - \psi) \sin \sigma \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} \right),$$

& de là $d\omega = d\psi \cot \sigma \sin \omega$, & $d\sigma = d\phi - d\psi \cot \omega$. Ce sont tous les changemens élémentaires causés par l'action du corps P dans l'orbite du corps Z & son mouvement.

XXIX. Après cette Analyse fort embarrassée, mais qu'il ne fera pas difficile de rendre un peu plus aisée, on est en état d'assigner tous les changemens, qui sont produits dans le mouvement du corps Z & son orbite par l'action du corps P pendant le tems infiniment petit dt , auquel répond l'angle élémentaire $d\zeta$, selon le mouvement moyen. Or, à moins que ces chan-



changemens ne varient très rapidement, on pourra prendre pour *dt* le tems d'un jour, & ainsi calculer successivement les changemens pour tous les jours de suite. Après chaque jour on pourroit bien corriger les élémens du mouvement du corps *Z* & de son orbite par les changemens trouvés pour les jours précédens; mais, à moins qu'ils ne soient assez considérables, on pourra se servir toujours des premiers élémens, puisque les changemens suivans n'en souffrent point d'altération sensible. Alors on n'aura qu'à rassembler à la fin tous les changemens trouvés pour chaque élément dans une somme, pour avoir le changement entier, que chaque élément aura souffert pendant le tems proposé.

XXX. Cette méthode semble la plus sûre, & en même tems la plus facile pour déterminer, tant les changemens que l'action d'une comete causée dans le mouvement d'une planete, que réciproquement ceux que l'action d'une planete doit causer dans le cours d'une comete. On voit bien que ces dérangemens doivent toujours être réciproques, à moins que l'un des deux corps ne soit extrêmement petit à l'égard de l'autre; & partant il sera bon, en se servant de la même méthode, après avoir calculé les dérangemens de l'un des deux corps proposés, de les calculer aussi pour l'autre; & cela, ou pour chaque jour, ou pour le tems entier pendant lequel ces deux corps agissent sensiblement l'un sur l'autre; & par ce moyen on connoitra les dérangemens que l'un & l'autre de ces deux corps aura souffert pendant leur action mutuelle.

XXXI. Pour comprendre plus clairement, comment cette méthode doit être appliquée à la pratique, je m'en vais mettre devant les yeux toutes les regles qu'il faut suivre dans le calcul, conformément aux formules analytiques que je viens de trouver; & je les rangerai en sorte, comme le but proposé l'exige. D'abord donc, je suppose qu'on sache pour un tems donné les lieux des deux corps *Z* & *P* au ciel, avec leurs distances du soleil; ensuite, je suppose qu'on connoisse l'orbite du corps *Z* pour ce tems, c'est à dire son parametre,



son axe & l'excentricité, avec la position de son perihélie & l'anomalie vraie, & enfin encore la position de son orbite à l'égard de celui du corps P. De là on connoitra toutes les quantités dont nos formules sont composées. Toutes ces déterminations pouvant être tirées des Tables Astronomiques & l'on calculera de jour en jour les changemens cherchés, qu'elles subissent. Voici donc la route qu'il faut prendre pour faire ce calcul.

Regles pour calculer les dérangemens journaliers.

Fig. 1.

XXXII. Connoissant pour le tems proposé les élémens du mouvement de l'un & l'autre corps, qu'on marque sur l'une & l'autre orbite la ligne des noeuds $A\Omega$, avec l'inclinaison, & ayant pris sur l'orbite du corps P, dont le mouvement est supposé régulier, une direction fixe AB, comme celle de son perihélie, soit :

1°. La longitude du nocud depuis la ligne AB, ou l'angle $BA\Omega = \psi$.

2°. L'inclinaison mutuelle des deux orbites $= \omega$.

Ensuite, pour l'orbite du corps Z, soit

3°. Le demi-axe $= r$, lequel se trouve des tables en prenant la moitié de la somme des distances du perihélie au soleil $= f$, & de l'aphélie $= h$, de sorte que $r = \frac{1}{2}(f + h)$.

4°. L'excentricité $= q$, laquelle se trouve des mêmes distances f & h , en sorte que q soit $= \frac{h - f}{h + f}$.

5°. Le demi-parametre $= p$, qui est $= r(1 - qq)$, ou bien $p = \frac{2fh}{f + h}$.

6°. La longitude du perihélie Π comptée depuis la ligne des noeuds $A\Omega$, ou bien l'angle $\Omega A \Pi = \xi$.

Enfin



Enfin, pour le tems proposé, soit

7°. L'angle $BAP = \theta$, qui est l'anomalie vraie du corps P, la droite AB étant tirée au perihélie de son orbite.

8°. L'élongation du point P depuis la ligne des noeuds $A\Omega$, ou l'angle $\Omega AP = \eta$, de sorte que soit $\eta = \theta - \psi$.

9°. La distance du corps P au soleil $AP = u$.

10°. L'anomalie vraie du corps Z ou l'angle $\Pi AZ = s$, qui étant comptée depuis le perihélie se trouve, quand on ajoute 180° à l'anomalie vraie tabulaire, qui est prise de l'aphélie.

11°. L'élongation du lieu Z depuis la ligne des noeuds $A\Omega$, ou l'angle $\Omega AZ = \sigma$, de sorte que soit $\sigma = \xi + s$.

12°. La distance du corps Z au soleil, ou la ligne $AZ = v$, & l'on fait que v est $= \frac{p}{1 + q \cos s}$.

XXXIII. Ayant déterminé tous ces élémens pour le tems proposé, qu'on en calcule les valeurs suivantes:

$$\cos \eta \cos \sigma + \sin \eta \sin \sigma \cos \omega = \cos \lambda, \quad \&$$

$$\cos \eta \sin \sigma - \sin \eta \cos \sigma \cos \omega = \Pi,$$

où λ exprime l'angle PAZ, sous lequel les corps P & Z paroissent éloignés, étant vûs du soleil. Pour l'autre quantité Π dont je me sers seulement pour abrégér, il n'importe de sçavoir ce qu'elle exprime. Or, ayant trouvé l'angle λ , qu'on cherche un autre angle μ que soit

$$\text{tang } \mu = \frac{u \sin \lambda}{u \cos \lambda - v}$$

qui

qui indique l'élongation du corps P de l'opposition du soleil vue du corps Z. Et de là on trouvera la distance $PZ = w$ par cette formule:

$$w = \frac{u \sin \lambda}{\sin \mu},$$

d'où, prenant c pour la distance moyenne de la terre au soleil, qu'on cherche pour la commodité du calcul les valeurs de ces nombres

$$\frac{c^3}{w^3} = G, \quad \&$$

$$\frac{c^3}{w^3} - \frac{c^3}{u^3} = H.$$

XXXIV. Ensuite, ayant fixé le tems dt d'un jour, ou d'un autre intervalle de tems qu'on jugera convenable, qu'on cherche pour ce tems le mouvement moyen du soleil, qui soit $= d\xi$, la distance moyenne de la terre au soleil étant posée $= c$, qu'on suppose communément dans les tables $= 100000$, & de là on trouvera l'angle $ZAz = d\phi$, par cette formule:

$$d\phi = \frac{cd\xi\sqrt{cp}}{vv},$$

qui est l'angle que le corps Z parcourt réellement autour du soleil, dans l'intervalle de tems proposé. Cet angle sera exprimé en secondes, dont on se servira pour déterminer les changemens des angles; mais, quand il s'agit des changemens des lignes p & r , il le faut exprimer en parties du rayon supposé $= 1$, en se servant de cette analogie

comme 648000 secondes à 3,14159265 ainsi l'angle $d\phi$ exprimé en secondes à la quantité cherchée.

Ou

ou bien on ajoutera au logarithme du nombre des secondes de l'angle $d\Phi$, le logarithme 4,6855749, & en retranchant 10 de la somme, le logarithme restant donnera la quantité cherchée.

XXXV. Après ces préparations, soit n : 1 le rapport de la masse du corps P à la somme des masses du soleil & du corps Z, ou seulement à la masse du soleil, puisque celle du corps Z est extrêmement petite à l'égard du soleil. Et n fera aussi une très petite fraction, qui seroit $\frac{1}{223'888}$ si la masse du corps P étoit égale à celle de la terre.

Or alors les changemens causés dans les élémens de mouvement du corps Z pendant l'intervalle de tems établi seront ainsi que suit

1°. Pour l'accroissement du demi-parametre p

$$dp = - \frac{2nuv^3 \Pi H d\Phi}{c^3}.$$

2°. Pour l'accroissement du demi-axe r

$$dr = \frac{rrdp}{vv} - \frac{2nqrrvvd\Phi \sin s}{c^3 p} (Gv - Hu \cos \lambda),$$

3°. Pour l'accroissement de l'excentricité q

$$dq = \frac{pdr - rdp}{2qrr}.$$

4°. Posant la longitude du perihélie Π depuis une direction fixe dans l'orbite $= \alpha$, on aura

$$d\alpha = d\Phi - ds = \frac{dp - v dq \cos s}{qv \sin s}.$$



& l'anomalie vraie s croîtra de

$$ds = d\phi - d\alpha.$$

5°. La distance $AZ = v$ croîtra de la particule

$$dv = \frac{quv d\phi \sin s}{p}.$$

6°. Pour le changement de la ligne des noeuds $A\Omega$, ou de l'angle $BA\Omega = \psi$, on aura

$$d\psi = - \frac{nuv^3 H d\phi \sin \eta \sin \sigma}{c^3 p} = \frac{dp \sin \eta \sin \sigma}{2p \Pi}.$$

7°. Pour le changement causé dans l'inclinaison ω

$$d\omega = d\psi \cot \sigma \sin \omega.$$

8°. Pour l'accroissement de l'angle $\Omega AZ = \sigma$

$$d\sigma = d\phi - d\psi \cot \omega$$

9°. Pour le changement de l'angle $\Omega A \Pi = \xi$, on aura

$$d\xi = d\sigma - ds = d\alpha - d\psi \cot \omega.$$

XXXVI. Par ce calcul on trouve non seulement les changemens causés dans l'orbite du corps Z pendant l'intervalle du tems proposé dt , mais aussi le vrai lieu de ce corps pour la fin de ce tems, dont on pourra se servir dans le calcul de l'intervalle de tems suivant. Cependant, si ces changemens sont fort petits, on pourra bien déterminer ce lieu par les premiers élémens, vu que le changement qu'ils auront souffert, n'influera pas sensiblement sur les changemens suivans. Surtout on y fera obligé, quand



quand on ne connoit pas la masse du corps P, ou le nombre n ; & puisque alors les changemens seront encore inconnus, il faut après un tems considérable faire des observations sur le lieu du corps Z, & en les comparant avec les formules calculées, il sera aisé d'en conclure la valeur du nombre n . C'est par ce moyen qu'on pourra ensuite repasser & rectifier tous les calculs suivans.

XXXVII. En représentant ces dérangemens, j'ai eu en vue la commodité du calcul, & j'y ai introduit les changemens déjà trouvés pour en déduire plus aisément les autres. Mais il y a des cas où cette détermination renferme des inconveniens, comme, si l'excentricité q étoit très petite ou même évanouissante, la formule donnée pour dq ne détermineroit rien, de même que celle pour da ; laquelle ne sauroit absolument avoir lieu au cas $q = 0$, puisqu'alors tant l'anomalie vraie que le lieu du périhélie perdroient leur signification. Mais, quoiqu'il y eût quelque excentricité, le cas $s = 0$ rendroit la formule da inutile. Pour prévenir cette difficulté, il vaudra mieux de développer ces formules en les réduisant toutes à l'angle $d\Phi$, ce qui servira aussi à connoître plus clairement la dépendance de chaque changement des élémens.

XXXVIII. Ayant donc trouvé premierement le changement du demi-parametre p , savoir

$$dp = - \frac{2nvv^3 \Pi H d\Phi}{c^3}.$$

on en tirera celui du demi-axe r en sorte

$$dr = - \frac{2nr r v d\Phi}{c^3} \left(\frac{q G v v \sin s}{p} + Hn \left(\Pi - \frac{q v \cos \lambda}{p} \right) \right),$$



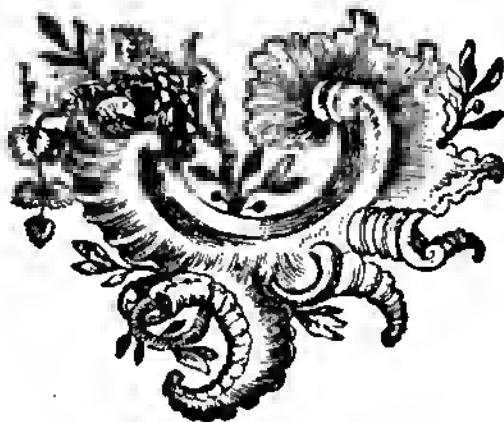
& substituant ces valeurs, on trouvera pour le changement de l'excentricité

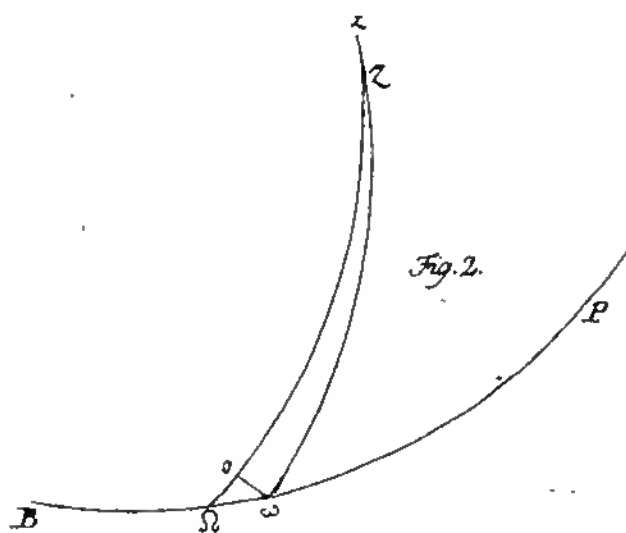
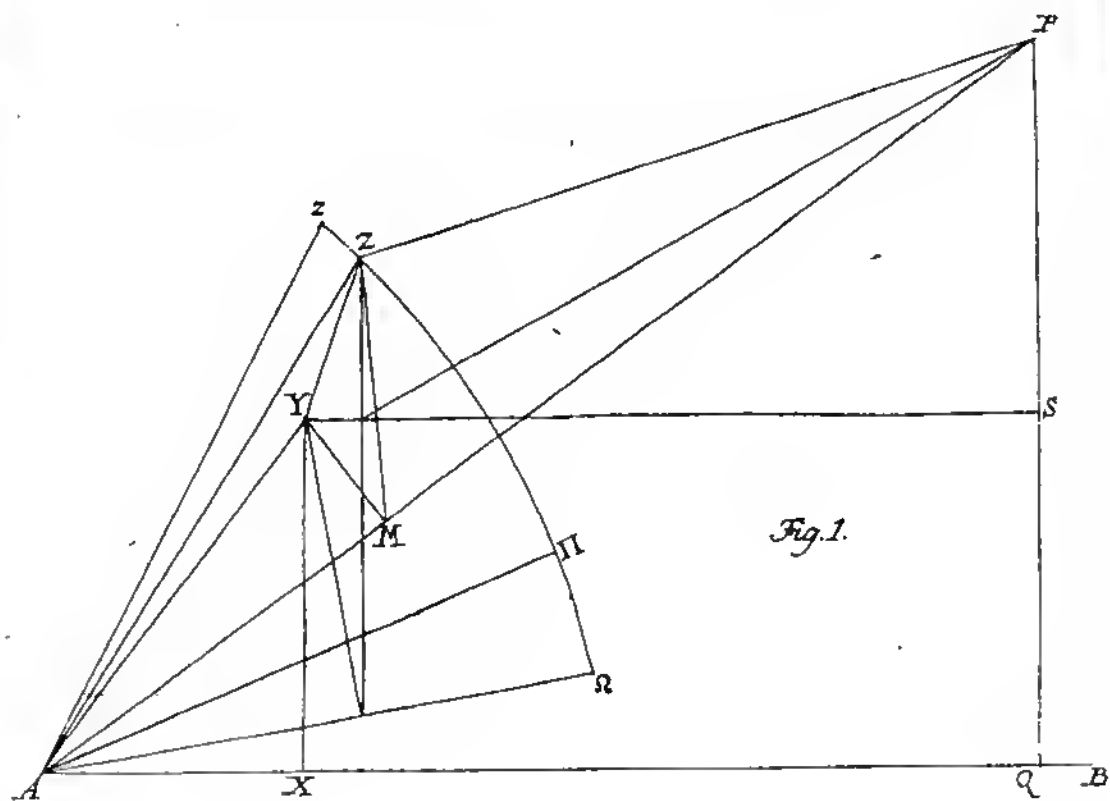
$$dq = \frac{-nvd\Phi}{c^3} ((Gv - Hu \cos \lambda) \sin s + \frac{\Pi Huv}{p} (q + 2 \cos s + q \cos s^2)),$$

& ensuite la progression du perihélie dans son orbite se trouve exprimée en forte

$$d\Phi - ds = d\alpha = \frac{nvd\Phi}{c^3 q} \left(Gv \cos s - Hu \left(\cos \lambda \cos s + \frac{\Pi \sin s (2 + q \cos s)}{1 + q \cos s} \right) \right),$$

laquelle formule n'est plus assujettie à aucun inconvénient au cas où $s = v$. Mais, hors de ce cas, les formules précédentes sont plus commodes pour l'usage du calcul.





M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
SPÉCULATIVE.*







R É U N I O N

D E S

PRINCIPAUX MOYENS EMPLOYÉS POUR DÉ-
COUVRIR L'ORIGINE DU LANGAGE, DES IDÉES ET
DES CONNOISSANCES DES HOMMES,

P A R M. F O R M E Y.

Il n'est pas surprenant que l'homme soit un objet de curiosité pour l'homme; il l'est beaucoup plus que cette curiosité ne soit pas plus générale, plus vive, plus ingénieuse & industrieuse à se satisfaire, plus attentive & appliquée à suivre toutes les voyes qui peuvent conduire à ce but. A proprement parler, il n'y a qu'une chose qui nous intéresse, c'est de bien savoir ce que nous sommes. Naître, vivre & mourir au sein des Sociétés, sur le pied où elles sont à présent, est un état peu propre à favoriser nos recherches & nos découvertes à cet égard. Nous prenons continuellement pour naturel ce qui n'est que facile; & quoique la nature fournisse incontestablement un fonds, une aptitude, une capacité, nous ne saurions déterminer avec précision en quoi cela consiste.

Ici comme partout ailleurs on consulte la raison & l'expérience. Le Philosophe bâtit des Systemes; il les fonde sur des Observations; il s'efforce de multiplier le nombre de ces Observations, afin qu'elles lui fournissent de nouveaux principes, propres à étendre & à affermir sa théorie. L'Essai de Locke sur l'Entendement, & la Psychologie de Mr. Wolff, contiennent incontestablement des détails, des déve-



développemens, qui répandent un grand jour sur les opérations de l'ame, sur la subordination de ses facultés, leur liaison, & la maniere dont elles concourent à se perfectionner réciproquement. Mais tout cela ne nous mene pas bien loin dans la connoissance de l'état original, primitif, & purement naturel de l'ame. Que nous recevions toutes nos idées par les sens, ou que l'ame les produise par une force qui lui est propre, à l'occasion des impressions qu'éprouvent nos organes, tout cela est assez indifférent à ceux qui voudroient savoir ce que seroit & ce que feroit une ame qui ne recevrait absolument aucun secours pour l'acquisition des idées, & pour la formation du langage.

Deux Métaphysiciens modernes ont fait de plus grands efforts, & ont tenté une analyse qui leur a paru propre à montrer l'ame dans tous les états dont elle est susceptible, à commencer par les plus simples qu'on puisse concevoir. La supposition d'une Statue qui n'obtient que successivement l'exercice des cinq sens, leur a paru une clé suffisante pour la solution de toutes les questions qu'on peut former sur l'ame. Mr. l'Abbé de Condillac a devancé M. Bonnet, au moins par rapport à la publication de son Ouvrage; mais M. Bonnet a été beaucoup plus loin que Mr. l'Abbé de Condillac; sa marche est tout autrement analytique; ses définitions sont plus exactes; & surtout la maniere dont un état de l'ame conduit à l'autre, une faculté réduite en acte sert à exciter l'exercice d'une autre, est déterminée avec une précision dont on n'avoit point encore d'exemple. Cependant je suis dans l'idée que tout cela ne nous apprend rien, premierement par rapport à la nature même de l'ame, à sa distinction réelle d'avec le corps, à sa spiritualité, si tant est que, contre l'intention manifeste de ces Philosophes, & surtout de M. Bonnet, cela ne favorise pas des conséquences tout opposées, cela n'appplanisse pas les voyes du matérialisme & du simple mécanisme; en second lieu, & c'est l'objet actuel de mes réflexions, cela n'apprend rien non plus quant à l'état primitif de l'ame, à la maniere dont elle acquiert ses premieres idées, & à l'usage qu'elle en feroit, si elle étoit entierement destituée de tout secours. L'homme n'est point une Statue, & ne se trouve jamais dans le cas de
la



la Statue représentée dans ces Ouvrages. Il ouvre, tout à la fois, les yeux, les oreilles, les narines; il goûte, il touche en même tems; ces impressions se mêlent & se croisent dès leur origine; elles donnent des résultats tout différens de ceux qu'on tire de l'état d'un être organisé qui commenceroit par flairer, & n'acqueroit l'exercice des sens que l'un après l'autre. Après cela, en laissant passer la supposition, je crois que c'est très gratuitement qu'on fait naître dans l'ame, immédiatement après la première sorte de sensation, après quelques actes réitérés de l'odorat, le plaisir, le desir, l'attention, la mémoire. Une ame logée dans un corps tel que le nôtre, tant qu'elle ne feroit que sentir une rose, un oeillet, & passer par les alternatives de ces odeurs substituées les unes aux autres, feroit, à ce que je crois, fort éloignée de l'exercice des facultés proprement dites; elle ne sortiroit jamais de l'état de simple perception; ses représentations seroient fort inférieures à celles du limaçon, ou de l'huître à l'écaille; je les comparerois tout au plus à la fin d'un songe qui est sur le point de s'effacer, & de s'absorber dans l'état d'un profond sommeil. Je ne blâme point toutes ces spéculations; quand elles ne serviroient qu'à exercer l'esprit, c'est une utilité réelle, & que par malheur trop peu de Livres sont propres à procurer. Mais il faut bien se garder d'un enthousiasme, qui feroit croire que ce sont des découvertes réelles, ou du moins des découvertes qui nous mettent au fait de ce que nous désirons principalement de savoir sur l'état naturel & primitif de l'ame.

Les Observations ne promettent guères plus de succès. Ces Observations peuvent être physiques ou historiques. Les premières puiseroient dans une connoissance plus exacte de la structure intérieure de l'homme, dans l'anatomie du cerveau de sujets de toutes sortes, Patagons & Lapons, Nègres & Blancs, jeunes & vieux, sains ou malades, insensés ou raisonnables, affectés par la boisson, l'opium &c. ou dans l'état ordinaire. Je crois que c'est peine perdue que de s'enfoncer dans cette route: les caractères tracés dans le cerveau sont indéchiffrables; la manière dont l'ame les lit, inexplicable. On rencontreroit plutôt un surcroît d'embarras dans certains faits extraordinaires



où les plus étranges lésions du cerveau n'ont pas préjudicié à l'exercice des facultés de l'ame. Ce sont là des myltères, des profondeurs, dont l'esprit humain ne viendra jamais à bout.

Les Observations historiques ne peuvent avoir pour objet que les enfans & les Sauvages. Il est sans doute très-curieux de voir dans les premiers les progrès de la connoissance & du langage, & dans les autres les divers degrés auxquels s'arrêtent les hommes lorsque des secours ultérieurs leur manquent. Mais, quand on aura formé des volumes entiers de faits bien avérés, de remarques les plus judicieuses du monde sur ces faits, qu'est-ce que tout cela nous apprendra, sinon ce que nous savions déjà, que nous sommes ce que la situation où nous naissons, & où nous vivons, nous fait? Les enfans trouvés dans les forêts, le sourd & muet de Chartres, & d'autres cas de cette nature, ne nous en disent pas davantage.

Je voudrois savoir ce que feroit l'homme, & surtout ce que feroit un nombre, une troupe d'hommes, & même une suite de générations, si ces individus étoient entierement abandonnés à eux-mêmes, au moins autant que la chose seroit possible, sans les laisser périr. Il y auroit, ce me semble, une Expérience à faire, dont je vais donner le projet, ou plutôt l'ébaucher, laissant à ceux qui le jugeront digne de quelque attention le soin d'y apporter toutes les amplifications, restrictions, ou autres modifications qu'ils jugeront convenables. Il ne résultera pas de l'exécution de ce projet un plus grand degré d'évidence sur la nature de l'ame, & sur le comment de son commerce avec le corps. Mais je suis bien trompé, ou l'on approcheroit par la voye que je vais indiquer de la solution de questions, qui me paroissent encore plus intéressantes; ce sont celles de l'origine de l'homme, du langage, & des sociétés. Sans parler des Athées qui rapportent tout au hasard, & veulent le faire passer pour un principe qui suffit à rendre raison de tout ce que nous voyons, de l'ordre & de la régularité que nous admirons dans les ouvrages de la Nature, & dans les productions dues à l'industrie des hommes; il y a des Philosophes religieux qui adoptent la supposition d'un prétendu état de nature qui



qui n'a jamais existé, & qui ne pourroit exister. Des hommes jetés sur la face de la terre sans langage, sans connoissances, demeureroient les plus imparfaits des animaux, ou plutôt n'y subsisteroient pas jusqu'à la seconde génération. C'est là dessus que doit rouler toute l'Expérience à laquelle j'invite; & je me persuade que son issue confirmeroit merveilleusement les vérités historiques que l'Ecriture sainte nous enseigne; elle ne nous permettroit pas de douter qu'il faut non seulement que le genre humain ait commencé, mais encore que les premiers hommes, ou le premier homme & la première femme, qui ont été la tige de tous les autres, ayent été créés avec l'usage de la parole, aussi bien qu'avec un certain fond de connoissances, dont la raison les a mis en état de tirer tout ce qui étoit nécessaire à leur conservation; après quoi cette même raison a bâti dans la suite le vaste & brillant édifice de toutes les Sciences, portées au point où nous les voyons aujourd'hui. Si l'on peut constater que l'homme demeure brute sans ces secours primitifs, je ne vois pas comment on pourroit refuser la créance à la Révélation qui nous montre seule d'où l'homme plus qu'animal vient.

J'ai dit que des Philosophes religieux admettent des suppositions qui sont contraires à la thèse que j'ai dessein d'établir; cela m'engage à faire connoître l'occasion purement fortuite qui m'a engagé à méditer sur ce sujet, & à vous en entretenir. M. Michaelis, célèbre Professeur de Goettingue, qui a remporté le Prix de l'Académie en 1759. vient de publier une traduction françoise de sa Dissertation, qu'il a enrichie de divers supplémens. Le plus considérable est celui qui concerne la possibilité d'une Langue savante, ou universelle. Sans toucher à cette question sur laquelle ce Savant dit d'excellentes choses, je ne m'attache qu'à ces paroles incidentes. „Le penchant à „associer les idées aux sons est naturel à l'homme; & si en naissant „nous n'avions pas trouvé une langue toute préparée, nous n'eussions „pas tardé à en inventer une.“ De cette thèse énoncée purement & simplement, comme si elle ne pouvoit souffrir aucune contradiction, résulte un problème dont M. Michaelis voudroit que l'Académie fit



une nouvelle Question pour un de ses Prix, savoir: *Comment le langage peut-il prendre naissance chez des hommes qui en sont dépourvus, & par quels degrés y peut-il parvenir à la perfection où nous le voyons?* Je nie également le principe & la conséquence: je crois que si des hommes naïssoient sans langage, & avec cela dans les autres circonstances où je vais les représenter, & où il faut nécessairement les placer pour déterminer l'état de la question, ils n'inventeroient jamais, ni une langue, ni même les choses les plus simples & les plus indispensablement nécessaires à leurs besoins; d'où s'ensuit que la Question sur la manière dont le langage naîtroit & se perfectionneroit n'est susceptible d'aucune discussion. M. Michaelis, ni moi, ne pouvons faire que raisonner sans nous arroger le droit de décider: & quelque déférence que j'aye pour ses lumières, je conserve le droit d'opposer mes raisonnemens aux siens, en suivant les règles de cette décence sans laquelle l'étude des lettres deviendrait indigne de l'application des honnêtes gens. Mais je voudrois qu'une Expérience bien faite, bien suivie, poussée jusqu'à la conviction, tranchât le noeud que nous ne saurions dénouer; & c'est à quoi tend mon Projet. Je ne sache pas qu'il ait encore été tenté; car je compte pour rien ce qu'on rapporte d'un Roi d'Egypte, qui fit nourrir quelques enfans sans leur apprendre à parler jusqu'à ce qu'ils pussent un premier son articulé, & conclut de ce son, qu'il s'imagina bonnement appartenir à la Langue naturelle, à laquelle des Langues connues, on pouvoit adjuger la prérogative d'être la Langue primitive. Je crois qu'il n'y a d'autre Langue primitive que celle que le premier homme a parlée parce que Dieu la lui avait apprise. Je le crois, dis-je, fondé sur la réflexion; mais je serois ravi de le croire d'après des faits, qui produisissent une conviction universelle.

Je voudrois qu'un Prince, (car il n'y a que des Princes, ou Magistrats souverains, qui puissent former l'entreprise, & la soutenir dans toute sa durée,) je voudrois dis-je, qu'un Prince fit prendre un certain nombre d'enfans qui naîtroient à peu près dans le même tems, dans la même semaine, dans le même mois, dix par exemple de cha-
que



que sexe, & qu'on les confiât à des nourrices qui en eussent tout le soin requis, sous la condition expresse de ne jamais prononcer un seul mot en leur présence. On laisseroit pousser à ces enfans leurs cris naturels de joye ou de douleur, sans y intervenir en aucune maniere, qu'en leur donnant ce dont ils auroient besoin. Les nourrices, après les avoir allaités pendant un an, continueroient à leur donner des alimens, à leur apprendre à marcher, à les tenir dans un état de propreté, & les mettre même en état de manger, de s'habiller, & de se suffire à eux-mêmes pour tous les besoins naturels. Il ne s'agiroit pendant tout ce tems là que d'observer rigoureusement la loi du silence. Je pense qu'on ne me contestera pas qu'à trois ans ces enfans ne parleroient point, & n'auroient aucune idée de la parole.

Alors je rassemblerois ces enfans, & je commencerois à les faire vivre ensemble. Ils feroient absolument tout ce qu'ils voudroient, sans aucune gêne, hormis les cas où ils pourroient se blesser imprudemment, ou se maltraiter les uns les autres. Leurs surveillans ne les perdroient point de vue, mais ne leur donneroient aucune instruction ni direction sur quoi que ce soit. Le lieu où ils seroient renfermés seroit assez spacieux pour qu'ils y pussent courir en liberté, & voir les principaux objets de la Nature. Des prairies, un bois, une rivière, ou du moins un étang, des animaux, ils verroient tout, mais on ne leur diroit rien. On ne sauroit disconvenir que ce ne fut un amusement très réjouissant, & en même tems très philosophique, que de considérer toutes leurs allures, toutes les démonstrations par lesquelles ils témoigneroient leurs desirs, & en général la maniere dont ils exprimeroient les idées sans doute très confuses qui occuperoient leurs esprits. Il faudroit leur cacher toutes les manoeuvres des Arts, & leur laisser ignorer la préparation des alimens qu'on leur fourniroit. Des observateurs intelligens les suivroient de maniere à dresser un journal exact de tout ce qu'on remarqueroit dans chaque individu. Le tempérament, le naturel, fourniront des diversités, mais qui ne s'étendroient pas loin en comparaison des effets de l'éducation entée sur ces tempéramens & sur ces naturels.



Après l'enfance viendroient l'adolescence & la jeunesse. On suivroit toujours la même méthode, & l'on verroit alors à quoi les conduiroit le seule passion qu'on puisse supposer en eux; car d'où y viendroient l'ambition, l'avarice, & tout ce qui a pour objet des biens qui leur seroient inconnus? Ils se livreroient sans doute à l'instinct qui sert de principe à la propagation du genre humain. Mais comment le manifesteroient-ils, & par quelles avenues parviendroient-ils à l'accomplissement de leurs desirs? Je crois que tout cela offriroit d'étonnantes singularités, & qu'en général de tels hommes seroient beaucoup plus bêtes que les bêtes. Quoiqu'il en soit, s'il n'y avoit pas de grandes facilités à l'accroissement de cette République, je ne crois pas qu'il y eût des obstacles insurmontables. Qu'il naisse donc des enfans dans le sein de cet état naturel; & qu'on voye ce que les Mères en feront. Elles ignoreront ce qui leur arrive lorsqu'elles mettront leur semblable au monde: il faudra, cela va sans dire, les servir & les soigner. Mais elles ignoreront aussi ce qu'il faut faire de l'enfant nouveau-né; & comme celui-ci n'ira pas chercher de lui-même la mamelle, la mère ne s'avisera probablement pas de la lui donner. Cette observation particulière seroit presque décisive pour juger si de pareilles sociétés pourroient subsister par elles-mêmes. Et si elles ne pourroient pas subsister, il seroit inutile d'examiner comment le langage y naîtroit & s'y perfectionneroit?

Que ces enfans reçoivent aucune teinture d'éducation, c'est ce qu'on ne sauroit supposer. Peut-être que tout au plus les peres & meres répéteroient à leur égard ce qu'on a fait pour eux en leur apprenant à marcher, à manger, à se nettoyer; mais ce seroit bien le tout, & le *non plus ultra*. Les années s'écouleront ensuite, l'âge viril se passeroit dans la même animalité; la vieillesse la termineroit, sans aucun progrès d'idées & de connoissances, & surtout sans aucun développement de la parole. L'usage le plus borné de la parole suppose une convention dont de tels individus me paroissent incapables. Pour parler, il faut vouloir parler; & comment le vouloir, si l'on n'a
au-



aucune idée de la parole ? Encore une fois l'expérience en décideroit ; mais je ne saurois comprendre qu'elle décidât contre mon sentiment.

Les Etats dans lesquels se feroit cette expérience, pourroient multiplier le nombre des individus, & prolonger celui des générations autant qu'ils le jugeront à propos ; & plus ils le feroient, plus ils procureroient une approximation voisine de la démonstration. Dans le cas de l'exécution du projet, on pourroit imaginer à tout moment de nouveaux moyens de sonder la capacité de ces enfans de la Nature. On pourroit en transporter des Colonies dans quelque Isle comme celle de Robinson, & se tenir à portée de voir ce que le besoin, la nécessité d'y subsister, leur suggéreroit. On pourroit, après leur avoir caché d'abord les outils & les manoeuvres des Arts, leur en laisser entrevoir quelque chose, pour démêler les idées qu'ils s'en formeroient, le penchant qu'ils auroient à l'imitation, les germes de leur industrie. On pourroit aussi, & l'on ne devroit surtout pas y manquer, prendre de ces individus à tout âge, à dix, à vingt, à quarante, à soixante ans, pour les élever, leur apprendre à parler, & les interroger sur ce qui se feroit passé au dedans d'eux avant cette éducation. On sauroit par ce moyen s'ils ont eu des tentations de parler, s'ils ont fait des essais, & à quoi se sont passées les années de leur vie jusqu'alors écoulées quant au développement des facultés de leur ame. Tout cela se réduiroit presque à des privations & à des négations ; mais on apprendroit, chemin faisant, bien des choses sur un semblable état, qu'on ignore, ou qu'on ne connoit que très imparfaitement. Si au bout d'un tems quelconque, ou parmi un nombre quelconque, on voyoit les vestiges d'une Langue, l'expérience me condamneroit ; encore il y auroit un moyen d'en appeller, sans qu'on puisse m'accuser d'opiniâtreté. Le voici.

On a pu & du remarquer dans toute l'exposition de mon projet, que j'accorde aux enfans une suite de secours dont ils sont privés dans l'état purement naturel. On les allaite, on les habille, on les soigne, on pourvoit à leurs besoins ; on ne leur refuse que de parler en leur présence, & de leur laisser voir les manoeuvres des Arts & des



des métiers. Quand dans cette situation leur esprit acquerroit quelque développement auquel on ne se feroit pas attendre, on ne sauroit me nier que je ne les aye considérablement mis sur la voye. Des enfans exposés en naissant sont aussitôt la proie de la mort : des enfans de 3 ou 4 ans, de 6 ou 7 même, à qui on ne fourniroit plus aucun secours, ne pourvoiroient pas à leur propre subsistance. Ce sont pourtant ces créatures ainsi abandonnées, au milieu desquelles il faudroit que le langage s'introduisît & se perfectionnât, pour que la these que je combats acquît quelque probabilité. Plus j'y pense donc, plus je crois l'état de pure nature, une vraye chimère, une grossiere absurdité, une contradiction manifeste ; plus je m'affermis dans l'idée que l'Etre suprême, Auteur de notre existence, l'est aussi de nos premieres idées, & même du pouvoir habituel que nous avons de les exprimer.

Il seroit donc prouvé par la voye que je viens d'exposer, qu'on examineroit à pure perte le Problème de M. Michaelis ; mais en revanche on auroit à peu près résolu celui que le Citoyen de Geneve à énoncé dans l'endroit de la Préface de son Discours sur l'origine & les fondemens de l'inégalité parmi les hommes, où il s'exprime en ces termes. „Ce n'est pas une legere entreprise de démêler ce qu'il y a „d'originnaire & d'artificiel dans la nature aëtuelle de l'homme, & de „bien connoitre un état qui n'existe plus, qui n'a peut-être jamais „existé, qui probablement n'existera jamais, & dont il est pourtant nécessaire d'avoir des notions justes pour bien juger de notre état présent. Il faudroit même plus de Philosophie qu'on ne pense à celui „qui entreprendroit de déterminer exactement les précautions à prendre pour faire à ce sujet de solides Observations : & une bonne solution du problème suivant ne me paroîtroit pas indigne des Aristotes „& des Plines de notre siècle : *Quelles expériences seroient nécessaires pour parvenir à connoître l'homme naturel ? Et quels sont les moyens de faire ces Expériences au sein de la Société ?*“

Je ne fais si la Morale, ou la Religion, s'opposeroient à l'exécution du projet que je viens de proposer. Je le soumets de bon coeur



à ceux qui sont pleinement en droit de décider sur ces matieres, ou même, si l'on veut, aux rigueurs de l'Inquisition. Qu'on fasse la chose, si elle est faisable; qu'on ne la fasse pas, si on la trouve sujette à des inconvéniens: cela m'est égal. Ce seroit, dira-t-on peut-être, disposer du sort de Créatures sur lesquelles nous ne pouvons exercer ce droit: ce seroit surtout les priver des connoissances salutaires qui intéressent le bonheur éternel de leur ame. Je voudrois qu'on ne fît pas de plus grands abus du droit qu'on a de régler la destination des hommes. La plupart de ceux que l'on employe dans le monde, sont bien plus à plaindre, plus en danger pour le corps & pour l'ame, que ne le seroient ces Citoyens de la République naturelle, qui mourroient à peu près dans le cas des Enfans en bas âge. S'il y a des Sauvages qui trafiquent leurs enfans, ou qu'on pût porter à les trafiquer, (car les leur enlever, ce seroit encore une violation du Droit naturel, moindre cependant que bien d'autres qui sont autorisées,) ou ne feroit presque aucun tort à ces enfans, en les employant à l'usage en question. En attendant, je demeure dans l'idée que le résultat en seroit ce qu'il y a jamais eu de plus instructif, qu'il mettroit fin à bien des controverses stériles, & des vaines déclamations. La Médecine ne perdrait pas non plus son tems à considérer l'état de santé & les maladies de ces hommes, exempts de la plus dangereuse de toutes les contagions, celle des passions & des vices.





E B A U C H E
DU SYSTEME DE LA COMPENSATION.
PAR M. FORMEY.

Quelque idée qu'on se fasse de la doctrine de l'Optimisme, il y a nécessairement un sens dans lequel tout est bien. Quand le Monde seroit l'effet de causes aveugles & fortuites, ce qui résulte de ces causes seroit ce qu'elles peuvent arranger & produire de meilleur, soit que des combinaisons nécessaires eussent réglé de toute éternité les choses comme nous les voyons, soit qu'une suite d'essais, de tâtonnements, de jets successifs, eût enfin amené la décoration présente de l'Univers. Que pourroit-on prétendre de plus de causes semblables? Elles auroient fait, elles continueroient à faire, tout ce qu'elles peuvent, & pour ainsi dire, doivent faire. La critique seroit déplacée, & la plainte inutile.

Mais l'esprit humain, ou du moins la raison développée jusqu'à un certain point, ne sauroient acquiescer à de pareilles notions, admettre des causes aussi disproportionnées à leurs effets. L'Univers annonce son Auteur; il l'annonce encore plus au vrai Philosophe qu'au vulgaire. Le langage des Cieux est plus intelligible à celui qui a voyagé, pour ainsi dire, dans ces immenses régions qu'au spectateur pour qui le Firmament n'est qu'une voûte brillante. Plus on étudie la Nature, plus on parvient à se convaincre qu'elle est subordonnée à une Cause dont l'intelligence & le pouvoir sont sans bornes. Alors il est bien naturel de se persuader qu'elle n'a pu vouloir & exécuter le grand ouvrage de la Création que pour y mettre l'empreinte la plus lumineuse de ses perfections, qu'étant indépendante rien ne l'a gênée à cet égard, & qu'elle n'a pu en particulier se proposer d'autre but en don-



donnant l'être à des Créatures douées de connoissance & de sentiment; susceptibles de bonheur & de malheur, que de les mettre sur la voye des lumieres les plus pures & des biens les plus solides. L'argument *a priori* m'a toujours paru décisif à cet égard. S'il y a un Dieu, c'est à dire, non un Jupiter, ou telle autre Divinité factice, mais un Etre souverainement parfait; tout est dans l'état le plus accompli dont il soit susceptible, au plus haut point de perfection qui lui convient. Les objections les plus spécieuses vont se briser contre ce Rocher; l'homme n'a qu'une chose à faire, c'est de s'appuyer sur lui, & il deviendra inébranlable comme lui. Oseroit-on appeller aveugle la confiance qu'un Etre aussi borné que l'est l'homme, met dans l'Etre infini?

Cette confiance n'empêche pourtant pas qu'on n'ait recours à la voye du raisonnement pour chercher les solutions les plus convenables aux difficultés particulières qui naissent de divers objets qui frappent plus vivement nos regards, ou qui intéressent plus fortement notre sensibilité que les autres. C'est du dessein & du desir de trouver ces solutions que sont nées plusieurs recherches judicieuses & utiles; c'est ce qui a produit divers Ouvrages auxquels le titre de Théodicée convient plus ou moins, c'est à dire, où les désordres apparens & les maux à certains égards réels qui existent dans l'Univers sont expliqués & conciliés avec les perfections divines. Les principes qui ont été employés dans ces Ouvrages sont trop connus pour que je m'arrête à les retracer ici. Je ne veux insister que sur une idée qui m'a toujours paru susceptible d'un développement ultérieur à celui qu'elle a reçu jusqu'à présent. Pour pousser ce développement jusqu'où il pourroit aller, il faudroit un Traité dans les formes; je n'annonce & ne promets qu'une ébauche; le peu de rems que j'ai eu pour travailler à ce Mémoire, au milieu d'autres occupations indispensables, ne m'a pas permis d'aller au delà; & ces bornes accidentelles ne diffèrent peut-être pas au fond des bornes réelles de ma capacité.

La compensation en général est ce qui arrive toutes les fois qu'en perdant d'un côté, on gagne de l'autre, & réciproquement, de



façon que la plus longue suite de semblables alternatives n'apporte aucun changement réel à l'état, à la force, aux propriétés des choses qui y sont assujetties. Le coup d'oeil de l'Univers est bien propre à donner l'idée d'une compensation physique, sur laquelle je ne m'étendrai pas, parce qu'elle ne fait pas l'objet direct & principal de mes réflexions. Tout se soutient au milieu de variations perpétuelles, de façon que notre Terre & les Corps célestes, depuis le tems des Observations connues, ne paroissent avoir subi aucun changement essentiel, & qui en menace la constitution. Je laisse aux Géomètres à déterminer quelle est l'efficace des loix de l'équilibre, du principe de la moindre action, ou de telle autre théorie qui sert de base à la connoissance de l'Univers. Je laisse aux Astronomes, à l'immortel Newton, le soin de mesurer les distances, de peser les masses, & de régler le cours des Astres. Je m'en fie à la sagacité de ces grands Génies; mais, sans pouvoir prendre un vol aussi élevé que le leur, je suis aussi assuré qu'eux que le lien & le ciment, pour ainsi dire, de cet immense assemblage de parties, n'est autre chose qu'un commerce, un échange perpétuel, où des forces opposées à d'autres forces, des actions combattues par les réactions, se tiennent en échec, & se balancent de telle sorte que tout demeure à sa place, suit son cours, & qu'il ne se fait pas la moindre fente, la moindre crévasse, au superbe édifice du Créateur. Ainsi, quand je vois les Comètes partir d'un terme inconnu, je ne suis point inquiet de celui auquel elles parviendront, je ne crains point leurs attentats. Puisque ces Astres appartiennent au Système, je ne doute point qu'ils ne soyent assujettis aux mêmes loix, enchaînés par les mêmes forces, qui ont fondé le Système & le soutiennent. Je ne suis pas plus en peine des menaces d'un Telliamed, qui nous présume une aridité totale, une soif mortelle: fort bien funeste assurément pour des animaux tels que nous, qui avons été originairement hôtes des eaux, vrais poissons dont les écailles ne sont pas encore imperceptibles. Aussi loin que ma vue peut porter dans le tems & dans l'étendue, je n'apperçois rien de plus constant que le Monde; & je trouve le principe, le gage, si j'ose m'exprimer ainsi, de cette constance
dans



dans son inconstance, qui employe les débris, les fragmens des choses détruites, à en produire de nouvelles, & à leur donner tout l'éclat & toute la vigueur des précédentes. C'est là ce qui préserve non seulement l'Univers de sa ruine, ce qui empêchera que jamais aucun Sage puisse faire parade de sa constance, de maniere à lui mériter cet éloge :

*Si fractus illabatur orbis
Impavidum serient ruinae.*

Mais c'est ce qui dispense la Divinité de toute réparation, de toute nouvelle création de forces; c'est ce qui devoit empêcher Newton d'appeler au secours une main celeste qui corrige & supplée.

La solution des Questions les plus intéressantes tient à ce principe. La fameuse querelle des Anciens & des Modernes est un procès qui ne peut être décidé que par voye d'accommodement. Les Anciens ont eu des prérogatives sur les Modernes; les Modernes en ont sur les Anciens. Il ne s'agit pas de les mettre aux prises: il faut les placer sur la même ligne. Virgile & Voltaire, Horace & Boileau, Pindare & Rousseau, Euripide, Sophocle, Menandre, Aristophane, Plaute, Terence, Corneille, Racine, Moliere, ont tous été de grands hommes, & d'aussi grands hommes les uns que les autres, pour leur tems, & calcul fait de toutes leurs beautés & de tous leurs défauts.

Il en est de même en général des siècles grossiers par rapport aux siècles éclairés, des contrées sauvages par rapport aux pays policés. La liqueur des deux tonneaux de Jupiter y coule également; & le mélange des deux liqueurs y revient finalement à la même chose. L'ignorance, la stupidité, privent les hommes de divers avantages & les exemptent de certains vices: les lumieres, les sciences, les arts, brillent, échauffent, mais excitent, comme le Soleil dans les beaux jours d'Été, des vapeurs grossieres qui forment des orages & des tempêtes. Les hommes ne gagnent jamais sans perdre, & ne perdent jamais sans gagner. Les fléaux mêmes qui les désolent, les catastrophes qui les font gémir ou les écrasent, ne servent qu'à décharger un des bassins de la balance qui penchoit trop, & à le remettre en égalité



avec l'autre. Il en est comme des évacuations les plus violentes qui débarrassent le corps, des fièvres ardentes qui consomment les humeurs peccantes. Compensation partout. Le champ qui repose cette année, produira au double l'année prochaine.

Cependant la voix du murmure n'est pas étouffée. L'amour propre & l'intérêt ne se payent pas de spéculations. Que m'importe que l'Univers gagne ou perde, subsiste ou périsse, si je souffre, si je m'enfonce dans un limon d'où je ne puis me tirer? Que gagné-je aux victoires qui délivrent ma Patrie, si je vois consumer mon toit & ma maison? Ce sont des compensations individuelles qu'il faut pour apaiser tous les plaignans: sans quoi ils ne cesseront d'affliger le Trône de la Divinité: voyons, si nous pourrions leur en fournir: & c'est, comme je l'ai dit, ce qui m'occupe principalement dans ce discours.

Mais, avant que de m'engager dans l'exécution de ce dessein, je déclare que je ne prétens point répondre aux plaintes injustes que l'amour propre suggère perpétuellement aux hommes. Ce n'est point la faute de la Providence, si personne n'est content de sa situation: il faut uniquement imputer tout ce que les hommes disent & font à cet égard, à leur caractère inquiet & remuant, encore plus aux passions rongeantes dont ils sont presque toujours dévorés. La toute-puissance divine suffiroit à peine pour exaucer les requêtes importunes des mécontents de cet ordre: mais elles sont indignes d'être l'objet, soit de la sagesse, soit de la bonté de l'Etre suprême.

A plus forte raison les maux qu'on s'attire volontairement, & dont le nombre s'étend si loin, ne sauroient-ils être imputés à l'Arbitre des événemens. Quel dédommagement pourroit exiger celui qui dissipe follement un bien qui suffisoit à sa subsistance, qui travaille opiniâtrément à la ruine d'une santé de laquelle il pouvoit se promettre une vie longue & exempte d'infirmités, qui prend en un mot le contrepied de tout ce qui pouvoit contribuer à sa tranquillité & à son bonheur? Si le méchant fait une oeuvre qui le trompe, s'il n'y a point de paix pour lui, c'est uniquement parce qu'il est aussi méchant, ou même plus, que Dieu n'est bon.

Après



Après avoir ainsi écarté toutes les prétentions injustes, je n'admets point non plus une supposition qui joint à un fond de vérité des exceptions trop fortes & trop nombreuses pour devenir un principe, & acquérir force de loi. C'est celle de l'égalité des conditions, que des Poëtes célèbres ont chantée en fort beaux vers, mais n'ont pas prouvée par des argumens fort solides. Ce fond de vérité dont je ne disconviens pas, c'est que les conditions les plus brillantes, & vulgairement réputées les plus heureuses, ont leurs désagrémens, leurs épineux, qu'il se mêle des jours nubileux aux jours les plus sereins : & après tout cela revient à dire qu'il n'y a point de bonheur parfait ici bas ; notion fondée sur l'expérience la plus invariable. D'un autre côté, les revers, les disgrâces, les calamités les plus accablantes, ont certains adoucissémens, certaines ressources, qui en diminuent l'amertume & en allègent le poids. Je reconnois que les choses se passent assez généralement ainsi ; mais je me garde bien d'étendre cette supposition & son efficace aussi loin qu'on voudroit le faire. Il y a des vies agréables & douces où l'on jouit d'un bien honnête, d'une santé ferme, de la considération publique, & de plusieurs autres avantages qui font un sort vraiment digne d'envie ; tandis qu'il y a d'autres vies où les humiliations, l'indigence, les douleurs, l'opprobre, font un vrai tissu de souffrances. Certains états ont des prérogatives réelles ; & d'autres détrimens qui ne sont pas moins réels. C'est une pure déclamation de dire qu'un Roi est aussi à plaindre qu'un forçat, un Crésus qu'un Iru ; ce seroit une folie de le soutenir sérieusement. Je renonce donc à la défense de ce genre de compensation ; & si j'étois appelé à opter entre des états aussi dissemblables, je ne donnerois pas dans la chimère de croire cette option indifférente, & de la remettre au hazard.

Enfin, pour n'omettre aucune des déterminations requises dans tous les cas où l'on veut énoncer une thèse avec netteté, je ne regarde pas la compensation morale que j'ai en vue, comme se faisant au jour la journée, & d'un instant à l'autre : il suffit qu'elle soit totale & finale, pour justifier les voyes de Dieu, & bannir de nos coeurs toute défiance.



ce. Les hommes ressembloient assez à un jeune garçon dont je ne puis m'empêcher de rapporter ce trait dont j'ai été témoin. On lui avoit dit de mettre de l'argent à la boîte des pauvres en sortant de l'Eglise; & on l'assura que, suivant la formule prononcée par l'Ancien qui le reçoit, Dieu le lui rendroit. Il le fit; mais, avant la fin du jour, il se plaignoit que Dieu ne lui avoit encore rien rendu. Voilà, sinon comme parlent, au moins comme pensent souvent tous ceux qui se croient lésés par la Providence: ils voudroient que la perte fut aussitôt réparée que soufferte; les délais les impatientent, & les jettent dans toutes sortes de faux raisonnemens. De cette manière, & s'ils n'entendent pas leurs vues plus loin, ils ne trouveront point d'issue. Les plus saints hommes ont été quelquefois dans cette perplexité; & il suffit de renvoyer là dessus au Pseaume LXXIII. Où est donc l'accord, le contrat fait avec la Divinité, par lequel elle s'est engagée à nous accorder une suite non interrompue de biens, sans aucun mélange de maux, ou bien, à faire succéder immédiatement à chaque mal un bien qui ait, dans la plus exacte proportion, la valeur requise pour tenir lieu de dédommagement? La Raïson & la Religion n'ont rien qui favorise ces idées; tout ce qu'elles déclarent de concert, ou du moins tout ce qu'on peut déduire par des conséquences légitimes des principes qu'elles nous fournissent, c'est qu'il n'y a rien à risquer, si j'ose ainsi m'exprimer, & à perdre avec Dieu; que, pourvu que l'homme ne se manque pas volontairement à lui-même, son Créateur ne lui manquera pas, & que par un dernier arrêté de compte toutes les justes prétentions seront liquidées de la manière la plus satisfaisante pour les intéressés.

Si je voulois m'en tenir à la Religion seule, tout seroit décidé, & je finirois ce Discours, comme on finit les Sermons, par la vie éternelle, qui, telle que la Révélation nous la dépeint, & la promet à ceux qui rempliront les conditions nécessaires pour l'obtenir, est non seulement un dédommagement, mais une grace, un don, une effusion de toutes sortes de biens, dont le nombre, le prix, la durée, l'emporteront infiniment sur tous les sacrifices auxquels nous pouvons être appelés



pellés ici bas. Quiconque admet la certitude de cette compensation, & n'en est pas content, en est assurément indigne.

Mais, indépendamment de la Révélation, & philosophiquement parlant, il y a une Religion naturelle dont les dogmes ont une évidence propre à convaincre & à déterminer ceux qui ne se livrent pas volontairement aux sophismes de l'impiété. Ces dogmes se réduisent à quatre principaux, l'existence de Dieu, la Providence, l'immortalité de l'âme, & la vie à venir. Ces principes suffisent pour mettre au moins sur la voye de la compensation ceux qui seroient tentés de se plaindre des arrangemens actuels, & de croire qu'il leur est échü une dose de malheur qu'ils n'ont pas méritée. Il ne s'agit plus que de les aider dans la recherche de cette compensation, dont je détermine & retrains la nature en ces termes, qui sont l'énoncé que j'avois promis, l'objet de ce Mémoire, & la base du système que j'y établis, ou que j'établirais dans un Traité complet sur cette matiere, si j'en composois un. *Tout homme éclairé & vertueux, qui se fera de justes idées de la compensation à laquelle il peut aspirer, & qui emploiera les moyens convenables pour y parvenir, peut se promettre une réussite infaillible & complete.* Il ne s'agit plus que de décomposer cette assertion, & d'en justifier chaque membre.

Je n'accorde d'abord le privilege de la compensation qu'à un homme éclairé & vertueux; &, comme je ne fais pas intervenir la force prépondérante de la Religion, je n'entens par là que les lumieres & les vertus dont le bon usage de nos facultés peut nous procurer l'acquisition. Un Socrate, un Aristide, ont pu & du être à portée de se dédommager de tous les maux, de toutes les injustices, auxquelles ils ont été exposés; & il paroît qu'en effet ils ont été beaucoup plus heureux que leurs accusateurs & leurs oppresseurs, ou plutôt qu'ils étoient seuls véritablement heureux; tandis que leurs lâches & vils Ennemis étoient tourmentés par les Furies, & se rendoient les objets de l'exécration publique. La réunion des lumieres & des vertus est indispensablement nécessaire ici: il faut les premières pour se faire de justes idées des choses, apprécier les vrais biens & les vrais maux; il



faut les secondes pour se rendre témoignage à soi-même qu'on n'est pas l'artisan de sa propre misère, qu'on ne porte pas la peine due à ses crimes. Celui qui n'a point de lumières ressembleroit à un homme qui, ayant perdu un joyau, ne verroit pas où il est tombé, & ne pourroit le retrouver : celui qui manque de vertus peut être comparé à un homme qui verroit que ce joyau est tombé dans un endroit profond & de difficile accès, mais n'auroit pas l'agilité ou la force nécessaire pour aller le reprendre. Or voilà malheureusement le double cas où se trouvent presque tous les hommes ; d'où s'ensuit que, dès les premières avenues de la compensation, l'accès s'en trouve bouché, non par la volonté, & si j'ose ainsi dire, par la faute de Dieu, qui se tient au contraire toujours prêt à fournir ce qu'on a droit d'exiger, mais parce que les hommes négligent de se mettre dans les dispositions & de faire les démarches essentiellement nécessaires à ce but. Donc, & par une conséquence immédiate, point de compensation pour l'ignorance, c'est à dire, l'ignorance volontaire, & bien moins encore pour le vice : tout est à pure perte dans cet état ; un abyme ne manque jamais d'y appeler un autre abyme. Donc encore, & par une conséquence non moins évidente, toutes les compensations sont proportionnelles, & en vertu du principe des indiscernables, varient individuellement & à l'infini. Suivant l'étendue des lumières & le degré des vertus, on découvre & l'on obtient les avantages qui compensent plus ou moins les dommages endurés. Il en est ici comme dans les effets du mouvement ; si l'élasticité étoit parfaite, il n'y auroit aucun effet nuisible, l'angle de réflexion seroit parfaitement égal à celui d'incidence, aucun mobile ne s'amortiroit, & ne perdrait même de sa force motrice. Mais c'est ce qui n'a jamais lieu dans cette précision, les corps élastiques ayant toujours un degré de dureté ou de mollesse. L'homme de même ne rétablit jamais l'équilibre parfait entre les biens & les maux, parce qu'il y a toujours quelque chose de défectueux en lui, tant du côté des lumières que de celui des vertus. Les Socrates & les Aristides eux-mêmes sont bien éloignés d'être infailibles & impeccables ; qu'on juge après cela des autres.

Cela



Cela posé, l'homme dont nous parlons met la main à l'oeuvre; il n'a garde d'attendre que les compensations se présentent d'elles-mêmes, de demeurer les bras croisés, & de confier son bien-être & son mal-être à des causes purement fortuites. Employons ici l'exemple de l'Agriculture. Le champ du paresseux ne produit rien; il n'y croit que des ronces & des épines. Mais le Laboureur qui cultive son champ, espère en semant de moissonner; & cette moisson est la compensation, & du prix de la semence, & de celui de ses travaux. Mais voici ce qui achève de rendre cet exemple parfaitement applicable à notre sujet. L'année est stérile, la récolte manque, l'attente du Laboureur est trompée. S'exhalera-t-il en plaintes; jettera-t-il les hauts cris, prendra-t-il la résolution d'égorger les boeufs, & de briser sa charrue? Ce seroit l'action d'un insensé, d'un furieux. Point du tout: il dira sagement; l'année suivante, au pis aller, la troisième, la quatrième, sera meilleure: & si je fais tout ce qui dépend de moi, pendant dix ans, vingt ans, il se trouvera au bout de ce terme qu'en multipliant le produit de ces années, & le divisant en égales portions, les années moyennes me payeront de mes peines, & compenseront suffisamment les pertes des mauvaises. Ainsi pense & agit le Sage. Il s'attend à une compensation finale, & il fait que pour y arriver il y a certaines choses à faire, dont l'omission est incompatible avec le but désiré.

Les compensations ne sont donc pas fortuites; c'est une première observation destinée à expliquer & à confirmer mon système: en voici une seconde, c'est qu'elles ne sont pas homogènes, qu'on ne doit pas s'attendre à cette homogénéité, & qu'une erreur aussi mal fondée rendroit inutiles tous les efforts qu'on feroit pour obtenir une semblable compensation. Il suffit qu'en perdant une chose l'homme éclairé & vertueux puisse compter d'en obtenir, s'il fait ce qu'il peut & doit pour cela, une autre qui vaut pour le moins autant, & presque toujours mieux. On perd, pour ainsi dire, successivement tous les âges de la vie en passant de l'un à l'autre; mais n'y a-t-il pas toujours à gagner pour ceux qui ont fait un bon usage des âges précédents, sans que la vieillesse même soit exempte de ce gain, malgré tant



de pertes apparentes qu'elle fait ? On perd la santé, & quelquefois on ne la recouvre jamais ; mais si cela conduit à la réflexion, à la maturité de l'esprit, au bon usage de ses talens, quel gain n'a-t-on pas fait ? Chacun comprend ce qu'il me feroit aisé de dire de la perte des grandeurs, des richesses, de la beauté ; ce ne sont là des disgraces proprement ainsi dites que pour ceux qui n'y veulent voir que le côté disgracieux ; pour le Sage, ce sont de simples changemens de situation, & même des trocs avantageux. Pellisson, dans les cachots de la Bastille, ne pouvoit pas prévoir la compensation homogene qui l'attendoit. Mais il en trouvoit une suffisante dans l'attachement généreux qu'il avoit voué à Fouquet, dans le plaisir d'employer pour sa défense tous les moyens que ses lumieres & son bon coeur lui suggéroient. Cette situation d'esprit lui permettoit de s'amuser avec son flageolet & son araignée, d'écrire avec des morceaux de plomb son Poeme d'Eurydamas ; il couloit des jours bien plus fortunés que ceux de la plupart des persécuteurs du Surintendant.

Cette seconde considération me conduit à une troisieme, à laquelle je me bornerai, pour ne pas abuser de votre attention ; c'est que les grandes compensations, les compensations réelles & décidées, sont presque toutes internes ; mais que, par là même, dès que nous en sommes susceptibles, elles ne manquent jamais de nous dédommager & de nous satisfaire pleinement. Le Sage impassible est une chimere ; le Sage heureux & content dans l'infortune est une réalité, ou bien il n'y a point de Sage. C'est une belle idée que celle qui a fourni le titre d'un Ouvrage assez récent ; *la jouissance de soi-même*. Quand le domicile intérieur est nettoyé, embelli, pourvu de tout ce qui peut en rendre le séjour commode & agréable, il n'y a, j'ose le dire, presque point d'effort & de mérite à parer les coups de la Fortune, à résister aux plus violens assauts du dehors. Les hommes ne sauroient construire de Citadelle imprenable ; mais ils peuvent en porter une au dedans d'eux. Alors, à mesure qu'on paroît s'affoiblir, s'appauvrir, décheoir, quant à l'extérieur, on se fortifie, on s'enrichit, on prospère intérieurement ; des débris même de tous les biens temporels



on construit un édifice moins brillant, mais tout autrement solide. Cela est à la vérité incompréhensible pour l'homme charnel, pour le mondain aveuglé; aussi n'est-ce pas aux personnes de ce caractère que nous promettons des compensations.

Je m'arrête, mais ce n'est pas faute de matière. Je pourrois vous faire voir diverses branches de compensation très fécondes pour qui sait en recueillir les fruits. Combien n'y a-t-il pas à gagner, par exemple, à se défaire de toutes ces opinions qui sont comme autant de verres trompeurs, au travers desquels nous ne voyons jamais les choses comme elles sont? Mais ce n'est guères que par l'expérience & à ses dépens qu'on se défait de ces opinions, qui, dans un âge bouillant, & pendant le règne des passions, influent sur toutes nos démarches? Qu'il est utile d'avoir de la fermeté d'esprit, de savoir se posséder, de ne jamais perdre la tramontane, à quelque extrémité qu'on soit réduit, à quelque danger qu'on se trouve exposé! Mais, pour être dans ces dispositions, ou du moins pour s'assurer qu'on y est, ne faut-il pas avoir éprouvé ces extrémités, & ces dangers? Sénèque passe pour un déclamateur parce qu'il philosophoit au sein des grandeurs & de l'opulence. Epictète est un martyr: il brille de la gloire des martyrs; il partage leur bonheur. Quels ne sont pas les effets admirables de la patience! Peu s'en faut qu'elle ne dénature les maux, & les change en biens. Cette énumération ne seroit pas prête à finir si je voulois la rendre complète. Toutes les Vertus y entreroient; car il n'y en a aucune qui ne porte avec elle sa récompense.

*Virtus præmium est optimum, virtus omnibus
Rebus anteit profecto, libertas, s'c'us, vita,
Res, parentes, patria & prognati, tutantur, servantur.
Virtus omnia in se habet, omnia adsunt bona quem penes est virtus.*





REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE,

PAR M. DE BEAUSOBRE.

PREMIER MÉMOIRE.

On oppose la folie à ce qu'on appelle Raison: la raison sous ce point de vue est la faculté de voir distinctement la liaison d'une idée avec une autre. Ces définitions admises il faudroit entendre par fou, un homme qui ne pourroit voir distinctement la liaison de ses idées. Mais, pour ne point mettre en principe ce qu'il s'agit de prouver, & ce qui peut-être est tout autrement qu'on ne se l'imagine, il est à propos de commencer par voir quels sont les hommes, qu'on a coutume d'appeller fous.

Lorsqu'un homme paroît avoir des sensations que n'ont aucun de ceux qui se trouvent placés dans les mêmes circonstances; lorsqu'un homme raisonne ou agit d'une manière opposée à celle que demanderoient les sensations, que nous avons droit de lui supposer; lorsqu'un homme se persuade une erreur qu'il est aisé de reconnoître, qui sauteroit aux yeux de tout autre & qui ne l'auroit pas trompé lui-même, avant que d'être dans l'état où il se trouve: dans tous ces cas, on dit qu'il est fou, soit que son dérangement soit accompagné d'actes de fureur, de mouvemens convulsifs, de pleurs, de cris, soit qu'il soit dans un état calme. Ces différentes modifications peuvent être essentielles pour le Médecin: elles ne le sont guères pour le Méraphysicien.

Par rapport au premier cas, c'est à dire, à celui où l'on entend par fou, un homme qui croit, ou qui paroît avoir des sensations que
n'a



n'a aucun autre homme placé dans les mêmes circonstances, tandis qu'il ne croit pas ou ne paroît pas avoir celles qu'il est naturel de lui supposer dans les circonstances où il se trouve; je remarque que, les sensations n'étant autre chose que les représentations de notre état présent, un fou sera pour lors un homme qui ne se représentera pas son état présent tel qu'il est, ou tel que tout autre homme à sa place se le seroit représenté, ou bien ce sera un homme dont l'état est effectivement différent, de ce qu'il devroit être selon le cours ordinaire de la Nature. Il faudra donc supposer, ou des représentations fausses, ou des représentations très analogues à l'état présent, mais à un état dérangé, ou enfin une absence de représentations, soit qu'elles ne se trouvent pas effectivement dans l'ame de celui qui est en délire, soit qu'elles ne s'y trouvent que fort obscurément. Si l'on veut que ce soient des représentations fausses, qui expliquent le premier cas dont nous parlons, il sera nécessaire de convenir auparavant de ce qu'on entend par représentations vraies; mais il est peut-être impossible de déterminer ce qui est vrai dans nos perceptions, & ce qui ne l'est pas: c'est à dire, de savoir, si les représentations de notre ame sont conformes aux objets dont elles sont les images, ou si elles n'ont avec ces mêmes objets qu'un rapport quelconque. Sans parler ici du peu de fond qu'on a raison de faire, sur tout ce qu'on ne connoît que par les sens, on ne sauroit nier que non seulement des organes autrement disposés que les nôtres, mais encore des organes dont la structure ne différeroit que très peu de la structure ordinaire, ne produisissent des représentations bien différentes de celles que nous avons, puisque les organes changeroient alors considérablement l'action des objets extérieurs, & par conséquent les sensations, qui sont les effets de cette action. Serions-nous en droit d'appeller fausses des représentations très analogues à des organes un peu autrement disposés que les nôtres? Pas plus sans doute, qu'il ne seroit permis à des hommes autrement organisés que nous, d'appeller fausses les représentations que nous avons en vertu de notre organisation. Les objets sont autres qu'ils ne nous le paroissent, il y a une aberration entre l'image entiere-
ment



ment semblable à l'objet, & l'image que nous nous en faisons: Quel est le terme de cette aberration? Quelle est l'aberration qui pourroit nous engager à appeller fausses certaines représentations? Cependant il y en peut avoir qui le soient: ce seroient celles qui pourroient être démenties par le temoignage de plusieurs sens, & qui renfermeroient quelque contradiction sensible. Cela posé, on appelleroit fou un homme qui, étant éveillé & jouissant de l'usage de ses sens, auroit des représentations qui pourroient être démenties par le temoignage de plusieurs sens, ou qui impliqueroient contradiction, & qu'il croiroit pourtant analogues à des objets extérieurs; c'est à dire, un homme qui prendroit pour des sensations les images que son imagination lui présenteroit, sans que les raisons qu'on lui allégueroit, & le concours de tous ses sens pussent le détromper.

Si l'on vouloit entendre par représentations fausses, des représentations différentes de celles qu'ont les autres hommes placés dans les mêmes circonstances, ou différentes de celles que le même homme a eues jusqu'ici; je demanderois si, le plus souvent, on est bien assuré de l'uniformité des représentations, lorsqu'on l'est de l'uniformité du langage: si l'on est assuré, que dans le courant de la vie, il n'y a point pour le même homme de variation à cet égard? Je demanderois encore, dans la supposition, que l'uniformité de langage supposât l'uniformité de sensation, jusqu'à quel point il faut que cette différence soit poussée, pour qu'on soit fou? Comme il n'y a sans doute personne, qui ne convienne que les effets physiques, produits par un même objet dans différens sujets, ne soient différens: on ne sauroit aussi nier que les représentations de ces effets ne diffèrent. Mais ce que nous avons dit des représentations fausses en elles-mêmes, peut se dire de celles qui diffèrent des représentations des autres hommes: lorsque la différence est trop considérable & qu'elle devient sensible par les actions & par les paroles; les représentations de celui qui se sépare ainsi de tous les autres hommes, supposent assurément un dérangement porté à un certain degré: & nous verrons plus bas quel peut être ce degré.



Pour expliquer le premier cas dont il est ici question, on peut aussi supposer les représentations d'un fou toutes aussi vraies que celles des autres hommes, mais variées par de certaines circonstances : & cela n'est pas difficile à comprendre. Qui ne fait que, par le grand principe de l'association des idées, le même objet, produisant à peu près les mêmes effets physiques sur les organes de différentes personnes, en est envisagé bien différemment ? Cè n'est ni l'image autrement peinte sur la rétine de l'oeil, ni le cours dérangé du fluide subtil porté au cerveau, ni la représentation de cet objet qui cause ici des différences souvent si marquées ; ce sont des idées que cet objet rappelle, & ces idées plus ou moins vives, tristes ou gaies, ordinaires ou extraordinaires, donnent la clef de ce mystère. Deux hommes apperçoivent une belle femme : l'un ayant eu le malheur d'être attaqué par une femme furieuse, & n'ayant échappé qu'avec peine au danger, est devenu craintif : il est bouleversé à la vue inopinée de cette femme, il croit voir le poignard qui l'a menacé, il crie, il se sauve, on ne peut le faire revenir de son erreur : l'autre avec beaucoup de foible pour le sexe est tout épris de cette femme, il entre dans des transports qu'il ne sauroit modérer, il croit déjà jouir de cette beauté, il lui semble revoir des instans semblables à ceux qu'il a déjà connus, rien ne peut l'arrêter ; Quel est le fou ? Ou le seroient ils tous les deux ? Le monde a décidé contre le premier, peut-être parce que le monde est vicieux. Cet exemple n'est que pour éclaircir mon idée : ici la représentation est analogue à l'objet, mais l'association des idées produit des images étrangères à l'objet, ou si l'on veut, altère l'image principale, en la colorant. Lorsque par le moyen de l'association des idées, il entre dans l'ame des représentations, qui supposent dans les objets apperçus, ce qui ne sauroit s'y trouver, & qu'on prend pour sensation le total, sans pouvoir être détrompé par la voye des sens & du raisonnement, on est fou.

J'ai dit en second lieu, qu'on pouvoit supposer des représentations très analogues à l'état présent, mais à un état dérangé. Nos sensations dépendent de la structure de nos organes : or il est aisé d'y



supposer un changement assez considérable, pour que les sensations soient telles, que la conduite de celui qui les éprouve ne soit pas celle des autres hommes dans l'état ordinaire. Qu'un pareil dérangement ait jamais eu lieu, c'est ce que j'ai de la peine à croire; quoiqu'il en soit, si l'on eut moins négligé les monstres, & s'il se fut trouvé des personnes assez intéressées à la perfection des connoissances humaines, pour veiller à leur conservation, peut être que nous aurions sur cette matiere des lumieres bien propres à faire sentir que tous ces Systèmes sur l'ame humaine dont se bercent les Philosophes, ne sont au fond que quelques vérités mêlées à beaucoup d'erreurs. Mais, pour ne point m'écarter de mon sujet, je remarque qu'il seroit nécessaire pour qu'un homme fût fou par le dérangement des organes, qu'il ignorât que ses organes fussent dérangés; sans cela ce ne seroit qu'un malade. Il est inutile, je pense, d'observer, que le dérangement des organes change l'état présent d'un homme, puisque cet état ne dépend pas seulement de la position des choses qui l'environnent, & de l'action des objets extérieurs, mais encore de l'action des organes agités par ces objets.

Enfin, j'ai dit qu'il étoit aussi possible de supposer, que les représentations vinssent à manquer, soit qu'elles n'existassent pas, soit qu'elles n'existassent qu'avec ce degré d'obscurité, qui empêche qu'elles ne soient apperçues. Ce cas est précisément l'opposé de celui où l'imagination ajoute à la représentation par le moyen de l'association des idées. Je ne parle pas ici de ceux à qui il manqueroit un sens, ou dont quelques uns des sens seroient affoiblis. Si donc un homme ne se représentoit pas son état présent, ou ne s'en représentoit qu'une partie, de maniere que ses actions prouvassent cette absence des représentations, que l'existence des objets & le bon état des organes produisent infailliblement, on diroit qu'il est fou. Il seroit possible qu'un tel homme prit pour une imagination, ce qui réellement est une sensation, ou qu'il fût si vivement occupé de certaines idées, que les sensations fussent comme éclipsées, ce qui est bien plus naturel, puisque cela arrive à tous les hommes sans exception.



La seconde espece de folie est celle d'un homme qui paroîtroit raisonner ou agir d'une maniere opposée à celle que demanderoient les sensations que nous nous voyons obligés de lui supposer. Cette espece revient à la premiere, car comme il n'est pas possible, qu'un homme raisonne & agisse d'une maniere contradictoire à ce qu'il éprouve : il faut nécessairement qu'un homme dans cet état ait des sensations bien différentes de celles des autres hommes, ou que ces sensations lui paroissent autres qu'elles ne sont ; on fait que, pour les hommes, croire éprouver ou éprouver effectivement est la même chose. On ne peut juger des sensations d'un homme que par celles qu'on a, ou par le témoignage de cet homme ou par ses actions : mais le premier moyen n'est tout au plus praticable, que vis à vis de ceux qui conviennent en tout avec nous, le second ne l'est pas toujours, & le troisieme n'est fondé que sur des conjectures. Il est donc plus naturel de penser, que lorsqu'un homme nous paroît agir de maniere à nous faire croire que ses actions ne s'accordent pas avec ses sensations, il n'a pas les sensations que nous lui supposons, ou du moins que celles qu'il s'imagine avoir, ne sont pas celles que nous lui prêtons.

La troisieme espece de folie, dont nous avons fait mention, est celle d'un homme qui se persuade une erreur, qu'il est non seulement facile de reconnoître pour telle, mais qu'il a en effet toujours reconnue pour en être une. Ce cas me paroît le plus embarrassant : en effet quelles sont les erreurs qu'on ne puisse sans être fou prendre pour des vérités indubitables ? Seront-ce celles qui choquent le sens commun, les premieres notions de la raison ? mais quel est l'homme qui n'adopte quelque erreur de cette espece ? des Nations entieres sont tombées dans ce travers. Seront-ce des erreurs qui combattent le témoignage de nos sens ? mais combien de ces erreurs dans les têtes les plus raisonnables ! Seront-ce celles qui, après avoir été réputées ce qu'elles sont pendant tout le cours de la vie, viennent tout à coup à être rangées parmi le nombre des vérités les plus certaines ? mais qui n'a vû & ne voit encore tous les jours les erreurs les plus grossieres s'accréditer dans l'esprit même de ceux qui les ont combattues avec le



plus de chaleur? Ne voyons-nous pas des gens, qui, après s'être moqués des spectres & des sortilèges, changent quelquefois d'idées & deviennent enfants sur cet article? Cependant, quand on n'approfondit rien, on convient que tel homme est fou, tandis qu'on soutient de tel autre qu'il ne l'est pas, quoique les erreurs de l'un soient aussi extravagantes que celles de l'autre. Pour moi, il me semble pouvoir ramener cette troisième espèce de folie à la première, & couper ainsi court à toutes les difficultés. Je trouve une différence qui décide de la folie, elle dépend de la cause qui produit l'erreur: si cette erreur est née de ce qu'une imagination a été prise pour une sensation, si l'on a transporté ses rêveries dans le monde physique, on est fou; on ne l'est point, si sachant fort bien que ce qu'on imagine n'est point fondé sur le rapport des sens, on admet une erreur, parce qu'on raisonne mal, ou qu'on raisonne sur des faits incertains, ou sur des principes faux. Nous voyons que l'opiniâtreté des foux est bien plus forte, que celle de tout autre homme trop entier dans ses idées: & cela doit être ainsi; de quoi est-on plus sûr que de ce qu'on croit avoir appris par l'usage de ses sens? J'ai connu une Dame respectable par ses mœurs & par son caractère, fort occupée des soins de son ménage, d'une grande douceur, & d'une santé bien affermie, qui eut le malheur de tomber dans un état bien extraordinaire. Elle étoit allée dîner chez un Médecin, qui logeoit à une petite lieue de la Campagne où elle demouroit, elle y parut gaie comme à son ordinaire, & personne ne s'aperçut d'aucune espèce de changement; de retour chez elle on la vit régler ses affaires, & se coucher fort tranquillement: le lendemain en se levant, elle dit à son mari, qu'elle étoit bien surprise, que ce Médecin ne se fût pas aperçu d'une chose qui l'auroit du frapper, qu'il ne lui avoit pas dit un mot de ce qu'elle avoit laissé sur sa cheminée la moitié de sa tête & de sa gorge. Le mari, fort surpris de ce discours, vit bientôt le dérangement d'esprit de sa femme, & ce qu'il y eut de bien plus extraordinaire encore, c'est que ce dérangement ne fut accompagné d'aucun autre symptôme de folie ou de maladie: elle eut soin de son ménage, elle parla de tout comme elle avoit accou-



accoutumé de la faire, & il n'y eut en elle d'étrange que cette imagination, que les soins du Médecin lui firent passer: au bout de quelques mois il n'en fut plus question. J'ignore ce qui lui est arrivé depuis.

Pour expliquer ce phénomène, je supposerois volontiers que cette Dame sentant peut-être quelque engourdissement d'un côté, se représentant une différence quelconque entre un côté de sa tête & l'autre, eut l'imagination assez vive pour se peindre l'état où elle seroit, si elle venoit à perdre une partie de sa tête & de sa gorge, & qu'ensuite prenant pour sensation, l'image que son imagination lui présentait, elle se persuada qu'effectivement elle étoit privée d'une partie de son corps. N'en seroit-il pas de même de cet homme, qui se croyoit Dieu le Père? S'étant fait sans doute de la Divinité les idées les plus grossières, il aura échauffé son imagination à force de se représenter quelques phantômes, & il aura enfin pris pour sensation ces images présentées à son esprit, & se les fera appliquer.

Chercher la raison de ces idées extravagantes dans le dérangement des organes, ce seroit accumuler les difficultés; il ne seroit plus possible d'expliquer après cela comment les bons intervalles viennent s'entremêler aux accès de folie; puisqu'il n'est gueres possible que les organes passent tour à tour d'un état extraordinaire à un état ordinaire. Il est plus simple d'attribuer la cause de ces phénomènes à la vivacité des images, que l'imagination se forme: comme les sensations ne se distinguent des effets de l'imagination que par le degré de clarté, il n'est pas difficile de concevoir comment un rêve peut-être pris pour une réalité. J'avoue cependant qu'alors il y a quelque difficulté à déterminer exactement les bornes qui sépareront le fou, de l'homme qui ne l'est point. L'imagination agit toujours, elle ajoute & retranche sans cesse quelque chose à nos sensations, notre état présent ne nous est jamais représenté tel qu'il est: quel sera donc le point de passage de la raison à la folie? Je réponds que, quoiqu'il soit vrai que tout ce que nous croyons éprouver immédiatement par les sens n'entre point par cette voye dans notre esprit, mais qu'une partie est suppléée par l'imagination, en sorte que les deux causes de la représentation qui est dans notre



ame, agissant en même tems, confondent leurs effets; on peut pourtant assigner un degré de force & une maniere d'agir, où l'imagination produit la folie: & ce point sera celui où l'imagination commencera à dénaturer l'objet, à lui prêter des propriétés, ou contradictoires entr'elles, ou en opposition avec celles qui sont apperçues, bien entendu que ces effets de l'imagination seront pris comme faisant partie de la sensation.

La folie seroit donc, à l'envisager comme nous venons de faire, la rêverie d'un homme éveillé: pour rêver lorsque des objets extérieurs agissent sur nos organes, il faut en premier lieu que l'on ne s'apperçoive point de cette action des objets extérieurs, soit que les mouvemens destinés à accompagner ces perceptions s'affoiblissent ou s'arrêtent comme dans le sommeil, soit que l'esprit occupé, obscurcisse ces perceptions par des perceptions plus vives, soit qu'un dérangement trop considérable dans les organes nous approche de l'état du sommeil. Il faut en second lieu, que celui qui rêve ait des représentations d'objets qui n'existent point, ou qui n'existent point ainsi qu'il les apperçoit, ou qui n'existent point dans la sphere de ses sensations. Ces représentations déplacées sont plus ou moins vives, selon que les passions s'y mêlent plus ou moins. On n'a qu'à faire réflexion à la bizarrerie des rêves, pour se faire une idée de ce qui peut entrer dans la tête d'un fou. Qui est-ce qui n'a pas éprouvé que nos songes sont souvent accompagnés des mouvemens les plus violents; les passions y jouent leur rôle, & tout est semblable à ce qui se passe pendant la veille. Ce ne sont pas les rêves seulement qui nous donnent une idée bien simple de la folie; l'état des hommes, lorsqu'ils sont agités de quelque passion, nous en donne une autre toute aussi naturelle: qu'arrive-t-il à un homme que la colere emporte, que l'amour ou la haine anime? Que l'on compare l'homme dans cet état, au même homme dans un état tranquille, on verra qu'il a tout autrement entendu, tout autrement vû. Les objets ont-ils changé de nature; la structure des organes a-t-elle changé? Point du tout, l'imagination est venu altérer les objets, les sensations ont été colorées, & l'imagination a été assez vive dans ses
pein-



peintures pour confondre ses phantômes avec la réalité. C'est là la Mécanique qui explique ces phénomènes du monde moral, où un voile vient couvrir les yeux de l'entendement. Dites à un fou qu'il se trompe, à un furieux que son ennemi a raison, à un amoureux que sa belle est un monstre de laideur; vous n'en ferez point crû, & comment le seriez-vous? Ils vous opposent le témoignage de leurs sens, & ce témoignage est plus fort que tous les raisonnemens: il s'agiroit de leur faire comprendre, que leurs sens ne rendent point ce témoignage; mais quel moyen de leur faire entendre cette vérité?

Dans la folie les sensations sont donc altérées, & cette altération consiste, ou à prêter aux objets ce qu'ils n'ont point, ou à leur ôter ce qu'ils ont nécessairement, sans qu'il faille supposer que les objets agissent sur nos organes d'une manière extraordinaire, puisqu'il suffit d'admettre le ministère de l'imagination pour expliquer tous ces changemens. Il nous arrive même assez souvent, & de ne pas voir ce qui est peint sur la rétine de notre oeil, & de voir ce qui n'y est pas; ce qui n'existe point, ou ce qui n'existe pas comme nous croyons le voir. Malebranche a montré avec une grande sagesse combien l'imagination influe sur toutes nos perceptions, il a fait voir que nos sens ne nous paraissent des instrumens infidèles que parce que l'imagination ajoute toujours quelque chose aux sensations, sans parler même du jugement que nous nous hâtons de porter, & que nous supposons mal à propos être une sensation.

Mais comment expliquer les effets de l'imagination; & à quoi attribuer ce degré d'activité, qui vient troubler le repos & les opérations de l'âme? Le système des Matérialistes est un système bien commode; il n'a qu'une difficulté, celle-là étant digérée, toutes les autres s'évanouissent, & tous les phénomènes qui regardent l'homme sont expliqués. Mais comme la commodité d'un système, qu'on me passe cette expression, n'en prouve pas la vérité, & qu'une difficulté en vaut souvent mille, laissons à des philosophes paresseux le plaisir de croire, que la nature de l'homme n'a rien de mystérieux, & contentons-nous de quelques probabilités, au défaut de lumières plus cer-



certaines. Je commencerai par quelques réflexions sur les causes physiques de la folie.

Lorsque j'ai dit, qu'il n'étoit pas nécessaire, pour expliquer les phénomènes de la folie, d'avoir recours à des dérangemens physiques, je n'ai pas prétendu exclure ces causes, mais seulement établir que des effets semblables pouvoient avoir lieu sans elles; & j'insisterai là dessus dans la suite.

Il suffit d'avoir observé la liaison intime des mouvemens du corps avec les perceptions de l'ame, pour juger que les changemens arrivés dans l'un doivent en produire d'analogues dans l'autre, quelle que soit l'espece de lien qui les unisse. S'il est fâcheux que le corps influe jusqu'à ce point sur les opérations de l'ame, cela est compensé par d'autres avantages; le même moyen employé à troubler notre ame, sert à l'éclairer; c'est dans l'équilibre parfait de l'action du corps & de l'action de l'ame que gît l'état parfait d'un Être fini. Nous voyons que le vin échauffe notre imagination en fouettant notre sang, que certaines maladies produisent des délires, qu'une trop grande quantité de nourriture, après avoir chargé notre estomac, nous fait rêver pendant la nuit: ce sont là des faits qui déposent en faveur de l'influence du corps sur les opérations de l'ame. Mais comment le corps agit-il dans le cas où l'homme devient fou? Sera-ce ce fluide subtil, dont les Anatomistes parlent tant & qu'ils connoissent si peu, ce fluide qui doit se trouver dans les nerfs, & qui doit être poussé vers le cerveau, qu'il faudra accuser du dérangement qu'on apperçoit? Sera-ce parce qu'il surabonde, ou parce qu'il est trop appauvri, ou parce qu'il est autrement mêlé qu'il ne devrait l'être, qu'il faudra lui attribuer la cause de ce dérangement? Ou bien sera-ce dans quelque mouvement irrégulier, né dans le cerveau par une cause étrangere, mouvement qui troublera l'action des fluides & des esprits qui s'y trouvent? sera-ce dans les organes mêmes, dans les nerfs, qu'il conviendra de chercher ou de supposer la cause du dérangement dont il est ici question? Assurément ce n'est point dans les organes; car pour peu qu'ils souffrent dans les parties essen-



essentielles, ils ne font plus d'aucun usage ; d'ailleurs, si cela étoit, les intervalles de tranquillité & de raison seroient inexplicables. J'ai de la peine à croire que ce fluide subtil, qui doit tout animer, puisse être la cause de la folie ; car, comme il doit nécessairement tirer son origine des autres liqueurs du corps humain, comment se fait-il que des hommes, dont la masse du sang & des humeurs est fort corrompue, dont l'affoiblissement est si considérable, jouissent sans altération de toutes les facultés de leur ame ? D'où vient qu'un homme qui perd ses yeux, n'a plus de perceptions semblables à celles d'un homme qui jouit encore de l'organe de la vue, puisque par la destruction de cet organe, le fluide subtil qui se trouve dans les nerfs, situés entre le cerveau & la partie qui a souffert, n'est pas détruit, & qu'il doit être encore agité ? On sait que ceux à qui on a coupé un membre, éprouvent des douleurs qu'ils supposent dans les parties du membre dont ils ont été privés ; il leur arrive même d'avoir une sensation, qui semble leur prouver l'existence de ce membre, & qui la leur persuaderoit si le témoignage de leurs autres sens ne leur apprenoit le contraire. Pour ce qui regarde les dérangemens dans les parties internes du cerveau, pourroit-on croire qu'il pût y en arriver, sans qu'il en coûtât aussitôt la vie à celui qui les éprouveroit ? Ces dérangemens assoupissent, & par là ne semblent pas propres à augmenter l'activité de l'imagination : si l'on veut supposer que ces dérangemens ne sont pas produits par des mouvemens plus forts que ceux qui ont ordinairement lieu dans le cerveau, on aura de la peine à comprendre, comment il y a si peu de foux, puisqu'il n'est gueres d'instant dans la vie, où il ne faille supposer quelques mouvemens extraordinaires dans le cerveau : la chaleur, le froid, la fièvre, les fumées du vin &c. en produisent tous les jours. Les nerfs seroient-ils enfin les coupables ? Mais d'où vient qu'un homme, à qui l'on a fait une amputation, conserve toute sa raison ? Peut-on cependant imaginer dans les nerfs un mouvement plus extraordinaire, un changement plus considérable, que celui qui naît de l'amputation ? D'ailleurs les ma-



ladies des nerfs sont communes, & on ne les a point trouvées suivies d'aucune espèce d'indice de folie. Quoiqu'il en soit, (car ce n'est point mon dessein de combattre ou d'appuyer aucune hypothèse,) il est à souhaiter qu'un habile Anatomiste *) non content de disséquer des cadavres, s'occupe du soin de chercher la véritable cause de la folie, qui pourroit naître d'un dérangement survenu dans la machine du corps humain. Je pense qu'il importe de distinguer le cadavre du corps animé, quoique les parties bien sensibles soient à peu près les mêmes: il n'en est pas ainsi des parties presque insensibles, auxquelles la cessation du mouvement vital peut faire changer entièrement de forme, & qu'elle peut même faire disparaître; les microscopes peuvent tromper, & il y a bien des choses qui peuvent échapper à la curiosité du plus habile: il faudroit aussi qu'un Anatomiste occupé de cette recherche, n'eût point négligé l'étude d'une saine Psychologie, & ne crût pas tout dit lorsqu'on suppose du mouvement & de la matière. On demandera, s'il veut assigner des causes physiques capables de rendre un homme fou, que ces causes soient telles qu'elles produisent toujours le même effet, & qu'elles soient bien déterminées & non pas rendues en termes vagues comme il n'arrive que trop souvent: cette découverte mériteroit les plus grands éloges & la plus grande récompense. Une question qu'il faudroit commencer par examiner, ce seroit celle qui regarde les mouvemens du cerveau, qu'on suppose analogues aux perceptions de notre âme. Si toutes nos idées, les idées distinctes comme les idées confuses, les idées claires comme les idées obscures, doivent avoir dans le cerveau des mouvemens correspondans, quel chaos que le cerveau d'un homme! Comment peut-il sans s'user durer pendant un si long espace de tems? Qu'on se représente le nombre de nos idées, le degré de leur vi-

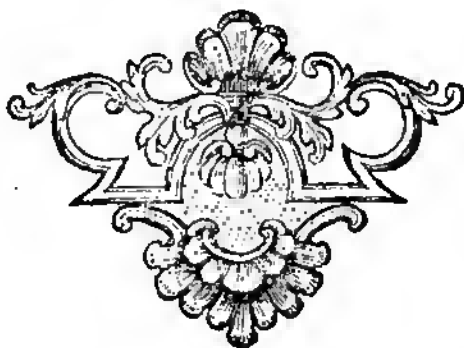
va-

*) Le célèbre Mr. Meckel a rempli depuis mes desirs, & l'excellente Dissertation que le public a pu trouver dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1764. me rendroit ma faible production bien précieuse, si elle avoit engagé ce célèbre Anatomiste à rechercher les causes physiques de la folie.



vaciré, le long espace de tems employé souvent à n'en considérer qu'une seule; & on aura bien de la peine à comprendre comment un homme peut vivre après une heure de méditation. Si la méditation fatigue plus que la contemplation d'une infinité d'objets à la fois, ne semble-t-il pas que le cerveau souffre bien plus d'un seul mouvement que de mille? Outre cela, qu'arrive-t-il lorsqu'on considère la même chose, qu'on fixe un même objet? Est-ce un même mouvement reproduit aussi long tems que la méditation dure? Est-ce un mouvement qui dure pendant toute la méditation? L'un & l'autre est également inintelligible.

Que dira-t-on après cela de la supposition de quelques Physiciens, qui font mouvoir le cerveau de la façon du monde la plus étrange. J'ai entendu de la bouche d'un habile Professeur en Médecine, que la réunion de deux mouvemens accompagnoit les représentations & les propositions affirmatives, & que la division d'un mouvement en deux autres accompagnoit les représentations & les propositions négatives: c'est là où conduire une hypothèse, qui pourtant paroît la seule propre à expliquer les phénomènes de l'union du corps & de l'ame.





REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.

SECONDE MÉMOIRE.

Dans un Mémoire précédent j'ai considéré trois especes de folie, & l'on a pu voir par l'analyse que j'en ai faite, qu'au fond toutes les trois n'étoient que la même especes considérée sous différens points de vuë: j'ai fait voir que la folie est toujours une altération de quelques sensations, causée par l'imagination, c'est à dire un état où l'imagination altere la représentation de notre état présent. Dans le Mémoire que je vais lire, j'examinerai comment la folie donne lieu de supposer un dérangement dans les opérations de l'ame; la plupart des hommes ont là dessus les idées les plus grossieres & les plus confuses: il les faut développer pour s'assurer de ce qui s'y trouve de vrai.

L'ame est une force représentative de l'Univers limitée par la nature, & déterminée par le corps qu'elle anime: l'ame se représente donc diverses parties de l'univers, avec plus ou moins de clarté, selon que son corps se trouve ou s'est trouvé plus ou moins à portée de ces parties: l'exercice des facultés de l'ame suppose donc le ministère du corps, & il est naturel de croire qu'un corps autrement organisé que le nôtre, quoique lié à une ame de la même nature que la nôtre, produiroit cependant un homme bien différent de ceux que nous appellons ainsi: de même que des hommes, placés à la portée d'objets tout différens de ceux que nous appercevons, seroient bien différens de ce que nous sommes. Cette variété, qui naîtroit de ce qui est étranger à notre ame, pourroit fournir matiere à de longs raisonnements.



nemens & à des conjectures, toujours utiles lorsqu'on ne les prend que pour ce qu'elles valent ; mais je ne fais que l'indiquer, pour faire appercevoir quel est le fil qui m'a conduit dans l'examen d'un sujet qui mérite bien d'être approfondi.

Lorsque l'homme se représente son état présent, il a des sensations, il sent. On sait qu'il peut arriver que les organes, ou les différentes parties destinées à en faciliter l'action, soient incapables de rendre leur service ordinaire, soit entierement, soit en partie. Nous avons dit que, dans le cas où l'action des organes seroit entierement supprimée, ce ne seroit qu'un sens qui manqueroit, ce qui ne pourroit dans aucune supposition faire naître la folie : que dans celui où les organes ne rendroient leur service qu'imparfaitement ou qu'infidèlement, ce ne seroit qu'un sens altéré pour quelque tems ; altération qui ne pourroit pas plus que l'autre causer par elle-même ce que nous appelons folie : mais nous avons ajouté par rapport à ce second cas, qu'il pouvoit plus aisément que l'autre l'occasionner, & cela toutes les fois que le malade ne s'appercevroit pas de cette altération. Si l'homme ne s'en apperçoit pas, l'ame qui doit être en harmonie avec le corps, se représente un autre monde, très différent de celui qu'elle devroit se représenter. Cependant on auroit tort de conclure de là, qu'il y ait une folie qui naisse de l'altération des organes, sans le secours de l'imagination, & que par conséquent je me sois trompé en mettant toutes les especes de folies dans une même classe : il ne faut pour répondre à cette objection, que faire attention à ce qui doit arriver pour que nous soyons dupes de cette altération. Pour cet effet, il est nécessaire que nous pensions & que nous agissions en vertu de plusieurs représentations démenties par le témoignage de quelques uns de nos sens, & opposées aux premières notions de la raison : dans toute espece d'altération non apperçue, il faut recourir au ministère de l'imagination, qui, si j'ose ainsi parler, éclipse le témoignage des autres sens, & étouffe la voix de la raison. Comment le malade se persuaderoit-il que les choses sont telles qu'il les croit appercevoir ? Comment surmonteroit-il les difficultés qui s'opposent à ces erreurs ?



Comment feroit-il si vivement frappé de ces nouvelles représentations, si son imagination n'étoit frappée au point de concilier les contradictions & les absurdités les plus palpables?

L'ame représente le passé, elle combine différentes représentations qu'elle a emmagasinées, & ces matériaux sont ce dont elle se sert pour bâtir ses chimères: cette faculté est ce qu'on appelle imagination. Il n'est point d'instant où l'ame ne s'occupe que du présent, où elle n'ait que des sensations: les représentations de notre état passé, ou en général de ce que nous avons aperçu par le passé, viennent se mêler à celles de l'état présent; tous les hommes font usage de cette faculté dans tous les momens de leur existence, & il n'y a à cet égard de différence entre le fou, & celui qui ne l'est pas, que dans le degré de vivacité qu'a l'imagination, & dans la connoissance qu'on a de l'état où l'on se trouve. Il peut donc arriver.

- 1°. que les perceptions produites par l'imagination soient si claires & si vives qu'on les prenne pour des perceptions analogues à l'état actuel, ou si l'on veut, pour des représentations de l'état présent; il peut aussi arriver.
- 2°. que l'imagination ajoute considérablement aux sensations, & cela avec tant de vivacité, qu'il ne soit plus possible à l'ame de distinguer la fiction du vrai. Dans le premier cas, l'imagination est assez active, pour rendre non seulement les perceptions qu'elle produit bien plus vives que les sensations, mais encore pour éclipser les dernières: les sensations deviennent des représentations obscures, & ce que l'imagination y a substitué en a pris tous les caractères: c'est le rebours de l'état ordinaire.

Je ne dissimulerai point les difficultés qu'on peut me faire; je les mettrai même dans tout leur jour, pour éclaircir d'avantage ce qui me paroît vrai. Je conviens qu'il n'est point d'état de pure sensation, je conviens qu'il nous est impossible de distinguer dans nos représentations, ce qui n'est que l'image de notre état présent, de ce que l'ima-
gi-



gination y ajoute au moyen de l'association des idées; je conviens qu'on se persuade devoir aux sens bien plus qu'on ne leur doit, & à l'imagination bien moins qu'on ne lui doit: de même qu'il y a des objets, qui agissent sur nos organes, sans que nous les appercevions, de même il y a aussi dans les perceptions des traits, qui n'y sont que par l'empire qu'exerce sur nous l'imagination. Toutes nos sensations, dans le corps, ne sont que des nerfs ébranlés, quelque peu de rapport qu'il semble y avoir entre la vûe & le goût: tout se réduit donc à des mouvemens causés ou occasionnés par les objets extérieurs: après cela il est impossible de ne pas voir que l'imagination agit nécessairement, puisque, sans cette supposition, il seroit bien difficile d'expliquer la variété des jugemens, des goûts, des passions dans différentes personnes, & dans les mêmes personnes en différens tems. Ce qu'on appelle disposition est essentiellement subordonné à l'imagination; & la chercher dans le corps, c'est avoir recours aux vertus occultes & au jargon de l'École. Mais, si on vouloit conclure de là, que tous les hommes seroient fous dans mon hypothese, ou ce qui reviendrait au même, qu'il n'y auroit point de caractère distinctif dans les idées que je me suis faites des hommes qui sont fous, & des hommes qui ne le sont pas, on se tromperoit. Il m'en restera toujours un, quelque voisin que paroisse le fou de celui qui fait un libre usage de sa raison & des sens. Il est nécessaire qu'il y ait une ressemblance entre ces deux especes d'hommes, afin de concevoir le passage de la folie à la raison, & de celle-ci à celle-là; il n'y a point de saut dans la nature, tout y est lié: celui qui a les organes assez délicats, suit plus loin qu'un autre la chaîne physique, & s'aperçoit par exemple plus aisément de l'accroissement insensible de quelque odeur, qui ne frappe un autre que lorsqu'il est près de l'endroit d'où elle se répand: dans le monde intellectuel, cette chaîne, cette liaison échape bien plus aisément: tout ce qu'il nous reste à faire, c'est de la supposer, parce qu'elle y est nécessairement, & d'assigner les points où nous nous apercevons d'un changement marqué. Or, pour en revenir à mon sujet, le caractère distinctif auquel on peut reconnoître le fou, c'est à dire,



dire, le point où la chaîne des égaremens liée à celle des raisonnemens commence, est celui où l'imagination suppose des objets, qui n'existent point dans la sphère des sensations, ou prête aux objets qui s'y trouvent, ce qui est démenti par le témoignage des autres sens, & ce qui est opposé aux premières notions de la raison. L'homme raisonnable, comme le fou, peut imaginer mille chimères & se les représenter: voilà en quoi ils sont semblables. L'imagination peut peindre ces chimères avec des couleurs si vives, que non seulement il n'y ait plus de différence entre elles & les sensations, mais que ces dernières soient encore éclipsées: alors l'acte d'y ajouter foi, qui n'est plus volontaire, est le premier pas vers la folie. Ainsi les perceptions dans le délire, sont liées aux perceptions de l'état raisonnable qui a précédé. Un Poète fait usage de la faculté d'imaginer sans confondre la réalité avec les phantômes qu'il se forme, & sans supposer l'existence de ces phantômes: on le voit cependant plein de ses idées sentir tous les mouvemens que la présence de ces objets chimériques peut causer, ou plutôt qu'elle accompagne ordinairement: cet état ne prouve qu'une imagination fort vive, qui n'a pas besoin qu'un objet soit présent pour le représenter avec toutes ses couleurs: ce qui semble prouver qu'il n'est pas nécessaire d'admettre que les objets extérieurs agissent réellement sur notre ame, pour expliquer comment elle agit en vertu de sa liaison avec le corps. Ce n'est pas tout, les Poètes & tous ceux qui font usage de la faculté de feindre & d'imaginer, ont de ces instans où non seulement les sensations sont éclipsées (ce qu'ils ont de commun avec ceux qui méditent, c'est à dire, qui ne s'occupent que des idées les plus distinctes,) mais où leurs représentations ont encore toute la vivacité que les représentations de l'état actuel peuvent avoir: il ne leur resteroit plus pour être fous qu'à croire qu'ils éprouvent par les sens, ce qu'ils imaginent, c'est à dire, qu'à confondre les effets de ces deux causes des représentations présentes. De cette manière il sera aisé d'expliquer toutes ces histoires de spectres, sans recourir à un moyen toujours odieux, je veux dire sans révoquer en doute la bonne foi de ceux, qui les ont rapportées. Ces
esprits



esprits foibles ne se distinguent des fous, qu'en un seul point, c'est que trop timides pour s'assurer de la vérité des faits par le témoignage de leurs autres sens, on ne peut pas dire qu'ils prennent un effet de leur imagination pour une sensation: encore moins qu'ils le fassent malgré l'opposition des premières notions de la raison, parce que la philosophie n'a point encore démontré l'impossibilité absolue des phantômes; du moins cette impossibilité n'est-elle pas démontrée pour le commun des hommes. Si ces gens timides s'approchoient de ces prétendus spectres, & se persuadoient après cela de leur existence malgré le témoignage de leurs sens, parce que la vivacité de l'imagination, ayant éclipsé en eux la sensation présente, a rendu tout examen inutile, on ne pourroit s'empêcher de dire qu'ils sont fous.

Il est à propos de remarquer ici, que l'activité de l'imagination ne consiste pas seulement dans la facilité de se représenter un grand nombre d'images différentes, mais encore dans la facilité de se représenter longtems la même image: c'est pourquoi l'homme le plus stupide peut avoir l'imagination active. Je sais bien que communément on ne donne pas beaucoup d'imagination aux stupides; mais, quand il s'agit de philosophie & de vérités, il ne faut pas avoir égard aux abus du langage.

Tout dépend donc de l'idée que nous nous faisons de notre état présent, c'est à dire, du degré d'assentiment que nous donnons aux représentations suggérées par l'imagination. On demandera sans doute ce qui nous fait donner ou refuser cet assentiment, & c'est ce qu'il s'agit d'éclaircir. Nous avons deux moyens de nous connoître, & de connoître ce qui est hors de nous, les sens & la raison: nous ne saurions nous empêcher d'ajouter foi à ce qui est attesté par nos sens, & nous n'avons d'autre caractère pour connoître que telle représentation est une sensation que le degré de clarté de cette même représentation; l'imagination peut le donner à ses phantômes, & alors il ne nous reste d'autre ressource, que d'en appeler au témoignage des autres sens & à ceux du raisonnement. Si ces secours sont inutiles,



l'homme est fou, parce que son imagination a pris trop d'empire sur lui. Dieu a créé l'homme avec tout ce dont il a besoin pour se tirer d'embarras, mais il est un état où ces secours ne servent pas, soit parce qu'ils ne peuvent pas être employés, soit parce qu'ils ne le sont pas. C'est donc avec la plus grande attention, qu'on doit tâcher de brider son imagination de bonne heure: devenue effrénée elle donneroit le même caractère à nos passions & les porteroit jusqu'à la fureur.

La prévision est cette faculté de l'âme par le moyen de laquelle nous nous représentons l'avenir. Il est de fait, que l'âme combine le présent avec le passé, & que par cette combinaison elle juge de ce qui peut arriver: qu'après cela l'âme, qui est une force représentative de l'Univers, ait des représentations obscures de l'avenir, représentations que quelques circonstances peuvent rendre claires, c'est ce qu'on ne sauroit nier, dès qu'admettant la notion que les Leibnitziens & même tous les philosophes modernes donnent de l'âme, on veut raisonner conséquemment: la différence de clarté entre les représentations du présent ou du passé & celles de l'avenir, ne porte avec elle que la différence de certitude que nous avons de leur existence. Je conviens que, quelque distance qu'il y ait entre le moment présent & des événemens passés, & quelque proximité qu'on suppose entre ce même moment & des événemens à venir, le passé est toujours plus présent à l'âme que l'avenir, parce qu'il lui est en quelque façon présent par le moyen de la mémoire & de la reminiscence: mais il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait point dans l'âme une représentation obscure de l'avenir. Quoiqu'il en soit, il me suffit que l'âme puisse avoir des représentations, qu'elle envisage comme un type des sensations futures. Dans cet état, c'est encore l'imagination qui peint un événement futur composé des parties de quelques événemens passés: si ces représentations sont bien vives, elles éclipsent aisément le passé & même le présent: l'homme se trouvera dans une extase, où, comme transporté hors de lui-même, il lui semblera que le tems à venir est un tems présent. On peut appliquer à cette espèce de folie tout ce que nous avons dit
de



de l'imagination, la différence ne consiste que dans quelques circonstances qui ne sont rien moins qu'essentielles. Si dans quelques uns de ces instans de délire cet homme, à extases transporté au moment présent le prétendu avenir, il est semblable en tout à un fou; mais s'il fait toujours que ce prétendu avenir n'existe point, si jamais il ne se trouve dans un état où il s'imagine le connoître par son expérience actuelle, & s'il se borne à le regarder comme un avenir certain, ce n'est qu'un homme dont l'imagination est fort vive; ce ne sera qu'un homme que la singularité de ses erreurs pourra rendre ridicule. Il est naturel de penser ici, qu'il peut y avoir un cas où il sera difficile de dire s'il y a de la folie, ou s'il n'y en a point: c'est lorsque l'on imagine un avenir qui répugne aux premières notions de la raison. Je commence par distinguer deux cas, l'un où il s'agit d'un avenir qui doit être une suite de l'état présent, & se trouver lié aux événemens de ce monde, & l'autre où il s'agit d'un avenir où l'on fait intervenir la puissance de Dieu: par rapport à celui-ci, comme on concilie toujours les premières notions de la raison avec les actes de la toute-puissance, quelque idée qu'on se fasse de cet avenir, on ne peut pas dire qu'il renverse ces notions, parce que les hommes qui ont cette idée conviennent en même tems de la certitude de ces premières notions quant à l'état présent de ce monde: & alors ils n'admettent pas de propositions réellement contradictoires. Pour ce qui regarde un avenir prochain & lié aux événemens de ce monde, lorsqu'il répugne aux notions communes, il est nécessaire qu'il soit une suite de la folie, parce que, pour le regarder comme possible, & comme un événement futur qui sera actuel, il faut que l'imagination soit assez active pour éclipser ces notions communes, & pour en faire méconnoître la certitude. Bien entendu que les contradictions que renferme cet avenir soient palpables, & ne puissent être l'effet de quelque méprise.

L'ame par le moyen de l'imagination en se représentant en général le passé, reproduit souvent les mêmes perceptions; si l'ame reconnoît ces perceptions reproduites, c'est à dire, si elle s'apperoit

Ggg 2

que



que les perceptions présentes soient les mêmes que celles qu'elle a déjà eues, on dit qu'elle se les rappelle, & la faculté qu'elle a de se les rappeler est ce qu'on nomme Mémoire. Lorsque, pour se les rappeler, ou pour les reconnoître, l'ame a recours à d'autres perceptions que ramene l'association des idées, elle se ressouvient de ce qu'elle avoit oublié, & cette ressouvenance est ce qu'on appelle Reminiscence. Il y a donc deux actes à considérer ici, celui de reproduire, ouvrage de l'imagination, & celui de reconnoître qui est l'opération de la Mémoire. Comme la reproduction des perceptions passées est un acte de l'imagination, il n'est pas nécessaire de nous y arrêter; ce que nous venons de dire, & ce que nous avons dit dans notre premier Mémoire, suffit pour faire sentir ce que la mémoire souffrira de la reproduction irrégulière des perceptions passées.

Parmi les perceptions présentes, ou parmi celles qui sont clairement aperçues, l'ame par le moyen de l'imagination se représente mille phantômes, elle a une foule de représentations obscures, entre lesquelles il doit y en avoir qui ayent du rapport à la perception présente. Si, parmi ces représentations, il en est une qui soit semblable à la perception présente, la comparaison est bientôt faite, car elle se fait par intuition, & l'ame s'aperçoit que ce qu'elle se représente actuellement, est la même chose que cette représentation du passé. L'acte de reconnoître est donc une suite de l'acte de reproduire; & la reminiscence n'est qu'une reproduction tardive, facilitée par l'association des représentations analogues.

La mémoire ne consiste pas simplement dans la reproduction de perceptions qu'on a déjà eues: cette perception reproduite n'est qu'une perception présente, qui paroitra toute nouvelle, si l'imagination parmi le nombre des phantômes qu'elle présente à la fois, ne présente en même tems avec un certain degré de clarté la même idée, ou l'image de la même sensation modifiée par quelques unes des circonstances qui l'ont accompagnée, lorsqu'elle a été actuelle. Il ne suffit pas non plus que l'imagination peigne avec un certain degré de
clarté



clarté la perception passée ; il faut encore que l'ame apperçoive la ressemblance : & c'est cette dernière perception qui s'appelle reconnoissance.

L'ame est un être qui joint aux représentations de son état présent, à ses perceptions actuelles, une foule de représentations obscures du passé, du présent, de l'avenir : lorsqu'elle tire de ce magasin quelqu'une de ces représentations obscures du passé, & se la représente avec un certain degré de clarté, cette représentation devient une perception présente & apperçue. Si tout se borne à cela, il n'arrive à l'ame autre chose que d'avoir de nouveau une perception qu'elle a déjà eue, mais si avec celle-ci il y en a une autre moins claire qu'on puisse lui comparer, & que la comparaison se fasse, l'ame se rappelle cette perception passée. Se rappeler le passé, c'est donc rendre claire une représentation qui étoit obscure, pour s'appercevoir qu'elle est la même que la perception présente. Qu'arrivera-t-il donc aux fous ? La réponse est facile à trouver. Les fous n'ont dirigé toute l'activité de leur imagination que vers un objet ; tout ce qui est donc dans l'ame de représentations étrangères à cet objet ne parviendra jamais au degré de clarté, où il faut qu'il soit pour être apperçu. La grande activité de l'imagination fixée sur un objet produira une lumière qui éclipsera tout le reste.

L'égarement des fous explique ou confirme plutôt ce que je viens de dire. On en voit qui assurent que telle chose leur est arrivée, quelque impossible que cela soit : pourquoi ? parce que la perception, ou la représentation actuelle de cette extravagance, ne se trouve pas pour la première fois dans leur imagination, elle s'y est déjà trouvée & y a été peinte avec des couleurs si vives, qu'elle a été prise alors pour une sensation ; & même il n'est pas nécessaire qu'elle ait été prise pour cela, il suffira que l'impression qu'elle a faite ait été assez vive, pour ressembler à l'impression que les sensations font ordinairement ; l'ame alors trouvant parmi les phantômes que produit l'imagination, l'extravagance qu'elle s'est représentée plus d'une fois, s'appercevra de la ressemblance, & croira avoir éprouvé ce qu'elle n'a fait qu'imaginer. Cela arrive à ceux qui ont eu des rêves fort agités ; le



lendemain ils croient que la perception qu'ils ont, & que l'imagination a ramenée, est l'image de ce qui leur est arrivé, & il faut qu'ils aient recours au raisonnement pour se détromper.

On ne peut pas dire que les fous n'aient point de mémoire, mais ils n'en ont gueres que pour ce qui les affecte: tellement que si certaines idées, certaines sensations, la vue de certains objets les ont affectés, ils rentrent dans leurs accès toutes les fois que les mêmes choses reparoissent.

Pour parler avec précision, il ne faut pas dire que les fous perdent la mémoire: ce ne sont que des obstacles accidentels qui en empêchent l'exercice. Les fous oublient tout ce qui n'a point de rapport aux idées qui les occupent, parce que leur imagination n'est déterminée par quoi que ce soit à la reproduction de ces perceptions passées. On a vû un Danseur de corde, qui étoit devenu fou, prendre pour des cordes une ligne tracée sur la muraille, & l'interstice entre une planche & une autre: l'idée de l'étendue, celle de la hauteur & du mouvement, étoient pour lors les seules que son imagination lui représentait: il vit une partie d'étendue distinguée par quelque signe sensible, aussitôt l'idée de corde trop vivement retracée, pour permettre que la représentation de la muraille & celle des planches fussent clairement apperçues, ne lui laissa aucun doute, qu'il ne se trouvât dans les mêmes circonstances, où il s'étoit déjà trouvé tant de fois: on le vit s'élancer vers cette prétendue corde, & comme il ne put y reposer son pied, mais qu'il tomba, il changea de couleur & fut dans l'état où est un danseur de corde qui a fait un faux pas. Si ce fou se rappella encore l'idée de chute, sa mémoire lui rendit tous les services qu'il pouvoit en attendre. On voit donc que les mêmes raisons qui présentent perpétuellement aux fous les mêmes idées, qui leur retracent les même images, écartent la reproduction claire de certaines perceptions passées, parce qu'elles en anéantissent les causes. Il en est bien autrement des vieillards & des imbécilles; chez eux c'est l'inactivité de l'imagination qui est cause de la perte de la mémoire: on voit



voit les vieillards se rappeler aisément ce qu'ils ont fait dans leur jeune âge, & oublier ce qu'ils ont fait il y a une heure: qui ne voit que l'imagination, pliée depuis tant d'années à rendre claires de très anciennes perceptions, les fait reparoître sans peine; au lieu que trop foible pour rendre clair ce qui lui est nouveau, elle ne le représente qu'avec un certain degré d'obscurité: il faut ajouter à cela, que le vieillard ne porte qu'une légère attention à mille circonstances, qui servent à déterminer un fait, un événement, une idée, au lieu que pour un jeune homme tout le frappe: aussi celui-ci oublie-t-il ce qu'il ne fait qu'envisager légèrement, le vieillard fait le jeune homme, mais par des raisons bien différentes: le jeune homme occupe son imagination d'idées étrangères à l'objet, le vieillard ne l'occupe point de ce qui sert à cette imagination à peindre les objets.

La mémoire a besoin d'un certain nombre de signes, qui servent à faire appercevoir la ressemblance que des objets différents ont entre eux; le vieillard y fait peu d'attention, l'imagination ne les peint pas assez vivement: quelquefois le jeune homme n'y fait aucune attention; & le fou ne s'en apperçoit qu'autant que ces signes ont quelque conformité sensible avec les idées qui l'occupent.

Pour se ressouvenir facilement de quelque chose, il est nécessaire que cette chose ait été la seule qui nous ait occupé lorsque nous l'avons considérée: des distractions au moment où l'on considère un objet sont autant de nuages qui vont l'envelopper peut-être pour toujours; qu'arrivera-t-il donc aux fous par rapport aux objets qu'ils apperçoivent ou qu'ils croient appercevoir durant leur folie? Jusqu'ici nous n'avons parlé que du degré de mémoire qu'ils peuvent avoir pendant le tems de leur délire, par rapport aux perceptions antérieures à cet état. Distinguons d'abord deux cas, celui du délire même, & celui du tems qui le suit: que ce soient des intervalles, ou bien un état de santé, qui pourroit succéder à l'égarement, cela revient à peu près au même. Dans le délire l'imagination du fou, tantôt plus & tantôt moins vive, considérant toujours les mêmes idées; passera sans doute



doute dans des états, où certaines perceptions lui paroîtront les mêmes que celles qu'il a eues; & ces perceptions ne seront que celles qui auront un rapport sensible avec les images, & les idées dont il est occupé. Dans les intervalles de repos, sa mémoire sera dans un état proportionné à ses sensations: si son état présent lui est fidèlement représenté, son imagination rendra claires des perceptions passées, analogues à ses sensations actuelles; il aura même quelqu'idée confuse de son délire passé, & les sensations, qui ont repris leur droit, serviront à leur tour à éclipser la représentation de cet état passé. La lassitude, qui accompagne ordinairement ces intervalles, laissera l'imagination dans une espèce d'inactivité, & l'état du fou ressemblera alors à l'état d'un homme éveillé en sursaut, qui ne se rappelle que très confusément le rêve de la nuit. Pour se rappeler quelque chose, il faut que quelque chose y donne lieu, l'imagination est devenue tranquille, si quelque sensation ne vient pas la remettre dans la voye qu'elle a quittée, ou si les reflexions & les idées qui ont été la première cause du délire ne sont pas rappelées, cet intervalle de repos pourra durer. Le fou pourra fort bien n'avoir aucune idée des actions qu'il aura faites, & des paroles qu'il aura dites pendant son délire, parce que ce ne sont ni ses actions ni ses paroles dont son imagination s'est occupée; il s'est déterminé à agir & à parler par des motifs qui n'étoient que fort obscurément dans son ame, c'est l'objet en lui-même qui a absorbé toute l'activité de son imagination. Il y a plus: de même que les hommes qui sont dans leur bon sens n'ont pas toujours toutes les idées intéressantes présentes à l'esprit, & qu'ils peuvent oublier pour quelque tems les chagrins les plus vifs, de même aussi les fous peuvent avoir des instans où les idées, qui sont cause de leur folie, ne leur soient point présentes, avec cette différence que dans les premiers cela est plus volontaire, parce qu'ils sont moins esclaves de leur imagination, c'est à dire, pour parler avec précision, parce que leur imagination a moins pris l'habitude de retracer les mêmes objets. Pour ce qui regarde l'homme qui seroit guéri de sa folie, il seroit d'abord dans le même état où est celui qui a un intervalle de repos. Après cela, il faudroit de ces trois choses l'une, ou que



que l'imagination perdît son activité, ou qu'elle cessât de reproduire les mêmes objets, ou que l'indifférence à leur égard eût succédé à l'intérêt que la personne y prenoit auparavant. Pour lors la représentation de l'état présent succédant à la représentation d'idées extravagantes, toutes les facultés de l'ame feroient leur fonction ordinaire. Combien une pareille guérison laisse de crainte, c'est ce que je verrai ailleurs.

On évite de parler à un fou dans le tems des bons intervalles, & après sa guérison, de l'état où il a été, & cela avec raison. Si on lui en parloit, ou son imagination s'échaufferoit au point de lui représenter ce qu'on lui dit, & il retourneroit à son premier état, ou son imagination moins active, le laisseroit dans le doute de la vérité de ce qu'on lui dit: se rappeler parfaitement son état passé, c'est y être plongé de nouveau. On dira sans doute que pour reproduire une perception passée, il ne faut pas une imagination aussi vive que pour la produire une première fois, & je répondrai à cette objection, que quand cela seroit vrai par rapport à l'état ordinaire des hommes, cela ne le seroit pas pour des perceptions qui ont demandé un grand degré d'activité dans l'imagination: mais, quand même l'imagination seroit dans le tems du ressouvenir moins active, elle le seroit toujours assez pour ramener la folie. Nous nous rappelons ce que nous avons fait & pensé étant de sens rassis, parce que nous concevons la possibilité de ces faits & de ces idées, parce que nous les trouvons possibles & vraies dans la liaison de nos idées actuelles: mais les extravagances de l'homme fou cessent d'être vraies & possibles dans la liaison des idées de l'homme raisonnable. Tous les jours nous voyons les hommes passionnés disconvenir de ce qu'ils ont fait, non pas parce qu'ils en ont regret, mais parce qu'ils ne se le rappellent pas: nouvelle preuve, que l'état des hommes agités par les passions, n'est pas fort éloigné de celui des hommes que nous appelons fous. Il en est de même de l'ivresse. Une autre raison pourquoi la mémoire refuse heureusement son service à l'homme qui a cessé d'être fou, c'est que, pour se rappeler certaines perceptions d'un état passé, il faut avoir été dans le tems de ces



perceptions dans un état où le *Conscium sui* n'ait pas été fort obscur, où l'on se soit clairement aperçu, non seulement de l'existence de ces perceptions, mais encore de l'état où l'on étoit lors de ces perceptions. Il y a dans notre ame différens degrés d'apperception, je veux dire que notre ame ne connoit pas toujours son état avec le même degré de clarté; il est un *Conscium* aussi passager que différentes idées qui occupent un homme en même tems, ce sont des ombres fugitives qui ne laissent aucune trace après elles. Combien de fois ne nous arrive-t-il pas de n'appercevoir que foiblement ce qui se présente à notre esprit? Autant d'idées destinées à l'oubli. L'homme en délire n'a point d'idées de son état présent, c'est à dire, de la plus grande partie de ses sensations, & n'en a quelquefois d'aucune. Tout ce qui se passe est comme le bruit sourd d'une conversation, qui échappe à un homme qui médite; il n'en entend que quelques mots. Le fou n'apperçoit pas que les images que son imagination lui présente, tout le reste de ce qui appartient à son état présent est comme éclipé. Or comme cet accompagnement, si j'ose ainsi parler, sert à conserver le souvenir des perceptions lorsqu'elles sont passées, on voit ce qui empêche l'homme hors du délire de se rappeler l'état du délire. Dans les fous le *Conscium sui* se borne aux seules idées qui les occupent, & peut-être encore est-il fort obscur; ce qui paroît être prouvé parce qu'il arrive dans les rêves.

Il ne s'est agi jusqu'ici que de la mémoire sensitive: celle qu'on appelle intellectuelle, & qui suppose des représentations non seulement claires, mais distinctes, ne sauroit être examinée que nous n'ayons préalablement traité le point le plus important de toute cette matiere, je veux dire que nous n'ayons vu, si les fous jugent & raisonnent: ce qui fera le sujet du Mémoire suivant.





REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.

TROISIEME MÉMOIRE.

Dans un premier Mémoire j'ai tâché de donner une idée générale de la folie : dans un second Mémoire, j'ai examiné quels paroissent être les changemens qu'on pouvoit naturellement supposer dans quelques facultés de l'ame, lorsqu'on remarquoit dans l'homme certains dérangemens, qui ne s'accordent point avec l'état ordinaire où les hommes se trouvent. Dans le Mémoire que je vais avoir l'honneur de présenter à l'Academie, j'examinerai ce qui regarde les idées distinctes & la raison ; mais, pour présenter dans tout son jour celles que je me suis faites de la folie, il sera nécessaire de développer auparavant certaines vérités qui regardent la génération de nos idées.

Personne n'ignore que pour une idée claire ou distincte, qui est présente à notre esprit, il en est une infinité d'autres qui ne lui sont représentées que confusément. On sait que l'ame a un magasin inépuisable de représentations, dont les degrés d'obscurité varient à l'infini. C'est de ce fonds qu'elle tire quelquefois à son gré ces idées qui deviennent d'abord claires, puis distinctes, & qu'elle porte quelquefois à un degré supérieur de lumière. Les circonstances, c'est à dire, la position où nous nous trouvons dans ce Monde, ramènent quelques unes de ces représentations obscures dans la sphere de lumière, & en replongent d'autres dans les ténèbres. Il en est de l'ame par rapport à ce magasin d'idées ou de représentations obscures, comme il en seroit d'un homme, qui au milieu de l'obscurité de la nuit, éclairé par un flambeau, parcourroit de ses yeux un amas immense de toutes sor-



res de choses: à chaque instant un nouvel objet le frapperait, & feroit disparoitre celui qui l'auroit frappé l'instant d'avant: la scène des objets apperçus qui change ainsi à tout moment, est soumise à la direction de l'oeil & de la lumière.

C'est de ce fond de représentations obscures, qu'on peut tirer l'explication d'une infinité de phénomènes psychologiques, qui sans cette clé seroient intelligibles: c'est ainsi qu'on peut expliquer raisonnablement tous ces mouvemens, toutes ces actions que le commun des hommes croit que nous faisons machinalement; c'est de cette manière peut être, que nous ressemblons aux animaux, qui agissent toujours ainsi, tandis que nous ne paroissions agir machinalement que par intervalles, ou dans le tems que notre ame est occupée d'idées claires & distinctes entièrement étrangères aux idées obscures, qui sont analogues à ces actions que nous appelons machinales.

C'est ordinairement le genre d'idées, dont nous nous sommes le plus occupés, ce sont nos inclinations, nos passions &c. qui ramènent quelques idées préférablement à d'autres, & souvent les mêmes; c'est alors une espèce d'habitude, contractée par la multiplicité des mêmes actes, ce sont des représentations dont la reproduction est facile, parce que les circonstances propres à les faire reparoitre sont en très grand nombre, & la plupart du tems actuelles, c. à d. parce que ces représentations ont de l'analogie avec une infinité d'autres. Ces représentations favorites ont été envisagées sous tant de faces; elles ont été accompagnées de tant de circonstances différentes; elles ont fait partie de tant de différentes situations, où nous nous sommes trouvés, qu'il est presque impossible que nous existions, sans être dans un état où il ne se trouve pas quelque chose qui ait déjà été lié avec ces représentations favorites. Imaginons un homme qui ait envisagé une idée sous toutes sortes de faces, & dans toutes sortes de circonstances, qui ait lié cette idée à une infinité d'autres, à toutes les sensations possibles: qu'atrivera-t-il? Cet homme ne pourra avoir une idée, quelque étrangère qu'elle soit à l'idée favorite, il ne pourra
avoir



avoir une sensation marquée, il ne pourra voir un objet, quel qu'éloigné qu'il soit de ce que représente l'idée familière; il ne pourra, pour tout dire en un mot, se trouver dans aucun état, qui ne renferme quelque rapport, ou réel ou imaginaire, quand ce ne seroit qu'un rapport de lieu ou de tems, avec cette idée favorite, & par conséquent cette idée sera toujours rappelée, elle sera tirée de l'obscurité où elle étoit. Si après cela cette idée réveilleoit quelque passion, seroit-il étonnant que l'état de cet homme fût toujours, ou presque toujours, un état violent, bien près de dégénérer en un état de folie? D'où vient qu'un homme, vivement touché de la perte de ce qu'il a aimé, croit voir à chaque instant l'objet de sa passion? Il n'est pas nécessaire, qu'un convoi funebre se présente à ses yeux, pour lui rappeler ce qu'il a perdu; il suffit qu'une des plus petites circonstances, qui ait accompagné l'existence de cet objet, reparoisse, pour que cette existence soit retracée à son esprit.

Cela posé, je conclus, que les fous ne sont presque plus les maîtres de reproduire à leur choix les représentations passées, & d'empêcher que quelques unes de ces représentations ne reparoissent avec un grand degré de clarté. On dira sans doute, qu'il arrive souvent aux hommes raisonnables de se trouver dans un état semblable; & j'en conviens: les chagrins & les passions donnent de l'activité à l'imagination; mais au milieu de ces représentations, qui viennent affecter l'ame, il reste à l'homme qui n'est point encore fou, le pouvoir de se distraire, c. à d. le pouvoir d'obscurcir, si j'ose ainsi parler, certaines représentations, & d'en choisir d'autres pour les rendre claires ou distinctes.

Mais si les fous ne sont plus libres dans le choix des idées qu'ils aperçoivent, sont-ils dans un état où leurs idées ne soient que claires, sans jamais être distinctes? C'est ce qu'il s'agit d'examiner à présent.

Les Philosophes de tous les tems conviennent, qu'on peut avoir des idées fort claires, fort vives, & en même tems fort confu-



ses: tel est le cas de toutes les idées sensibles: *) ils supposent que les idées distinctes se distinguent des idées claires, en ce que les premières demandent de la clarté dans la représentation des marques qui servent à faire discerner ces idées de toutes les autres. L'impossibilité absolue d'avoir des idées distinctes est le cas des brutes: l'impossibilité relative est celui des enfans qui viennent de naître, & de quelques fous: je dis de quelques uns, parce que nous allons voir, qu'il peut y avoir un état où l'on ne peut s'empêcher de tenir un homme pour fou, & où l'on doit pourtant lui supposer des idées distinctes. Les enfans sont dans cette impossibilité relative parce qu'ils n'ont pas encore appris à comparer les objets & les idées, & à se représenter ce qui les distingue les unes des autres, & les fous parce qu'ils ont cessé de le faire: ils ne le font plus, ou parce que le pouvoir leur en est enlevé, ou parce que l'exercice de ce pouvoir trouve des obstacles plus ou moins invincibles. Ce dernier cas est le seul qu'on puisse admettre.

Arrêtons-nous ici un moment, & voyons comment les fous peuvent avoir des idées distinctes: je ne dis pas qu'ils en aient toujours, je dis seulement qu'ils peuvent en avoir, & qu'ils en ont quelquefois. Une idée est distincte, lorsqu'on se représente clairement ce qu'il faut se représenter pour la discerner de toute autre. Or qui ne voit qu'un fou, dans le tems même de son délire, est si vivement frappé de l'objet principal de sa folie, qu'il est bien naturel de le supposer en état de distinguer cet objet de tous les autres, & de se représenter clairement ces marques caractéristiques & distinctives, qui peuvent lui faire considérer cet objet comme différent de tout autre. On dira sans doute que la représentation distincte est le *criterium* de la vérité, & que par conséquent on auroit tort de supposer des représentations distinctes à un fou, qui n'est occupé que de chimères: mais je
re-

*) Comme cette matière mérite toute la précision possible, je ne me suis point écarté du sens dans lequel les Leibnitiens appellent les idées ou distinctes ou claires ou obscures ou confuses: une idée peut être en ce sens claire & confuse, mais non claire & obscure, distincte & confuse.



remarque qu'il y a deux sortes de vérités, l'une métaphysique, absolue, nécessaire, l'autre contingente, hypothétique; la première ne suppose que la possibilité interne, la seconde suppose avec cela la possibilité externe, ou pour parler plus clairement, la possibilité d'une liaison avec les êtres actuellement existans dans le monde présent. Je conviens que la vérité métaphysique a pour *Criterium* la possibilité d'être représentée distinctement à l'esprit: tout ce qui est représenté ainsi à notre ame est métaphysiquement vrai, ou ce qui revient au même, ne renferme aucune contradiction. Si donc un fou étoit occupé de représentations réellement contradictoires, on ne sauroit dire qu'il eût alors des représentations distinctes. Mais les vérités contingentes, celles qui, après être vraies métaphysiquement, peuvent être déterminées de mille manières différentes, & ne le sont pourtant que d'une, n'ont point pour *criterium* une simple représentation distincte: pour savoir laquelle de ces déterminations appartient au monde actuel, il faut encore avoir recours à d'autres témoignages, à d'autres preuves. On peut se tromper & substituer des Etres d'un autre monde possible à ceux du monde présent, sans cesser pour cela d'avoir des représentations distinctes. Si cela n'étoit pas, il faudroit avouer que toutes ces suites de raisonnemens employés à établir un système faux, c'est à dire cette chaîne d'idées, en apparence si bien liées, n'en renferme aucune de distincte. Ce ne sont donc que les idées qui renferment une contradiction en elles-mêmes, & non pas celles qui sont en contradiction avec d'autres, qu'on ne sauroit se représenter distinctement.

La faculté d'avoir des idées distinctes, est ce qu'on appelle Entendement: & celle de voir distinctement la liaison de ces idées est ce qu'on appelle Raison. Lorsqu'on n'a que des idées claires, & qu'on n'entrevoit que confusément leur liaison, on ne jouit que d'un degré inférieur de raison, que les Métaphysiciens ont appelé *Analogum rationis*. S'imaginer que les fous ne mettent aucune liaison entre leurs idées & leurs actions, parce qu'ils ne paroissent pas y mettre celle que nous sommes accoutumés d'y supposer, c'est se tromper grossièrement: ils en mettent; ils agissent conséquemment à leurs représentations



tions actuelles; & cela est si vrai qu'eux à leur tour nous taxent de folie: malheureusement pour eux ils sont les seuls de leur avis, & dans ce monde la pluralité des voix l'emporte. Il n'y a point d'inconséquence possible dans ce genre une liaison quelconque entre nos idées & nos actions est absolument nécessaire, & il est impossible qu'une même idée, vue de la même manière, dans les mêmes circonstances, ait des effets, je ne dis pas contradictoires, mais seulement différens. Un fou qui agiroit comme nous nous imaginons qu'il devoit agir, s'il vouloit être conséquent, se conduiroit de la manière du monde la plus inconsequente & la plus contradictoire. Les objets que nous nous représentons, ne sont pour nous que ce que nous les croyons être. Il ne nous reste donc à dire autre chose, si ce n'est que les fous n'entrevoient pas distinctement la liaison de leurs idées, surtout avec l'état présent. J'avoue que cela paroît être ainsi: je conviens que comme l'exercice de la raison demande un repos, que les fous n'ont gueres, une imagination moins vive que celle qu'ils ont, des abstractions qu'ils semblent ne pas faire, & des notions générales que leur mémoire, ou ne leur rappelle pas, ou ne leur rappelle que très confusément, tandis qu'ils ne sont occupés que d'images & de représentations d'individus; je conviens, dis je, que pour la plus grande partie du tems, il paroît que les fous ne raisonnent point, au moins dans leur délire: mais peut-on statuer quelque chose de certain sur cette apparence? Ils peuvent avoir des idées distinctes: pourquoi n'entreverroient ils pas distinctement la liaison de quelques unes de ces idées? Il est vrai que les fous se trouvent dans le tems du délire sensiblement incapables d'une suite de raisonnemens, mais cette incapacité ne prouve rien: les fous ressemblerent assés à un homme, qui sentiroit à chaque instant une nouvelle douleur, & qui se verroit ainsi perpétuellement agité: la suite de ses idées seroit interrompue, les sensations ordinaires ne se feroient presque plus sentir; les raisonnemens ne seroient point suivis, & si on le voioit ainsi tourmenté, sans s'apperecevoir de ce qui le tourmente, ne le prendroit-on pas pour fou?

Quand



Quand je soutiens que les fous peuvent raisonner dans le délire, j'entends par délire tout état où un homme ne peut se trouver sans être regardé comme fou par tous les autres hommes: que cet état soit violent ou non, peu importe. Il y aura des délires où le fou raisonnera plus souvent, plus aisément; il y en aura où il ne raisonnera point, où il n'aura même aucune idée distincte. Seulement je crois qu'il est fort difficile de juger dans lequel de ces délires un fou se trouve: la conséquence qu'on tire de ses actions ou de ses paroles n'étant rien moins que sûre. Ici, comme en une infinité de cas, nos préjugés & notre précipitation à tirer des conséquences nous jettent dans l'erreur. Quelque violent que soit le paroxysme, je n'y vois rien qui puisse nous faire juger avec certitude, si le malheureux qui souffre a des idées distinctes, ou n'en a pas? C'est donc par d'autres raisons qu'il faut en juger. Dans le moment même du délire, dans le fort du mal, l'objet intéressant peut être représenté distinctement à l'esprit du fou; mais la liaison de cet objet avec certains principes, & avec l'état actuel, ainsi que l'état actuel, ne sont représentés pour l'ordinaire, & sans doute le plus souvent, que très confusément. Je remarque enfin, qu'il n'est pas nécessaire pour avoir des idées distinctes, de se les représenter différentes de toute autre; il suffit qu'elles soient représentées avec le degré de clarté nécessaire à les faire distinguer de toute autre, si l'on vient à les comparer:

Il y a un milieu entre une raison saine, & le délire d'un homme qui extravague; ce milieu est l'espace occupé par la plus grande partie des hommes: mais ce milieu diffère de celui qui se trouve entre un esprit d'un ordre supérieur & l'esprit d'un imbécille; il diffère encore plus du milieu qui se trouve entre une ame raisonnable & l'ame des bêtes. Nous avons parlé ailleurs de la difficulté de déterminer les limites qui séparent le fou de l'homme raisonnable: nous avons crû trouver le point où l'on pouvoit hardiment assurer qu'un homme est devenu fou, & ce point est selon nous celui où l'imagination commence à altérer les sensations: que cela arrive souvent ou



rarement, peu importe. Peut-être que dans cette supposition tous les hommes ont des momens de folie, & je n'en ferois point surpris. Ce seroit assurément renverser toutes les notions d'une saine philosophie, que de prétendre que l'ame des sous change de nature, & s'affoiblisse ou s'altère dans ses propriétés essentielles. Quoiqu'il soit vrai que les ames étant des forces, elles puissent différer & diffèrent effectivement entr'elles par des degrés d'intensité, en sorte qu'il n'y a aucun doute qu'il n'y ait des ames de différent ordre, & que les imbécilles aient vraisemblablement des ames d'un ordre inférieur; plus voisines de celles des brutes, que ne le sont les ames du commun des hommes; quoiqu'il soit vrai, dis-je, qu'il y ait une gradation parmi les ames humaines, on ne conçoit pas qu'elles aient moins de force dans certaines circonstances que dans d'autres; & ce ne seroit pas raisonner conséquemment que de conclure de la foiblesse qui paroît dans l'exercice des facultés d'une ame, à l'affoiblissement de cette ame? L'ame peut avoir la même force, & trouver des obstacles insurmontables à l'exercice de cette force: ce qui arrive insensiblement par l'effet de la vieillesse, ou par de longues maladies, & tout à coup, par des saisissemens subits. Supposer ici quelque dérangement ou quelque affoiblissement dans l'ame elle-même, ce seroit admettre le matérialisme le plus complet, & je suppose dans l'explication de la folie la spiritualité de l'ame hors de toute contestation.

Rien ne suspend l'exercice de la raison que l'imagination ou le repos: ce dernier cas a donné lieu à la fameuse dispute sur le sommeil de l'ame, ici il ne s'agit que du premier. L'expérience a prouvé & prouve tous les jours, que les hommes qui ont donné trop de carrière à leur imagination, ont eu le malheur d'extravaguer quelquefois, & cela selon les différentes passions dont ils ont été agités. Cette faculté, si nécessaire à l'homme, est pour l'insensé un poignard dont il se blesse, un flambeau dont il s'éblouit. Nous avons vu porter ce funeste flambeau jusques dans les lieux saints, nous l'avons vu profaner les autels, défigurer la Religion, faire de la philosophie un monstrueux assemblage de chimeres. Si c'est l'imagination qui a fait

les grands poètes, c'est elle aussi qui les a souvent fait extravaguer. Si l'on doutoit de ce malheureux effet d'une faculté si propre à séduire les hommes, on n'auroit, pour s'en assurer, qu'à chercher la raison pourquoi les insomnies ont si souvent produit les plus terribles délires: peuvent-elles manquer en effet ces insomnies de donner trop d'activité à l'imagination: les distractions du jour l'ont un peu modérée, les mêmes objets n'ont pas toujours été fixés; mais, pendant ces longues insomnies, l'imagination a eu si j'ose ainsi parler, les bras libres, & toutes nos facultés gagnent à l'exercice. Quel est l'homme qui n'ait sa passion? qu'il passe quelques nuits sans jouir des douceurs du sommeil, qu'il s'occupe de ce qui flatte ses goûts & ses penchans, & je réponds qu'il sera bientôt fou. Qui n'a vu des hommes, que la seule imagination rendoit contents, gais, tristes, furieux?

Dès qu'on ôte les idées distinctes & la vue distincte de leur liaison, pour réduire toutes les représentations à des représentations vives & claires, il n'est rien de si contradictoire que l'esprit humain ne puisse se représenter, que l'imagination ne peigne avec les couleurs les plus vives, & que l'homme ne se persuade exister réellement tel qu'il se le représente. Trallien parle d'une femme qui avoit toujours le doigt du milieu étendu & levé; parce qu'elle croyoit ainsi soutenir la masse du monde. Il n'en est pas autrement des vices & des crimes: ces écarts de la raison ne se verroient jamais si nous avions toujours des idées distinctes de ce que nous faisons, des suites immédiates de nos actions & de la nature de nos devoirs. Le vice s'enveloppe d'une obscurité favorable; il y a un sophiste au dedans de nous-mêmes qui juge sur des idées confuses, & qui nous décide en nous éblouissant; peut être le vice ne diffère-t-il du crime que par une moindre obscurité, & un moindre degré de vivacité dans l'imagination: le crime a ses ténèbres, c'est une nuit profonde: le vice est comme un crépuscule qui approche de bien près de la nuit. Si l'on s'étonnoit qu'il y ait des scélérats, il faudroit s'étonner qu'il y ait des fous.



Je reviens à mon sujet, & je conclus que les fous peuvent avoir des idées distinctes, & raisonner dans le tems même de leur délire: il me reste à développer quelques idées qui montreront comment cela est possible. Cette classe d'hommes qui n'extravaguent que sur un sujet, qui savent malheureusement placer dans le même esprit les contradictions les plus palpables, (du moins au jugement de l'homme sensé,) avec les vérités les plus certaines & les raisonnemens les plus détaillés, sont plus à plaindre que ceux qui sont dans un délire perpétuel. Leur état est un phénomène singulier: c'est une erreur qui en est le principe; & cette erreur n'est pas inconcevable. Telle étoit sans doute celle de ces hommes, que les prétendus miracles de l'Abbé Paris ont fait gambader sur un tombeau que la superstition avoit rendu sacré? Nos raisonnemens se fondent sur certains principes, & se reglent sur l'état actuel des représentations de notre ame. Donnez à un homme la faculté de voir tout double ou renversé, ne raisonnera-t-il pas? Servez-vous de votre ascendant sur l'esprit d'un homme crédule, pour lui persuader les plus grandes absurdités, ne raisonnera-t-il pas? Vous aurez fait des fous; & si ces hommes ont les passions vives, vous aurez fait des furieux. S'il n'y avoit pas eu des nations entières qui eussent égorgé des animaux pour lire l'avenir dans leurs entrailles, ne croiroit-on pas qu'il faut être fou pour s'imaginer que la nature a tracé ses secrets dans le ventre d'une Chevre ou d'un Bouc? On auroit raison de le croire, & je regarde ces nations comme attaquées d'une espece de folie, à moins qu'on ne veuille qu'il soit possible de combattre les notions communes & le témoignage des sens sans être fou: à moins qu'on ne veuille que ce qui est vrai dans un tems, parmi un peuple, cesse de l'être dans d'autres tems & parmi d'autres peuples; à moins qu'on ne veuille qu'un mal cesse d'être ce qu'il est, lorsqu'il devient le mal d'une nation ou d'un peuple. Non, le Philosophe envisage les choses autrement, les circonstances, les tems, les modifications, pour tout dire en un mot, défigurent ou embellissent les objets, mais n'en changent point la nature.



Pour prouver encore la vérité de ce que j'avance, il suffira de réfléchir à ce qui accroit les degrés de la folie, à ce qui rend un fou furieux; qu'on prenne un stupide Indien infatué de ses Talapoins, qu'on l'enferme, qu'on irrite ses passions, qu'on le contredise, que tout ce qu'il voit faire soit autant de preuves de l'idée qu'on a de son égarement, on verra bientôt les effets de son imagination frappée, on le verra furieux & enragé ne laisser plus aucun espoir de guérison. Cependant il n'est arrivé autre chose à cet Indien que de se faire un tableau trop vif des injures que l'on fait à ses opinions: & ce tableau n'a point empêché qu'il n'ait conservé les idées distinctes qu'il a toujours eues, qu'il n'en ait eu au moment même où son délire a commencé.

Un fou devient furieux lorsqu'il se persuade qu'il n'est plus libre, ou qu'il ne l'est plus effectivement, c'est à dire, lorsque quelque chose s'oppose à ce qu'il desire & à ce qu'il veut. De là vient que quelques fous sont aussitôt furieux qu'ils commencent à extravaguer, parce que dès le commencement de leur délire ils ont trouvé des obstacles insurmontables à leurs desirs. La colere est un moment de folie, je l'ai dit ailleurs, & la raison en est claire: la colere dans un fou est fureur.

Quant aux facultés appetitives de l'ame, il est aisé de se faire une idée de ce qui se passe à leur égard dans les fous. Ces facultés toujours subordonnées aux facultés cognoscitives, seront dans les fous ce qu'elles sont dans les hommes raisonnables; partout elles suivent le flambeau qui nous éclaire & qui les anime. Aussi ce principe de morale, que nous ne pouvons être jugés que suivant le degré de nos lumieres, & la connoissance réfléchie de ce que nous faisons, a-t-il absous de tout tems les fous des actions, dont des hommes non égarés seroient responsables. C'est sur l'état actuel des représentations de l'ame, que le degré d'imputabilité se regle: de là vient qu'on pardonne quelque chose à l'ivresse, à laquelle on pardonneroit tout, s'il n'étoit pas en notre pouvoir de ne pas nous enivrer.

Il est un malheureux principe de conduite, qui devient la source de tous nos vices, & le germe fécond de nos égaremens. Ce principe c'est que tout ce qui nous plaît contribue à notre bonheur, & devient un bien pour nous, lorsque nous le possédons. Ce principe est obscurément dans l'ame du fou, comme dans celle de l'homme raisonnable: dans les brutes c'est le pur instinct. La raison a été donnée à l'homme pour régler l'impulsion naturelle qui le porte vers les objets qui lui plaisent, parce qu'elle pouvoit être une source d'abus: le fou ne raisonnant plus assés, ressemble à cet égard à la brute, il se livre sans réserve à l'impulsion qui l'entraîne, & la brute se laisse entraîner par son instinct. L'objet des desirs du fou devient pour lui le seul objet qui l'occupe; & si ces desirs sont le fruit des passions, ils paroissent bientôt avec fureur, & s'accroissent à mesure qu'ils durent.

Je m'arrête ici pour faire deux réflexions, que le sujet amène naturellement. L'étude la plus constante & la plus sérieuse d'un homme raisonnable devroit être de travailler à brider son imagination, & à ne la jamais porter sur des objets, qui peuvent ou l'induire au vice, ou faciliter des abus: si les objets ne paroissent à nos yeux que ce qu'ils sont en eux-mêmes relativement à notre nature, il y en auroit peu qui nous attachassent: mais l'imagination les embellit ou les défigure. Ce n'est pas tout: celui dont l'imagination travaille trop souvent, est sujet à des distractions qui le troublent au moment même où son attention devroit être uniquement portée sur un seul objet: bientôt il lui en coûte de méditer quelques instans, la chaîne de ses idées est pour ainsi dire interrompue. De là vient que plus les hommes ont l'imagination vive, moins ils sont en état d'approfondir quelques idées. La moindre chose leur rappelle ce qui flatte leur imagination, & la scène de leurs pensées change: aux pieds même des autels ils retournent à ces objets chéris, que leur imagination caresse si souvent: incapables de suivre longtems un même raisonnement, ils deviennent bientôt incapables de conserver le souvenir d'une même idée. Ainsi les préceptes & les leçons de la sagesse, éclipsés pour
quel-



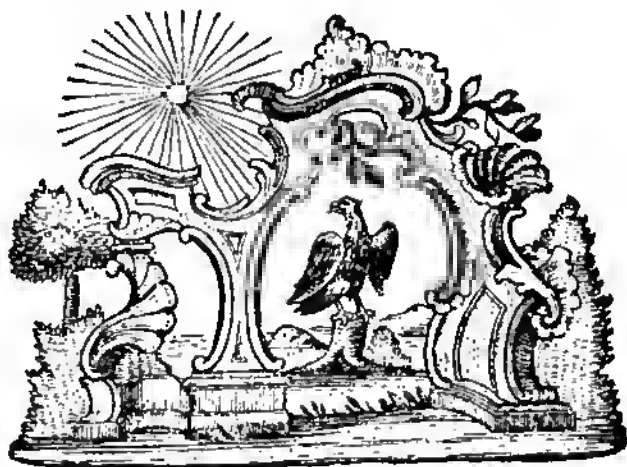
quelques instans, on ne trouve dans leur ame que l'image de ce qui les flatte & le desir d'obtenir ce qui leur plait. Pour peu que la nature prête à ces desirs, je veux dire pour peu que la nature ait des dispositions analogues à ces desirs, on les voit se passionner, & quelquefois le délire vient à la suite de ces premiers transports. Qu'est-ce que la fureur uterine dans les personnes du sexe, si ce n'est un appétit violent de la cohabitation avec les hommes qu'elles ont conçu pour s'être abandonnées à des idées contraires à la chasteté qu'elles ont prises pour autant de sensations. Qu'arrive-t-il aux mélancholiques? La mélancholie est le premier degré de la folie; le nombre des idées distinctes commence à diminuer, on raisonne peu, l'ame en silence, si j'ose ainsi parler, ne considere qu'un même objet, qu'une même idée. On voit ces hypochondres abbattus, chagrins, craintifs, angoissés; ils assurent souvent qu'ils sont inquiets sans savoir pourquoi: ils pleurent souvent, ils vont chercher la solitude, ils fuyent la société & tremblent pour tout ce qui inspire de la joye: leur sommeil est inquiet, leurs rêves effrayans: voilà les fruits de la malheureuse habitude de laisser à l'imagination la liberté de ne s'occuper que d'une seule idée, & dans ce cas d'une idée triste. Il ne faut plus qu'un pas: il y a déjà trop d'idées distinctes qui ont disparu, trop de sensations éclipsées à tout instant, trop de vivacité dans l'imagination, encore un effort, & les objets suggérés & peints par l'imagination paroîtront exister: on confondra les effets de l'imagination avec les sensations, & l'on deviendra fou.

La seconde réflexion que mon sujet amene, c'est que ce sont nos vices qu'on doit accuser du dérangement de notre raison. S'il étoit possible de remonter à la source de la folie d'un fou, si l'on connoissoit tout ce qui est arrivé à un fou, toutes les idées & les desirs qui l'ont occupé, on verroit bientôt comment sa folie a été produite par un de ses vices, ou par plusieurs. L'intempérance, la vanité, la haine, la colere, l'envie, voilà tout autant de passions qui portées trop loin produisent naturellement la folie. Je ne parle point ici de ce qui arrive à un désespéré, que les remords de sa conscience tourmen-



mentent: je ne parle, que de ce qui se passe dans l'imagination d'un homme attaché à un vice, sans égard aux conséquences qu'il pourroit prévoir. Je ne crois pas qu'un homme parfaitement vertueux puisse jamais devenir fou, si j'en excepte le cas de la superstition, & d'une dévotion que la raison n'a pas suffisamment éclairée.

Ainsi l'on voit la justesse de cette idée, que tout notre bonheur, que toute la sagesse consiste dans la vérité. Ramenez les hommes à cette vérité, vous les ramènerez au bonheur & à la sagesse. Dès qu'on altere cette vérité, & c'est l'imagination, qui l'altere le plus souvent, il n'y a plus de sûreté pour l'homme. Il ne reste donc à l'homme d'autre ressource que celle de se défier de ses sens, ou plutôt de ce que l'imagination prête aux sens: le doute peut nous empêcher de nous livrer à des apparences. C'est lorsqu'on est le plus persuadé, qu'on doit le plus se défier de soi-même: la conviction n'est souvent qu'une persuasion.





EXPLICATION

D'UN PARADOXE PSYCHOLOGIQUE;

Que non seulement l'homme agit & juge quelquefois sans motifs & sans raisons apparentes, mais même malgré des motifs pressans & des raisons convaincantes.

PAR M. SULZER.

Dans la fameuse dispute sur la liberté on convient de part & d'autre, qu'aucune action morale ne se fait sans le concours de la volonté. Les adversaires de la liberté croient pouvoir accorder cela à ceux qui tiennent le parti contraire; car ils sauvent ensuite leur doctrine en soutenant que le *Vouloir* même n'est pas un acte libre & qu'une action peut être volontaire sans qu'elle soit libre. Il paroît donc indubitable aux uns & aux autres que ces actions auxquelles on attribue une liberté, soit réelle ou imaginaire, sont au moins toutes volontaires.

Cependant il arrive quelquefois que ces mêmes actions s'exécutent, non seulement sans que la volonté y accede, mais contre le gré de l'ame & malgré tous les efforts qu'elle fait pour les empêcher. D'un autre côté des actions qui ne paroissent dépendre que du bon-plaisir de l'ame, ne s'exécutent point, quelque sérieuse que soit la volonté de les produire. On peut observer les mêmes irrégularités dans le jugement. On croit qu'il est impossible de nier une chose, lorsqu'on a des raisons évidentes pour l'affirmer; cependant il y a des cas où le contraire arrive. Voilà des paradoxes qui m'ont paru assez importants pour être approfondis; & c'est ce que je me propose de faire dans ce Mémoire. Mon intention n'est pas de renouveler les



disputes sur la liberté; je les crois frivoles, du moins très inutiles. Car de quelque côté que tombât la victoire on n'y gagneroit jamais rien, vû que la décision ne peut rien changer dans la condition de l'homme. Libre ou non, il sera toujours ce que le concours des circonstances aura fait de lui. Mon seul dessein est de répandre quelques nouvelles lumieres sur la physique de l'ame. Je me flatte au moins que mes recherches auront cer effet. Car si je ne me trompe pas, l'analyse des paradoxes dont je viens de parler nous découvrira fort clairement l'origine physique de la tyrannie des passions & de la force irrésistible des préjugés. Peut-être même y découvrira-t-on quelques principes de l'art de nous garantir de l'une & de l'autre.

Je commence par établir le fait, en faisant voir qu'il y a des cas où l'ame est forcée d'agir contre sa volonté & de prononcer contre sa propre conviction. Quoique les observations que j'aye à proposer soyent tirées en partie de ma propre expérience, je n'ose malgré cela me flater de les pouvoir exposer routes avec cette clarté qui ne laisse rien à desirer. Je suis obligé de parler de choses trop triviales pour être détaillées, & de quelques autres trop délicates pour être analysées. J'espère qu'en considération de cela on me pardonnera le défaut de netteté & de clarté qu'on pourra trouver dans quelques endroits de ce Mémoire. J'entre en matiere.

Tout le monde sait qu'il y a des actions tant externes qu'internes qui, pour l'ordinaire, dépendent tellement de nous, que nous les exécutons dès que nous le voulons, & qu'elles ne s'exécutent que quand nous le voulons. Telles sont la plupart des fonctions de nos membres, qui n'attendent pour agir que le commandement de l'ame. Nous ouvrons & fermons les yeux à volonté; tous les mouvemens des bras & des jambes s'exécutent à notre gré; & à moins qu'on n'y prenne garde de bien près, on croit qu'ils ne nous refusent jamais le service. Il en est de même de plusieurs facultés intérieures dont nous disposons à notre gré. Nous dirigeons l'attention sur les objets auxquels nous donnons quelque préférence; du grand nombre de perceptions

ceptions que nous avons à chaque instant, nous choisissons celles dont nous voulons nous occuper.

Or il arrive quelquefois que cet empire de la volonté cesse, sans qu'il y ait aucun dérangement dans les organes. Les muscles que nous voulons faire agir se refusent à notre commandement, aucun effort de la volonté ne suffit pour les mettre en jeu; ou bien ils agissent malgré nous & de façon même que tout le pouvoir de l'ame n'est pas capable de les arrêter. On dit qu'il y a en Amérique des serpens enchanteurs dont les regards forcent les oiseaux de se précipiter entre leurs dents. Le serpent, dit-on, se place au bas d'un arbre & attire sur soi le regard de l'oiseau. Le malheureux, victime de ces enchantemens, fixe les yeux sur la bouche béante de l'animal vorace, il y voit son tombeau & s'y précipite malgré lui: en jetant les cris de désespoir, en faisant tous les efforts possibles pour s'enfuir, il descend de branche en branche, & par une force inconnue, à laquelle il résiste en vain, se jette enfin entre les dents du serpent. Cette histoire, vraie ou fausse, est un emblème parfait de cet esclavage dont nous parlons; aussi ressemble-t-il tellement aux enchantemens, que quelques uns des cas dont je parlerai, ont été pris pour tels.

On sait que la frayeur rend quelquefois immobile, & que d'autres fois elle oblige ceux qu'elle a saisis à se jeter dans le danger qu'ils voudroient éviter. Nous croyons ouvrir & fermer les yeux toutes les fois qu'il nous plaît de le faire. Cependant au moindre danger qui menace ces organes précieux, souvent même sans que nous en ayons connoissance, ils se ferment malgré nous. Il en est de même de plusieurs autres organes. On est maître de sa langue pour parler lentement ou rapidement, pour prononcer distinctement en articulant chaque mot, comme le son le demande. Mais dans combien d'occasions la langue ne refuse-t-elle point l'obéissance? On veut quelquefois parler vite & on parle lentement, ou l'on veut bien prononcer & l'on balbutie & l'on bégaye. Souvent même on tombe d'autant plus dans ces défauts, que l'on s'efforce de s'en garantir. Quel-



quelquefois on parle, dans le moment qu'on fait les plus grands efforts pour se taire. Tous ces cas sont trop connus pour nous arrêter longtems à les constater.

Il est vrai que, dans ces cas-là, il y a une passion plus ou moins déclarée qui s'oppose à la volonté. Mais il n'est pas moins vrai pour cela, que ce qui se fait alors arrive contre le gré de l'ame. Il y a encore des cas où nos efforts sont aussi inutiles que dans ceux-là, bien qu'on ne sente aucune passion qui s'oppose à la volonté. Souvent on baïlle lorsqu'on voit baïller un autre, on s'y sent forcé quoiqu'on fasse pour s'en défendre. Dans les inflammations du gozier, qui rendent l'action d'avaler fort pénible & fort douloureuse, on veut s'en défendre au moins lorsqu'on ne mange pas. Cependant on a beau faire, on fait à tout moment ce qu'on cherche à éviter. D'un autre côté il y a certaines fonctions naturelles qui s'exécutent sans aucune difficulté dès que le besoin naturel nous avertit d'y consentir. Ces mêmes fonctions manquent quelquefois, quand la nature presse le plus & malgré les efforts qu'on fait pour y parvenir. Il y a un nombre de cas de cette nature que je pourrois détailler ici; mais j'aime mieux qu'on les lise dans *Montaigne* qui les a rassemblés dans ses *Essais*. *) *Il n'y a, selon cet ingénieux Auteur, aucune partie de notre corps, qui ne refuse souvent à notre volonté son opération, & qui souvent ne s'exerce contre notre volonté.* Dans plusieurs de ces cas on sent si peu ce qui s'oppose à la volonté, qu'on les a attribué à des causes surnaturelles.

Il y a plus encore. Dans une certaine espèce de mélancholie on fait des choses pour lesquelles on a la plus grande horreur au moment même qu'on les fait, au point que la superstition y a crû découvrir visiblement l'action d'un esprit malin & tout-puissant. J'ai connu un homme d'une grande probité, d'un grand sens & très éclairé par les lumières de la philosophie, qui a eu le malheur d'être attaqué de ce mal: une longue suite de chagrins en étoit la cause. Quoique intimement pénétré de vénération pour l'Être suprême, il ne pouvoit, pendant un tems, en-

ten-

*) Liv. I. Chap. 10.



tendre nommer cet Être qu'il adoroit de tout son coeur, sans lâcher contre lui quelques traits de blasphème. Les cheveux lui dressaient d'horreur, il s'efforçoit de couvrir ses blasphèmes par des actes d'adoration. Je l'ai vû dans ces momens singuliers, & il m'a souvent dit qu'il étoit tenté de croire qu'il y avoit deux ames dans lui, l'une bénissant Dieu pendant que l'autre le blasphémoit. Car il ne pouvoit comprendre comment le même être pouvoit faire à la fois deux choses aussi directement opposées l'une à l'autre. Ce seul cas prouve assez que, sans aucune apparence de motif, on agit quelquefois contre la volonté la plus déterminée.

Senèque le tragique paroît avoir eu une connoissance distincte de ce paradoxe. Voici comme il fait parler *Phédre*

— *ora ceptis transitum verbis negant.*

*Vis magna vocem emittit, at major retinet. *)*

Le même paradoxe a lieu par rapport au jugement. Car il y a des cas où l'ame n'a pas la liberté de croire ce dont elle est pourtant convaincue. J'ai connu des gens très persuadés que la mort anéantissoit notre être, & qui pourtant avoient peur des revenans. On a des exemples d'Athées superstitieux, d'Epicuriens qui, quoiqu'ils attribuent tout au hasard, croient aux prédictions, aux bons & mauvais augures. Qu'on ne croie pas, que les personnes dont je parle s'imaginent seulement avoir conviction de leur système, & que dans l'occasion ils adoptent la doctrine opposée, & que ce soit cela qui produise cette inconséquence. Ce n'est pas la solution du noeud. Un cas que l'on peut amener aussi souvent que l'on veut, prouve que deux jugemens opposés peuvent avoir lieu en même tems. La seule idée d'un grand danger, fait quelquefois évanouir de peur, quoiqu'on soit positivement assuré qu'on ne risque rien. Cela arrive lorsqu'on lit ou que l'on entend une narration bien vive d'un pareil danger. Supposé qu'il y ait au haut d'une tour des chaînes très fortes, & si bien attachées que les forces réunies de cent hommes ne seroient pas capables

*) *Seneca Phædr. vs. 601. 602.*



de les rompre. Quand vous auriez vu tout cela, quand vous en seriez convaincu par vos sens & par le raisonnement le plus évident, vous seriez saisi de peur, si, après y avoir été attaché, vous vous trouviez suspendu & balancé dans l'air. Vous auriez les plus fortes raisons de vous croire en sûreté, cependant la peur prouve, que vous vous croyez en danger.

En réfléchissant sur les faits que je viens d'alléguer & de détailler en partie on trouvera qu'ils prouvent incontestablement deux choses. Premièrement, qu'il y a quelquefois dans nous une force, supérieure aux efforts de la volonté, qui nous contraint d'agir contre notre gré. Secondement, qu'une force semblable nous contraint quelquefois de regarder comme faux ou vrai ce que nous savons positivement être vrai ou faux. Quoique ces deux propositions résultent immédiatement des faits allégués, je crois devoir m'arrêter ici un moment pour prévenir quelques doutes, qui pourroient venir à ceux qui ne les approfondissent pas assez.

Je sai qu'on ne trouve ordinairement rien d'embarassant dans le cas où la passion l'emporte sur la raison. On suppose que les motifs présentés par la passion étant les plus forts l'emportent naturellement sur ceux de la raison. On croit que ceux qui sont dans les cas, où l'on dit avec *Médée*

— — *video meliora proboque*
Deteriora sequor.

ne font que changer d'avis pendant la passion. On parle d'une volonté *antecedente* & d'une volonté *conséquente*. Les hommes, dit-on, aiment le bien, ils se proposent de le pratiquer; mais ils changent de sentiment pendant la passion, qui fait trouver le mal préférable au bien. Cependant cette explication n'est point satisfaisante. Car nous avons vu que ces deux volontés ne se succèdent pas toujours, mais qu'elles coexistent souvent; qu'on déteste une action au moment même qu'on la fait; qu'on étend la main dans l'instant même où l'on s'efforce de la retirer. Il est donc évident que ce n'est pas par un chan-



changement d'avis qu'on peut expliquer ce paradoxe, & qu'il s'agit ici de découvrir cette force cachée qui nous fait agir malgré nous, & de voir comment elle peut agir contre notre gré.

L'autre paradoxe est aussi réel que celui-là. On ne peut craindre le danger, que quand on le croit réel. Lors donc que l'on craint, on juge qu'il y a réellement du danger. Or la crainte ayant lieu là où l'on est convaincu de la sûreté, il est évident que ces deux jugemens contraires existent dans nous à la fois. Dans le même instant nous regardons la même chose comme réelle & comme imaginaire.

Il se présente donc ici deux questions à résoudre. D'où viennent ces forces imperceptibles quelquefois & pourtant si supérieures à tous les efforts dont l'âme soit capable? Et comment arrive-t-il, que ces forces l'emportent toujours sur les effets de la volonté? Ces questions ne sont pas de simple curiosité. Il importe beaucoup qu'elles soient résolues parce qu'elles tiennent à ce qu'il y a de plus utile dans la connoissance de l'homme.

Pour répondre à ces questions, il faut recourir à la théorie des perceptions obscures, commencée par *Leibniz*, & perfectionnée par ses disciples; théorie très importante sans laquelle nombre de phénomènes psychologiques resteroient inexplicables. Voici les observations qui sont le fondement de cette théorie. Outre les perceptions claires, ou celles dont l'âme se rend compte, & qui fixent son attention, il y en a en même tems un très grand nombre d'autres plus ou moins obscures, dont elle ne s'apperçoit point ou si faiblement qu'elle ne les démêle pas. Ces perceptions obscures produisent souvent des effets très sensibles. Il est de l'esprit comme de la vue. Lorsque nous voyons un paysage, il n'y a qu'un petit nombre d'objets que nous y voyons distinctement, parce qu'ils sont assez près de l'oeil & assez éclairés par la lumière. Le plus grand nombre est confus, & nous ne pouvons point dire quelles sont les parties qui occupent chaque place du tableau; d'autres enfin sont tellement dans l'ombre ou si petits qu'ils deviennent imperceptibles. Cependant ces parties confu-

ses



ses & imperceptibles font partie de l'image peinte au fond de l'oeil, & elles ont leur part à la perception totale qui résulte de la vue du paysage entier. Cette perception totale chargeroit d'espece, si ces parties imperceptibles étoient ôtées de la scene. La même chose arrive toutes les fois que nous avons l'idée claire d'un objet composé. Nous pensons par exemple à une personne de notre connoissance. L'idée que nous en avons est composée d'un grand nombre d'idées particulières. L'extérieur de cette personne, son caractère, ce que nous savons de ses actions, de ses moeurs, de ses manieres &c. tout cela entre dans l'idée totale. Mais de ce grand nombre d'idées il n'y en a que peu, qui soient assez claires pour que nous les distinguions; cependant les autres ne laissent pas de faire effet pour déterminer l'espece de la perception totale. Tout cela a été mis en évidence par plusieurs philosophes.

J'ajoute à cela que ce n'est pas la perception seule d'une idée qui peut être obscure; tous les autres actes de l'ame peuvent être tels. Il y a des jugemens obscurs, que nous faisons sans nous en appercevoir, des sentimens obscurs, des desirs & des aversions obscures. Ce sont ces *Je ne sais quoi*, que tout le monde sent quelquefois. En un mot toutes les facultés de l'ame peuvent s'exercer de deux façons; l'une claire & telle que nous sachions ce que nous faisons & que nous puissions en rendre compte; l'autre obscure & telle que nous ignorions nous-mêmes comment les choses se passent dans nous. Une seule observation, & des plus ordinaires, suffit pour prouver tout cela. Combien de fois n'arrive-t-il pas qu'on est de bonne ou mauvaise humeur, sans savoir pourquoi? C'est que dans ces cas l'on sent, l'on juge, l'on desire ou l'on abhorre quelque objet que l'on ne se représente qu'obscurément.

Observons maintenant que chaque chose a plusieurs côtés, & que le jugement que nous en portons dépend du côté par lequel nous l'envisageons. Différens points de vue produisent des jugemens différens. Il est donc très possible qu'en envisageant un objet par un côté



côté moyennant des perceptions claires, nous l'envisageons du côté opposé par nos perceptions obscures, & que par là les deux jugemens soyent opposés l'un à l'autre. Un fait que me fournit ma propre expérience achevera de rendre cela évident.

Dans une compagnie où je me trouvois on parla d'une très belle action qu'avoit fait un homme que je connoissois fort peu & de bien loin. L'action étoit si belle que toute la compagnie la loua à l'envi. Cependant je sentis en même tems je ne sai quoi, qui parut refroidir ou tempérer un peu mon admiration; une force inconnue sembloit m'empêcher de m'y livrer tout à fait. J'étois pourtant bien assuré qu'aucune envie, ni jalousie, ne pouvoit se mêler dans mon jugement. Etonné moi-même de cette espèce d'indifférence qui diminueoit mon approbation, je m'appliquois à en rechercher la cause. Après y avoir songé pendant quelque tems, je crus m'appercevoir qu'à l'idée de l'action dont il s'agissoit se méloit toujours celle de la personne qui l'avoit faite, & que c'étoit cela qui y jettoit quelque ombre. Je me trouvois dans le cas où l'on est, lorsqu'on s'efforce à se rappeler un nom qui ne nous revient pas; il semble à tout moment qu'on aille le trouver sur sa langue. Après plusieurs efforts, on se rappelle une lettre de ce nom, puis une autre, & à la fin on le rattrape tout entier. Ce fut précisément de cette façon que je parvins à la clef de l'énigme dans le cas dont il s'agit. Je me rappelai à la fin, que longtems auparavant on n'avoit parlé de l'homme dont il s'agissoit comme d'un sujet fort médiocre. C'étoit donc le souvenir obscur de cela, qui m'avoit empêché de prodiguer mes louanges. Voilà comment les idées obscures influent sur nos jugemens.

Je crois que ces observations suffisent pour faire comprendre comment on peut avoir en même tems deux perceptions contraires, dont l'une soit claire & l'autre obscure. Dans les passions déclarées les idées & les sentimens contraires à la raison ne sont pas tout à fait obscurs, on les démêle plus ou moins; mais souvent aussi ces affections sont si obscures, qu'il n'est pas possible de les connoître.



Cela a surtout lieu, quand le sentiment obscur tient à des faits passés depuis fort longtems. On a quelquefois des prédilections & des aversions dont on chercheroit en vain les causes, parce qu'elles tiennent à quelque idée ou à quelque fait dont l'époque remonte jusqu'à notre enfance, & que le tems les a entièrement obscurcies. C'est par là que s'expliquent bien des paradoxes. On s'étonne quelquefois que des gens très éclairés & très pénétrants ayent des préjugés qui paroissent tout à fait impardonnables. Ces préjugés sont très certainement des suites fort naturelles de quelque idée obscure absolument cachée au fond de l'ame. Voilà l'origine de ces forces obscures dont il s'agit.

Je viens à la seconde des questions proposées plus haut. Comment arrive-t-il que les forces qui viennent des idées obscures, l'emportent toujours sur les efforts de la volonté? Ou, pour la proposer plus nettement, pourquoi les idées obscures ont-elles plus de pouvoir sur nous, que les idées claires & distinctes? Pour répondre à cette question il faut reprendre les choses de plus haut. Qu'il me soit permis ici, de répéter & d'étendre même quelques observations que j'ai faites à l'occasion des recherches sur les plaisirs des sens, insérées dans un des Volumes des Mémoires de l'Académie *).

J'ai donc observé là, que plus une perception se présente distinctement, moins elle a de force pour émouvoir. J'ai allégué pour le prouver ce qu'on peut observer dans la gradation des sensations agréables ou désagréables qui nous viennent par différens sens. Le même degré de perfection ou d'imperfection dont on est affecté par la vue, cause un sentiment moins vif que celui qu'on auroit du même objet par l'ouïe; & celui-ci est moins vif que celui que donnent l'odorat ou le goût; ceux-ci encore moins, que ceux qui seroient causés par le tact. Le degré le plus foible de ces sentimens a lieu, lorsque la cause n'est présente qu'à l'esprit, sans aucune sensation

*) Année 1751.



tion extérieure. L'idée d'un ordre interrompu, ou d'une certaine dissonance, qu'on voit distinctement par l'entendement seul, produit quelque sentiment désagréable. Le même degré de désordre vu, ou aperçu dans une couleur, est bien plus désagréable ; le son discordant d'une fausse corde, qui n'auroit que le même degré de désordre le feroit encore d'avantage ; & si le tact nous présentait le même défaut, la sensation seroit déjà une douleur. Ces observations qui sont autant de fait que de raisonnement, prouvent que, plus une perception est confuse, plus elle a de force sur le sentiment. Beaucoup d'autres faits prouvent la même chose. On sait par exemple que les passions ne doivent leur origine qu'à des représentations confuses, & que le moyen de les affoiblir est de se représenter distinctement les objets qui les ont fait naître. C'étoit en cela que consistoit le grand secret de la philosophie Stoïcienne, comme l'on peut voir dans les Ecrits de l'Empereur *Marc-Aurele* & dans ceux d'*Epictète*.

Il n'est pas fort difficile de découvrir la raison physique de cela ; & comme il appartient à mon sujet de l'exposer ici, j'espère qu'on me pardonnera le détail dans lequel je me vois obligé d'entrer, pour rendre la chose assez claire.

Observons d'abord, qu'il ne se passe rien dans l'ame sans qu'il arrive en même tems quelque mouvement analogue dans le système des nerfs, en sorte qu'à chaque perception dans l'ame, répond certain ébranlement dans le système nerveux. Dans la simple perception, il n'y a que les nerfs du cerveau qui agissent ; & plus la perception est composée, plus le nombre de ces nerfs est grand. Lorsque la perception se change en sentiment, le mouvement se communique aux nerfs de la poitrine. Il paroît donc que le cerveau est le siège des pensées, & le diaphragme celui du sentiment & des forces exécutrices de l'ame.

Nous ignorons la liaison qu'il y a entre les nerfs du cerveau & ceux de la poitrine ; mais on observe constamment que, lorsqu'il y a une certaine confusion dans les idées, l'ébranlement se communique



du cerveau à la poitrine. C'est le moment où la perception produit le sentiment.

Considérons maintenant ce qui se passe dans l'ame, lorsqu'elle pense bien distinctement. Une représentation n'est confuse que parce que ses parties, ou les idées simples qui la composent, sont mêlées dans une seule masse & apperçues à la fois. Pour rendre une perception distincte, il faut en séparer les parties & fixer chacune séparément. Pendant que l'ame fait cette opération, il n'y a toujours qu'une seule idée ou notion simple qui soit bien claire; & par conséquent, il n'y a alors qu'un seul nerf qui soit sensiblement ébranlé. De là vient le calme ou la grande tranquillité de l'ame & du corps que l'on observe dans ceux qui sont absorbés dans la méditation. C'est parce que l'action d'un seul nerf est trop faible pour communiquer son ébranlement aux nerfs de la poitrine. Un exemple rendra cela plus sensible. On me présente une écriture. D'abord je ne la vois qu'en gros & confusément; cela me présente des lignes noires sur un fond blanc, & j'y apperçois en gros un certain ordre & une certaine netteté. Tant que l'action de mon oeil est repandue sur toute la feuille, il n'y a point de mot que j'y puisse lire. Pour y en distinguer un en particulier, il faut que l'axe de l'oeil soit dirigé directement sur ce mot. Alors l'image qui, comme l'on sait, se forme au fond de l'oeil, devient plus distincte dans l'endroit où ce mot se présente, toutes les autres images deviennent plus confuses, je puis lire ce mot. Cependant je le lis sans me représenter distinctement chaque lettre dont il est composé; & s'il s'agit de prendre une connoissance distincte de l'écriture, il faut encore que, non content de voir chaque mot en particulier, je distingue chaque lettre & même chaque trait dont elle est composée. Or en faisant cela il est évident, qu'il n'y a à chaque moment, qu'un seul point presque indivisible au fond de l'oeil, qui ait une clarté complète; les autres parties de l'image étant toutes fort confuses. Dans ce cas-là, il n'y a qu'une seule fibre du nerf optique, qui soit sensiblement affectée. Ce mouvement est trop faible pour se communiquer aux autres parties du système nerveux.



vœux. Voilà ce qui arrive toutes les fois que nous avons des représentations bien distinctes. Il n'y a à la fois qu'un seul point lumineux dans l'esprit, une seule perception simple, qui soit bien claire; tout le reste des perceptions présentes tombe dans les ombres & cesse d'être sensible.

On comprendra par là pourquoi les représentations bien distinctes produisent peu d'effet dans l'ame, & pourquoi il faut qu'un nombre de perceptions particulieres forment une masse confuse pour produire le sentiment. Ce n'est que le grand nombre de nerfs ébranlés sensiblement à la fois, qui est capable de communiquer l'ébranlement aux nerfs de la poitrine.

Revenons maintenant sur nos pas. Il s'agissoit d'expliquer ce paradoxe, que les représentations obscures ont plus de force sur nous, que celles qui sont claires & distinctes. Or on comprend par ce que je viens d'observer qu'aucune représentation ne produit le sentiment, que quand elle est confuse. Pour peu qu'elle se présente distinctement, l'esprit commence à y travailler; car il est de notre nature de vouloir développer une perception, qui a un certain degré de clarté. Or en faisant cela toute l'action se passe dans le cerveau. Mais, si la confusion est telle que l'esprit n'y trouve rien à distinguer, le total de l'objet agit à la fois, & produit le sentiment. Lors donc que deux perceptions se présentent en même tems, celle qui est obscure ne fait point d'effet sur l'esprit, elle conduit immédiatement au sentiment, pendant que l'autre affecte l'esprit du moins pendant quelques instans: & c'est pendant ces instans que la perception obscure s'empare de l'ame & produit l'action. Il n'est pas possible que l'action lente des idées distinctes empêche l'effet rapide des idées obscures. Voilà de quelle façon le sentiment surprend la raison.

Je sens fort bien que cette explication ne sera pas également lumineuse à tout le monde. Il faut avoir longtems observé l'ame dans ses opérations les plus secretes, & avoir acquis une certaine habitude de réfléchir sur les moindres changemens qui se passent au dedans de



nous, pour saisir tout ce qui est relatif à la physique de l'ame. Mais, quoiqu'il en soit, j'ajoute une autre remarque qui explique le paradoxe d'une manière plus intelligible.

Lorsque nous sentons confusément une chose, nous ne sommes pas en état d'apprécier sa valeur. Car nous ne démêlons point ce que nous sentons; & très souvent nous prenons pour un effet de notre jugement ce qui n'est que préjugé; nous croyons sentir ce que d'autres ont senti pour nous. Un cas qui arrive assez souvent, peut servir d'éclaircissement à cette remarque. Deux personnes voyent de loin un objet qu'elles ne distinguent pas assez. On cherche à démêler ce que ce peut être. L'un des deux prononce que c'est telle chose. Dès ce moment l'autre confirme ce jugement, & se persuade qu'il voit distinctement la chose que l'autre a nommée. Cependant cet autre s'étoit trompé de nom, & voit toute autre chose, que ce qu'il a nommé. C'est ainsi que l'obscurité de nos perceptions nous donne le change, & nous fait prendre des visions pour des réalités.

Il n'est pas fort difficile, après cette remarque, de voir d'où vient la force supérieure des perceptions obscures. Comme il est impossible de douter de ce que l'on sent, on ne doute pas plus de ce que l'on croit sentir & on croit sentir tout ce qui entre dans la perception un peu obscure d'un objet. Il y a mille choses sur lesquelles nous avons entendu prononcer une infinité de fois, avant l'âge de réflexion. Ces jugemens nous sont devenus si familiers, que toutes les fois qu'une de ces choses-là nous revient, le jugement que nous en avons entendu porter revient en même tems, & cela se passe si rapidement, que toute la perception paroît être une sensation intérieure. Lors donc qu'il est question d'agir, les motifs obscurs, conséquences de ces prétendues sensations, ne peuvent pas manquer d'avoir leur effet, quoiqu'en dise la raison. C'est le même cas que celui de ces illusions d'oprique, où il est presque impossible de résister au charme. Vous avez beau savoir avec la plus grande certitude, que la Lune à son coucher n'est pas plus grande que
lors-



lorsqu'elle étoit dans le méridien, l'illusion l'emporte sur la raison, bien qu'on sache d'où vient l'erreur.

Or l'illusion étant si forte lors même qu'on en connoit l'origine, quelle force n'aura-t-elle point dans les cas où l'on ne soupçonne pas même qu'on se trompe? Ces cas sont ordinairement ceux où le jugement est produit par des perceptions obscures, dont on ne peut se défier, parce qu'on ne les sent pas. Voilà pourquoi on prend le jugement pour une espèce de sensation intérieure. C'est ainsi que l'on attribue à la nature même, des goûts, des inclinations & des caprices très contraires à la nature. On ne démêle pas les causes qui les ont fait naître, & on s'imagine qu'elles ont leur origine dans la nature des choses. On cherche vainement à leur opposer la force de la raison. Ce sont des ennemis cachés dans des embuscades: on reçoit les coups qu'ils portent sans voir d'où ils viennent. C'est à cause de cela qu'il est impossible de s'en défendre directement. L'homme sera toujours esclave de ses passions & de ses préjugés, tant qu'il n'aura que la raison à leur opposer.

Voilà si je ne me trompe la vraie origine de la puissance tyrannique des passions, des préjugés, des préventions & de tant d'autres ennemis de la raison. Ils sont postés dans les régions obscures de l'ame, où, si l'on decouvre leurs manœuvres ce n'est que lorsqu'il est trop tard pour s'y opposer; c'est ce qui leur donne presque toujours une victoire assurée.

Cette observation est le résultat de toutes les recherches précédentes: elle peut servir à expliquer bien des paradoxes dans les opinions, dans les mœurs, dans les coutumes & dans la conduite des hommes: & on peut en même tems en tirer plusieurs remarques très importantes sur les arrangemens à prendre pour donner plus d'avantage aux lumières de la raison.

Au premier coup d'oeil, rien ne paroît plus surprenant à la raison non prévenue que certaines opinions auxquelles se livrent des peuples



ples entiers, des sectes, des ordres. On les trouve si directement contraires au bon sens, qu'on ne fait que penser de ceux qui les ont adoptées. Il en est de même de plusieurs coutumes & pratiques, qui paroissent si révoltantes qu'on a de la peine à en croire ses yeux, lorsqu'on les voit.

Tout cela s'explique assez clairement par ce que nous avons remarqué sur la force des idées obscures. Ce qu'on entend & ce qu'on voit avant l'âge de réflexion se place dans l'esprit sans aucun obstacle. On fait qu'on peut faire accroire tout ce que l'on veut aux enfans & aux personnes qui ne réfléchissent point. Des mots vuides de sens remplissent l'imagination, & le jugement reçoit un grand nombre de propositions gratuites ou même contradictoires, sous l'apparence de réalités & de vérités. Toutes les fois donc que la mémoire nous rappelle ces mots ou ces propositions, elle nous rappelle aussi quoique obscurément l'apparence de réalité & de vérité sous laquelle nous les avons reçus autrefois. Cela nous empêche de les soumettre à l'examen de la raison. Supposé même qu'il nous vienne quelque doute, qui nous porte à entreprendre cet examen, nous avons prononcé ou agi dans l'occasion, longtems avant que la raison ait eu le tems de développer ses argumens. On ne voit la faute qu'après coup, & on ne l'évite qu'après l'avoir reconnue souvent.

Cette action rapide des idées obscures se fait voir très clairement dans les mauvaises habitudes que l'on connoit pour telles & dont on souhaite de se corriger. On n'y réussit qu'après un nombre de tentatives. Cependant déjà la première fois la raison parloit bien décisivement & proposoit des motifs bien solides; mais le sentiment l'emportoit, parce qu'il agit plus promptement; tout ce qu'il insinue se présentant à la fois, tandis qu'il faut du tems pour se représenter distinctement les raisons contraires.

Il n'y a donc rien de si absurde en fait d'opinion & d'usage qu'on ne puisse introduire & maintenir contre les droits de la raison & du bon sens. Des qu'une erreur s'est incorporée, si je puis m'exprimer ainsi, dans la masse des idées obscures, il est extrêmement difficile
de

de l'arracher ou de l'expulser de l'esprit. Voilà pourquoi le sage même ne se dépouille que très difficilement des préjugés nationaux, & des préjugés de l'ordre dans lequel il a été élevé. Il n'y réussit qu'autant qu'il peut faire passer de l'esprit au sentiment les décisions de la raison. Car, pour abandonner une erreur adoptée depuis longtems, il ne suffit pas de démontrer que c'en est une; il faut le sentir sans avoir besoin de la marche lente du raisonnement.

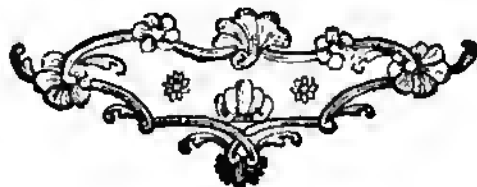
Cette réflexion nous conduit à deux remarques, par lesquelles je finirai ce discours.

Ce que nous venons d'observer sur la facilité avec laquelle on reçoit les opinions & les pratiques les plus bizarres & sur l'opiniâtreté avec laquelle on s'y attache, nous fait voir qu'il ne seroit pas difficile d'inspirer à un peuple simple & non prévenu, des opinions & des sentimens raisonnables, de le rendre sage & vertueux. Il ne faudroit pour cela que lui donner des conducteurs qui le fussent. L'homme non prévenu croit ce que les autres croient & fait ce qu'il voit faire à d'autres. Toute la difficulté se réduiroit à trouver les arrangemens nécessaires pour placer devant les yeux du peuple les modèles sur lesquels on voudroit le former. Cela fait; le succès seroit inmanquable. Il est facile d'appliquer ces remarques au cas particulier où il s'agit de la meilleure méthode pour faire réussir l'éducation de la jeunesse. Je passe à l'autre remarque.

Nous avons vu par tout ce qui a été dit plus haut, que le raisonnement ne peut rien contre le préjugé, ni les motifs fournis par la raison contre le sentiment. Quelques Philosophes s'étant apperçûs de cela, en ont tiré la fausse conséquence, que la raison étoit un don de la nature très inutile. Ils prétendent que les lumieres de l'esprit n'ont aucune influence sur les actions, & qu'elles ne peuvent servir que d'amusement. Il croient que cette doctrine est suffisamment prouvée par l'exemple de plusieurs Philosophes, qui prêchent la vertu sans la pratiquer eux-mêmes, qui exposent avec beaucoup de solidité le mérite & l'avantage des sentimens qu'eux-mêmes n'ont pas, ni ne se soucient d'avoir. A' cela je remarque qu'on ne peut pas

disconvenir du fait, mais que la conséquence n'est pas juste. L'explication que j'ai donnée du fait, nous découvre en même tems les moyens d'assurer à la raison ses droits & sa prééminence.

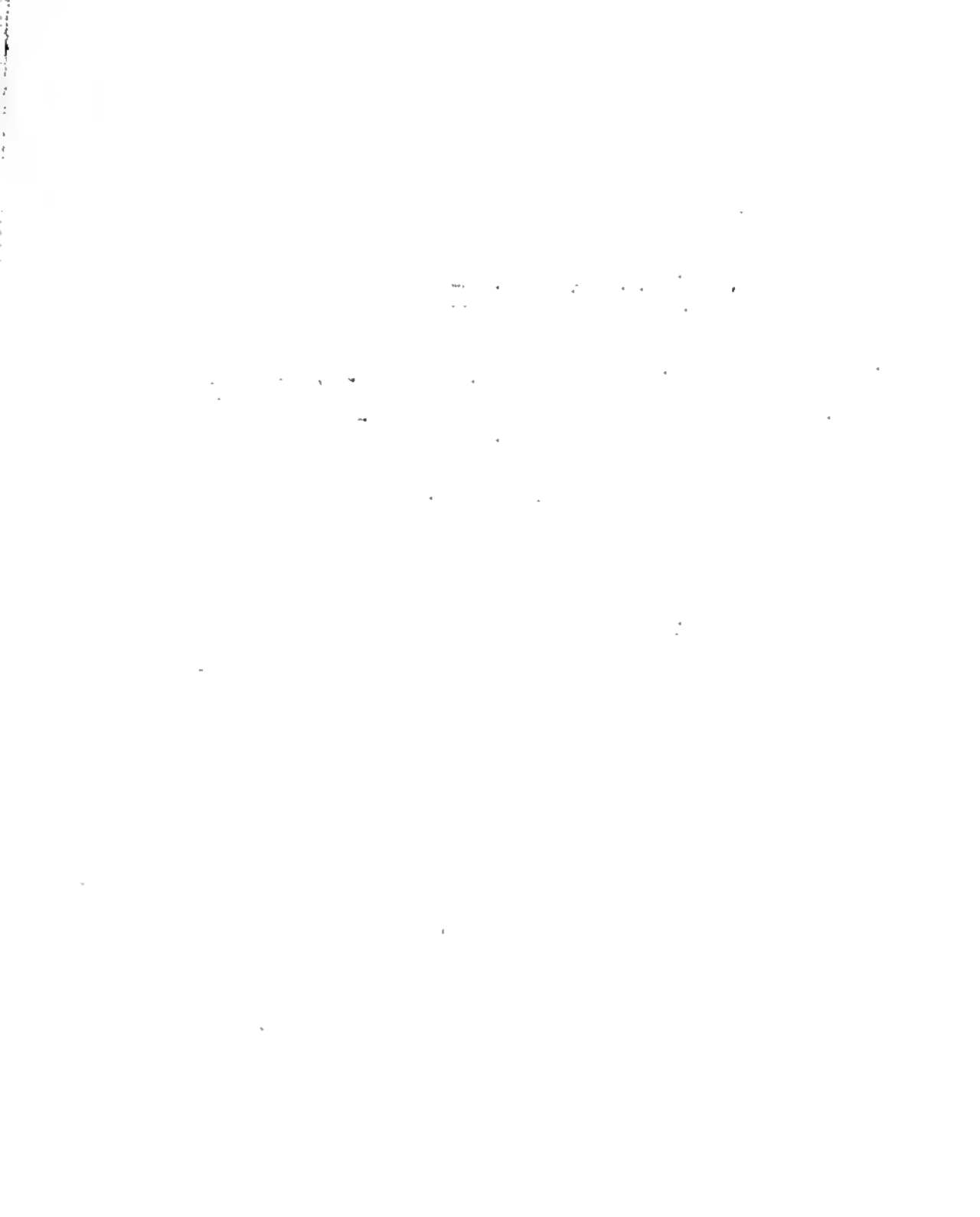
Le préjugé étant incontestablement plus fort que le raisonnement, plus efficace que le motif connu distinctement, il ne s'agit que de donner aux décisions de la raison la force du préjugé & du sentiment; ce qui est très possible. On n'a qu'à répéter très souvent le même raisonnement & peser le même motif, jusqu'à ce que l'un & l'autre nous soit devenu très familier. Alors on se les rappelle avec facilité dans l'occasion; la connoissance distincte qu'on en avoit au commencement, se change par là en connoissance intuitive & confuse; & c'est cela qui lui donne la force impulsive. Il en est des connoissances morales comme des regles de l'art. La connoissance distincte de toutes les beautés d'un tableau ne vous met point en état de l'exécuter. Vous savez que pour cela il vous faut du génie & de la pratique. Or, en réduisant à des notions précises ce qu'on entend par génie & pratique habituelle, vous trouverez que cela revient à une connoissance intuitive & familière des regles & de la façon de les exécuter. En répétant fort souvent le même raisonnement, & en pesant fort souvent le même motif, l'un & l'autre deviennent si familiers qu'un seul instant suffit dans l'occasion, pour en avoir une connoissance intuitive. C'est moyennant cela que les connoissances passent de l'entendement à l'imagination, & de là dans cette région de l'ame où sont les forces impulsives. Voilà le moyen d'assurer à la raison son droit de conduire l'homme au bonheur par le chemin de la vertu.

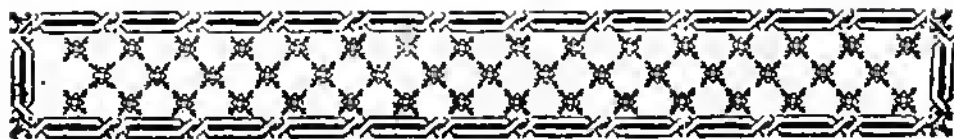


M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*C L A S S E D E B E L L E S -
L E T T R E S.*

* * *





ESSAI

DANS

LEQUEL ON SE PROPOSE DE DÉTERMINER
LE NOMBRE DES HABITANS DE LONDRES ET
DE PARIS.

PAR M. SUSSMILCH.

Traduit de l'Allemand.

La plupart de mes Lecteurs ne sauroient ignorer combien de peine ont pris jusqu'à présent quantité d'Ecrivains pour exagérer le nombre des habitans de Londres & de Paris, sur des suppositions mal fondées, & par un principe d'envie blâmable qui les portoit à rendre ce nombre supérieur à celui des habitans de toutes les autres Villes. Les Savans de France les plus judicieux, Mrs. de la Condamine & de Parcieux, n'ont pas donné à Paris plus de huit cent mille habitans, tandis que les autres ne parlent que par millions. Parmi les Anglois, M. Maréchal, dans son Histoire de Londres, a vanté avec beaucoup trop d'ostentation la grandeur de cette Capitale, l'élevant au dessus de toutes les autres, sans en excepter l'ancienne Rome, qui n'a pourtant jamais eu, & n'aura jamais sa pareille en Europe. Il paroît bien que tous les Auteurs qui tiennent un pareil langage, n'ont pas assez considéré ce que c'est que cent mille hommes, & combien il faut d'arrangemens pour subvenir à tous leurs besoins. Un million est bientôt dit ou écrit; mais un million d'estomachs n'est pas aussitôt rassasié. Tenir une pareille multitude dans l'ordre, veiller à sa sûreté, la préserver des dangereux effets des vices grossiers, surtout dans une



Ville où les privileges de la liberté s'étendent fort loin; c'est ce qui demande assurément autant de sagesse & de prudence que d'activité & d'application. La Police & l'Etat même n'ont pas peu à faire, lorsque le nombre des Citoyens libres devient trop grand dans une Ville. Je suis donc dans l'idée du sage Aristote, qui, dans sa Politique, conseille de ne pas permettre que le nombre des habitans d'une Ville aille au delà de cent mille; & cela uniquement parce qu'un pareil accroissement seroit préjudiciable à ce qu'il appelle *πολιτειαν*: expression, par laquelle j'entens non seulement ce que nous nommons Police, savoir ce qui contribue à la sûreté & au bon ordre d'une Ville; mais encore une bonne administration de toutes les affaires, un Gouvernement salutaire du Corps entier de la République, dans lequel les bonnes moeurs, & une saine façon de penser, tiennent sans contredit les premiers rangs. Telles étoient alors les fonctions des Chefs dans les Villes, & telles devoient-elles être encore, si malheureusement l'air des grandes Villes ne devenoit aisément comme infecté de la plus dangereuse des contagions, c'est celle qui corrompt les moeurs, & attaque les vertus naturelles de toute une Nation, par où elle porte en même tems les atteintes les plus funestes à son bonheur. Je ne m'entendrai pourtant pas davantage ici sur ces considérations; & je m'en tiendrai à rechercher avant toutes choses, sur quels fondemens & d'après quels principes on peut déterminer de la maniere la plus vraisemblable le nombre des habitans, tant dans les villes que dans les Provinces entieres.

Il y en a qui se servent pour cet effet du nombre des Maisons d'une Ville; mais c'est un moyen sur lequel on ne peut gueres compter, puisque le Commerce, les Colleges, les Cours, les Garnisons, les Cloîtres, les Fondations, les Ecoles & les Universités, causent à cet égard des différences trop considérables.

Les Anglois & les François ont voulu prendre le simple espace des deux Capitales de leurs Royaumes pour y fonder la détermination du nombre des habitans; mais l'extreme variété des édifices, de la largeur des rues & de la grandeur des places, jette également ici dans l'in-



l'incertitude. Je vais tirer de Berlin la preuve de tout ce que je viens d'avancer. Cette Ville a présentement un peu plus de six mille maisons; mais, dans les anciennes parties de la Ville, il y a des maisons qui, avec leurs bâtimens sur le derriere, sont si spacieuses, que trente familles, ou même plus, peuvent y loger; au lieu que dans les faux-bourgs qui, ayant été bâris depuis une centaine d'années, sont à présent partie de la Ville, toutes les rues sont non seulement fort larges, mais il s'y trouve de vastes Palais, & derriere les grandes maisons des jardins fort étendus. Au contraire les maisons sont pour la plupart étroites, & cependant fort cheres, à Amsterdam. L'enceinte de cette Ville n'é-gale pas celle de Berlin; cependant elle contient plus de vint mille maisons, & par conséquent au delà de trois fois autant qu'il n'y en a dans Berlin. Avec tout cela Amsterdam n'a gueres plus de deux cent mille habitans; & ceux de Berlin vont présentement à cent trente mille.

Il ne faut pas non plus faire attention à des tems différens, lorsqu'on veut comparer des Villes entr'elles. L'état du Commerce & des Fabriques peut aisément causer un accroissement ou un décroissement rapide dans le nombre des habitans, comme je le ferai voir plus bas par rapport à Londres.

La voye la plus sûre pour parvenir à fixer le nombre des habitans d'une Ville consiste donc, à mon avis, dans les listes des mariages, des naissances & des morts. Surtout je donne ici la préférence aux listes des morts, pourvu qu'on puisse les rassembler au point d'en tirer un nombre moyen, suffisamment fondé sur les rapports exacts de quelques années. L'ordre incomparable qui regne dans la mortalité des hommes, m'a fourni la matiere de détails & de démonstrations que l'on trouve ailleurs, & qui prouvent que, parmi les gens de la campagne, de 42 il en meurt annuellement un, ou à peu près $2\frac{1}{2}$ de cent; ou lieu que, dans les Villes grandes & peuplées, il en meurt un sur 24 ou 25, ou 4 de cent; dans de plus petites Villes, on trouve un de 30 à 32, & dans les Bourgs & Villages en général un de 36, qui payent annuellement le tribut à la Nature.



Si l'on ne peut pas avoir un bon nombre moyen & exact des morts dans une grande Ville, il faut se servir du nombre des baptisés, dont j'ai aussi prouvé ailleurs, qu'il y a dans les grandes villes 30 vivans contre un enfant baptisé: dans les petites villes & dans les villages, où le vice ne trouble pas trop l'ordre de la nature, on ne peut compter que 22 jusqu'à 24 personnes vivantes contre un enfant né. Les naissances n'y sont pas empêchées autant que dans les villes.

Dans un cas de nécessité, le nombre des mariages d'une grande Ville peut aussi être employé, quoiqu'on s'aperçoive aisément que la vie luxurieuse qui y regne, trouble beaucoup plus l'ordre de la nature qu'à la campagne. Communément, sur 100 ou 110 vivans il se fait un mariage; mais dans les grandes villes il en faut 130 & davantage. Les fortes dépenses causées surtout par des écarts licentieux, qui, à la honte du Christianisme, au détriment de l'État, & à la ruine de la vertu, sont tolérés sans même qu'on daigne y opposer des répréhensions; ces dépenses dis-je, empêchent plusieurs mariages, & par conséquent plusieurs naissances. Que je souhaiterois qu'on pût tirer de Londres & de Paris les mêmes objets de comparaison sur ces matieres! Mais Londres ne nous fournit que les listes des sépultures, & Paris celles des baptêmes.

Les listes des morts sont dressées à Londres avec une très grande exactitude; & l'on y indique même l'âge des morts & les maladies qui leur ont coûté la vie. Cette méthode a pris naissance dans les anciennes pestes dont Londres a été souvent visitée. M. Maitland, dans son Histoire de Londres, remarque, qu'outre les morts notés dans les Régistres publics, il y en avoit encore bien trois mille qui appartenoient à des Chapelles particulieres, dans les Cimetieres desquels ils étoient enterrés. Mais, comme cet Auteur s'est rendu suspect par son penchant excessif à grossir tout ce qui concerne la Ville de Londres, on ne sauroit faire fonds sur l'assertion que je viens d'indiquer, Quant aux listes des baptêmes qu'on publie tous les ans à Londres en même tems que celles des morts, on ne peut en faire aucun usage, puis-



puis qu'elles ne comprennent que ceux qui ont été baptisés dans les Eglises Episcopales. Ainsi il vaudroit presque mieux les supprimer, de même que celle des mariages, si ce n'est qu'elles ont l'avantage de confirmer de plus en plus le bel ordre qui regne dans les naissances, & la constante proportion entre les garçons & les filles, qui est un véritable sujet d'admiration, dont Arbutnot, Moivre, Nieuventyt, Derham & d'autres, ont déduit des preuves solides du gouvernement de la Providence.

A Paris, la Police publie annuellement quatre feuilles d'impression intitulées, *Etat des Baptêmes, des Mariages & des Mortuaires de la Ville & fauxbourgs de Paris*, où l'on trouve des Listes fort exactes de tous ceux qui sont mariés, baptisés & enterrés, suivant l'ordre des mois, & relativement aux différentes Paroisses. Malgré cette exactitude, on ne sauroit faire usage de la liste des morts; & je suis obligé d'en déclarer ici l'insuffisance, fondée sur ce qu'on met un grand nombre d'enfans en nourrice, hors de Paris, dans des Villages situés à quelques milles de distance, où ils meurent & sont enterrés. Il est connu que dans cette Capitale regne la coutume barbare, que la plupart des parens d'une condition moyenne, aussitôt que leurs enfans sont baptisés, les livrent pour être allaités à des païsannes entre les mains desquelles ils les laissent souvent pendant quelques années. Parmi nous autres Allemands qui adoptons si volontiers les modes & les mœurs étrangères, ce bannissement des enfans n'est, par la grace de Dieu, pas encore introduit, quoique le pernicieux usage des nourrices aille de plus en plus en se renforçant; usage contre lequel M. de Parcieux s'élève aussi avec beaucoup de force & de raison. Or, à présent qu'il est démontré que la plus grande partie des Créatures humaines meurent dans la première enfance, & que de 1000 qui naissent, 3 à 400 n'atteignent pas leur cinquième année; il est aisé de juger que les enfans de Paris sont assujettis à la même loi, & que leur cas est encore plus défavorable, puisque les païsannes pour l'ordinaire nourrissent deux enfans à la fois, le leur & celui qu'on leur a confié. De cette sorte manquent dans les Listes mortuaires de Paris tous les en-



fans qui décèdent à la campagne; & par conséquent ces Listes des morts sont défectueuses & inutiles. Cela ne permet pas de les comparer avec celles des Villes où cette coutume inhumaine n'a pas lieu, quand même on voudroit se borner à la supposition que la moitié des enfans est dans le cas de ce bannissement, les pauvres ne pouvant pas en faire les fraix, & les riches, outre qu'ils n'ont gueres d'enfans, ayant des maisons spacieuses où ils peuvent les garder, & dequoi subvenir à l'entretien des Nourrices.

Au contraire je n'ai aucune raison de me défier des Régistres des Baptemes à Paris; ils paroissent aussi exacts & aussi complets qu'ils peuvent l'être, vu la pratique établie parmi les Catholiques, & qui est louable, de ne mettre qu'un court intervalle entre la naissance & le Baptême. Il n'existe non plus dans cette Ville aucune des Sectes qui se trouvent en Angleterre, chez lesquelles l'administration du Baptême est renvoyée fort tard. Le Dauphin, seul de toute la Nation, fait ici une exception, n'étant pour l'ordinaire baptisé que quelques années après sa naissance.

Les Listes des Mariages de Paris ne paroissent non plus avoir rien de suspect. Si, conformément aux remarques qui viennent d'être faites, on réunit les listes des morts de Londres avec celles des naissances de Paris, on n'aura pas de peine à en déduire assez exactement le nombre des habitans de ces deux Villes, tel qu'il avoit été jusqu'au commencement de la dernière Guerre.

*Détermination des habitans de Londres par les morts annuelles tirées
des Observations de M. Corbyn Morris.*

Nombre moyen de dix ans des morts à Londres		lequel multiplié par 25 donne le nombre des habitans	
de 1691 à 1700	== 20770	- - -	519250
1701 — 1710	== 21461	- - -	536525
1711 — 1720	== 23909	- - -	597725
1721 — 1730	== 27492	- - -	687300
1731 — 1740	== 26492	- - -	662200
1741 — 1750	== 25352	- - -	633800

Cela



Cela fait voir que Londres contient environ six cent mille habitans. Dans les années écoulées depuis 1721 jusqu'à 1730, & aussi jusqu'à 1740, le nombre des morts a été le plus grand, & néanmoins celui des vivans n'alloit pas à 700000. Ainsi ce dernier nombre paroît être le plus grand qu'on puisse attribuer à cette Ville dans son état le plus florissant. Pendant & depuis la dernière Guerre le nombre des morts annuelles a constamment diminué, & par là même celui des habitans; ce qu'on peut regarder comme un véritable bonheur pour cette Ville. Cinq ou six cent mille personnes rassemblées dans un petit espace sont & demeureront à tous égards un fardeau redoutable, surtout vu le progrès des abus, & en particulier relativement à la grande multitude d'ouvriers qui se trouvent dans Londres.

Détermination des habitans de Paris d'après les listes des Baptemes.

Années	Nombre moyen des baptemes	Nombre moyen des morts.	Nombre moyen des mariages.	Nombre moyen des en- fans trouvés.
de 1670 à 1672	== 17923 ==	18814	== 3826 ==	- - -
1726 — 1730	== 18448 ==	18479	== 3966 ==	2301
1731 — 1736	== 18813 ==	17674	== 4047 ==	2556
1745 & 1746	== 20234 ==	17686	== 4145 ==	3258
1748 — 1751	== 18855 ==	18223	== 4474 ==	3693
1753 — 1758	== 18003 ==	20449	== 4622 ==	4427

Nombre moyen de 28 ans, fourni par M. Du Pré de S. Maur,
dans Struyck.

$$19021 = 18665 = 4143 = - - -$$

Voyez mon *Traité sur l'Ordre de la Providence*, Tom. I. Tab. 6. J'ai du regret de n'avoir pu me procurer une suite non interrompue de listes de Paris depuis 1670, ou du moins depuis 1700, comme j'en ai de Londres.

Ce qu'on vient de rapporter prouve, que le nombre moyen des baptemes à Paris ne peut pas être évalué au delà de 19000, qui
Nnn 2
étant



étant multiplié par 30 ou 31 donnera pour le nombre des habitans 589000, ou en nombre rond 600000.

Je ne saurois répéter ici ce que j'ai dit dans mon Ouvrage, Tom. I. Chap. VI. §. 216. & suiv. où j'ai démontré par la voye des expériences le rapport entre les baptemes & les vivans. Rome a donné là dessus l'exemple & la preuve de la maniere la plus satisfaisante, puisqu'elle fournit, avec les listes des naissances & des morts, le dénombrement actuel & annuel de tous les habitans, suivant lequel il n'y a jamais plus de 30 ou 31 vivans pour un enfant qui naît, malgré la multitude d'Ecclesiastiques, d'Etudiens, de Domestiques, & de gens attachés à la Cour, qui se trouvent dans cette Ville. Tous les autres exemples dont j'ai fait usage, ont donné moins de 30 vivans contre une naissance; & dans plusieurs villages cela ne va que de 22 à 24. M. Du Pré de S. Maur lui-même n'en a pas trouvé plus de 22 dans les villages situés aux environs de Paris.

Que si l'on vouloit présentement affirmer qu'il y dans Paris plus de 31 vivans contre un nouveau né, cela ne serviroit qu'à montrer d'autant mieux à quel point la fécondité y manque, & cela tourneroit à son deshonneur. En effet, là où 22 à 24 vivans donnent une naissance, il y a moins de stérilité, & les mariages avec tout ce qui peut y contribuer sont sur un meilleur pied, que là où il faut 30 vivans & davantage pour une naissance. Si cependant l'on persistoit dans l'assertion susdite, en se fondant sur la multitude d'Ecclesiastiques, d'Ecoliers Pensionnaires, d'Etrangers, de soldats, de domestiques, de gens suivans la Cour, &c. d'où l'on veut deduire un nombre supérieur à 30, à la bonne heure, qu'on aille jusqu'à 35, & même à 40, & qu'on multiplie par là la somme des baptemes, cela ne fera tout au plus que 700000, & l'on demeurera bien éloigné du million, qu'on a voulu jusqu'ici faire regarder comme le nombre des habitans de cette Ville. Mais je ne saurois même convenir de ces dernieres suppositions,

&



& je compte toujours sur la justesse du premier calcul, suivant lequel Paris ne sauroit avoir plus de 600000 habitans. Or, comme on a fait voir ci-dessus que, vers l'an 1750, Londres n'en possédoit pas davantage, il en résulte que dans ce tems-là ces deux Villes étoient également peuplées.

Cette égalité n'a pourtant pas été durable. Il y a cent ans, Paris l'emportoit sur Londres par le nombre de ses habitans; & ce n'est que depuis l'an 1660 où Cromwel dressa cet *Acte de navigation*, si avantageux aux Anglois,¹ que cette dernière Ville a pris les accroissemens les plus rapides, dont elle est redevable au Commerce. Je vais mettre sous les yeux du Lecteur les preuves de ce progrès remarquable, fondées sur les nombres moyens des morts de Londres, tels que Morris les fournit.

Années	Morts	Habitans
de 1600 à 1610 ==	6130 - - -	153, 250
1611 — 1620 ==	8084 - - -	202, 100
1621 — 1630 ==	10052 - - -	251, 300
1631 — 1640 ==	10353 - - -	_____
1641 — 1650 ==	10444 - - -	_____
1651 — 1660 ==	12886 - - -	322, 150
1661 — 1670 ==	18211 - - -	455, 275
1671 — 1680 ==	19114 - - -	_____
1681 — 1690 ==	22363 - - -	559, 075
1691 — 1700 ==	20770 - - -	_____

Les autres se trouvent ci-dessus.

On voit par là combien Londres étoit petit il y a 150 ans en comparaison de sa grandeur actuelle, puisque le nombre annuel des morts n'y alloit gueres au delà de 6000. Depuis 1600, ce nombre & avec lui la population ont quadruplé. Dès ce tems là c'étoit bien une Ville considérable, un peu moins peuplée que ne l'est Amsterdam aujourd'hui, mais plus que Petersbourg,



Berlin, Hambourg, & d'autres de ce rang. Ce qui est bien digne de remarque dans la Table précédente, c'est le saut par lequel le nombre moyen des morts depuis 1650 jusqu'à 1670 va de 10444 à 18211; & ensuite dans le cours des années 1680 — 1691 il monte jusqu'à 22363; accroissement dont on n'a peut être point d'autre exemple dans un semblable espace de 30 à 40 ans. Cette rapidité doit avoir eu quelque cause particulière; & l'on ne peut gueres la chercher que dans les avantages que le Commerce & la Navigation retirèrent de cet *Acte* de Cromwel dont nous avons déjà parlé: & les Colonies de l'Amérique y ont incontestablement beaucoup contribué. Les nombres moyens des morts qui ont été rapportés, font aussi voir que Londres n'a jamais été plus peuplé que vers l'an 1730, ayant toujours été en décroissant depuis ce tems-là; de sorte que le nombre annuel des morts ne va présentement que de 20 à 22000; ce qui vient en partie de la Guerre, en partie de la cherté des denrées nécessaires à la vie & des logemens, qui a obligé plusieurs fabriquans à se retirer dans de petites Villes, & dans des Bourgs & villages du voisinage, où l'on vit à meilleur marché, comme M Morris l'a fait voir en détail dans son Ouvrage. C'est toujours beaucoup que de posséder une Ville où il y a plus d'un demi-million d'habitans; & peut-être qu'au lieu d'en tirer vanité, la prudence devoit souhaiter que ce nombre diminuât, & y travailler, en dispersant encore quantité de fabriquans dans d'autres petites villes: ce qui tourneroit en même tems à l'utilité & à la conservation des fabriques.

Après avoir ainsi établi l'égalité de ces deux Soeurs rivales & jalouses l'une de l'autre, on peut comparer Paris à un étang d'eau dormante, où il n'est point arrivé depuis 1670 de changement sensible. Londres au contraire est une mer qui a son flux & son reflux; on l'a vu monter & descendre. L'expérience nous apprendra, si elle remontera encore depuis l'acquisition du Canada, de la Floride, & d'autres Provinces. Cela est possible, à moins



moins que la sagesse du Gouvernement ne procure des débouchés à cet engorgement en cherchant les moyens d'accroître la population des autres Villes aux dépens de celle de Londres.

Le nombre moyen des mariages à Paris monte environ à 4500. Si donc cette Ville contient 600000 habitans, il y aura un mariage à peu près sur 135 personnes, ce qui est une preuve que l'union conjugale y souffre des difficultés considérables, qui vont toujours au détriment de l'Etat. Je remarque aussi en finissant que l'augmentation du nombre des enfans trouvés à Paris est une chose tout à fait digne d'attention. Dans un espace de moins de 40 ans, ce nombre s'est accru de 2300 à 4400, c'est à dire, qu'il a presque doublé. N'est-ce pas là un bien mauvais signe? Peut-on après cela conseiller l'érection des Maisons pour les enfans trouvés? L'Etat ne feroit-il pas mieux d'employer à des usages plus convenables les sommes qu'il destine à l'entretien de ces enfans? Convient-il de donner des encouragemens & des facilités au libertinage?





E L O G E

D E

MONSIEUR DE MAUPERTUIS *).

Toute la vie humaine se passe à désirer ou à craindre : & ses principales époques sont ces jours, où l'on voit enfin arriver ce que l'on desiroit, ou ce que l'on craignoit le plus. L'Académie se trouve aujourd'hui dans le dernier cas : ce moment où je dois l'entretenir de l'illustre Chef qu'elle a perdu, est un des plus tristes pour elle : j'en juge, & je crois être en droit d'en juger par moi-même. Faut-il, qu'après avoir vu pendant treize ans à notre tête l'homme le plus digne de nous présider, après lui avoir entendu prononcer si souvent dans ces jours solennels des discours que nous admirions, il ne nous reste plus aujourd'hui que le souvenir de ses qualités éminentes, si propres à former un bel éloge, si leur supériorité même n'y mettoit un obstacle ? Qu'on ne s'attende donc ici qu'à une ébauche. Je m'estimerai même trop heureux, si elle présente les principaux traits d'un tableau, qu'une main plus habile exécutera sans doute avec plus de succès. Pour louer M. de Maupertuis d'une manière digne de lui, il faudroit égaler ce qu'il a fait pour d'autres, & surtout pour son incomparable ami, M. de Montesquieu. Cet éloge a été le chant du cygne à notre égard : c'est le dernier que notre Président ait lu dans nos Assemblées publiques : comme s'il eût voulu donner la leçon la plus frappante à quiconque mettroit la main au sien. La place que j'occupe, m'impose le devoir de parler de M. de Maupertuis ; mais elle ne m'en

*) Lu dans l'Assemblée publique du 14 Janvier 1760. Il fut imprimé aussitôt après à Berlin, & réimprimé ensuite à Paris, avec quelques additions & corrections de M^{rs}. de la Condamine & Trubler. C'est cette dernière Edition qu'on suit ici.



m'en donne pas la capacité. Si les expressions du cœur suffisoient, j'ose dire que personne de ceux qui m'écoutent ne me refuseroit son approbation; & je m'assûre que *M. de Maupertuis* lui-même seroit content, si ma voix pouvoit arriver jusqu'à lui. Dans la premiere assemblée particuliere qui a suivi la nouvelle de sa mort, je me suis livré aux mouvemens de mon cœur; & il m'a semblé, Messieurs, que j'exprimois fidelement ceux des vôtres. Aujourd'hui l'on attend peut-être de moi quelque chose de plus; mais encore trop vivement affecté du sentiment qui me pénéroit alors, je crains de ne pouvoir remplir l'attente de cette Assemblée.

PIERRE-LOUIS MOREAU DE MAUPERTUIS naquit à *Saint Malo*, le 28 Septembre 1698, de *René Moreau*, Ecuyer, Seigneur de *Maupertuis*, Député de la même ville au Conseil de Commerce pendant 40 ans, & de *Jeanne-Eugenie Baudran*. *M. de Maupertuis* se faisoit honneur d'être né dans cette ville *), & ce n'étoit pas sans raison. Les citoyens de *Saint Malo* se sont distingués depuis long-tems par un caractère de générosité & d'intrépidité, dont jamais Malouin ne porta plus vivement l'empreinte que notre président. *Saint Malo* est une espece de république d'Argonautes; mais les compatriotes de *M. de Maupertuis* s'occupent à chercher la raison d'or dans le sens littéral. Ils rapportent dans leur patrie des richesses, qu'ils ont souvent consacrées de la maniere la plus glorieuse à la défense & au salut de cette même patrie. *M. de Maupertuis* a été le Jason d'une autre classe d'Argonautes. Les trésors qu'il a été chercher aux extrémités du monde, sont les plus précieux de tous ceux qui enrichissent l'esprit; & il en a fait part, non à sa seule patrie, mais à tout le genre humain. Je ne fais qu'exprimer foiblement les sublimes idées,

*) Voyez la dédicace à *M. du Velaer*, qui se trouve à la tête de l'édition de ses œuvres in quarto, faite à *Dresde* en 1752. Elle se trouve aussi à la tête du premier tome de l'édition en 4 volumes in 8. faite à *Lyon* en 1756. Les trois autres tomes sont dédiés à *M. du Roure*, à *M. l'Abbé Trublet*, l'un & l'autre ses compatriotes, & à *M. de la Condamine*.



idées, que le plus célèbre de nos poètes *) a embellies de tous les charmes de la poésie. Qu'il me soit permis d'en orner à mon tour cet Eloge.

Que font tes vrais enfans? **) vainqueurs de la Nature,
Ils arrachent son voile; & ces rares esprits
Fixent la pesanteur, la masse, & la figure
De l'univers surpris.

Les enfers sont émus au bruit de leur voyage:
Je vois paroître au jour les ombres des héros,
De ces Grecs renommés qu'adinira le rivage
De l'antique Colchos.

Argonautes fameux, demi-dieux de la Grece,
Castor, Pollux, Orphée, & vous heureux Jason,
Vous de qui la valeur & l'amour & l'adresse
Ont conquis la toison;

En voyant les travaux & l'art de nos grands hommes,
Que vous êtes honteux de vos travaux passés!
Votre siècle est vaincu par le siècle où nous sommes.
Venez, & rougissez.

Si *M. de Maupertuis* a ressemblé à ses concitoyens, la ressemblance qu'il avoit avec les auteurs de ses jours, a été encore plus marquée. Son pere étoit homme d'esprit & d'un caractère très-vif. Sa mere, femme d'un rare mérite, joignoit aux vertus de son sexe des qualités, dont le fonds est assez ordinaire au même sexe; mais qui ne se trouvent à ce point que dans un petit nombre de sujets distingués; une imagination riche & heureuse, & une éloquence naturelle. A peine leur fils fut-il bégayer, qu'on remarqua en lui le germe de toutes ces heureuses dispositions, accompagné du plus grand degré de vivacité: aussi fit-il des progrès si rapides, qu'ils surpassèrent toujours en lui les années.

Quand

*) *M. de Voltaire.*

**) Les enfans de la vérité. L'Ode commence par ce vers:

O vérité sublime! ô céleste *Uranie!*

M. de Maupertuis, qui étoit nommé dans les premières Editions de cette Ode, ne l'est plus dans la dernière.



Quand on voit l'amour aveugle, que tant de parens portent à des enfans qui ne sont aimables qu'à des yeux paternels, il ne faut pas être surpris que cette affection soit excessive, lorsqu'elle a pour fondement tout ce qui peut l'exciter. Reconnoissons pourtant, puisque *M. de Maupertuis* lui-même l'a reconnu, que cet excès, quoique pardonnable, a ses inconvéniens. Madame *Moreau* idolâtroit son fils, plutôt qu'elle ne l'aimoit. Elle ne pouvoit rien lui refuser. De là ce caractère entier, cette roideur inflexible, qui auroient peut-être entièrement altéré l'heureux naturel du jeune élève, si la raison ne fût venue dans la suite au secours: encore ne put-elle jamais entièrement effacer ces premières traces; & *M. de Maupertuis*, en me contant des traits tout-à-fait singuliers de la complaisance maternelle, m'a avoué que cela lui avoit rendu toute contradiction tellement insupportable, que bien avancé dans sa carrière, ce n'étoit qu'après avoir réprimé les premiers mouvemens, qu'il pouvoit souffrir que ses idées fussent contrariées, ou ses goûts traversés. C'est ainsi que *Sorrate* n'avoit acquis ses vertus qu'à force de combats, & en domptant les penchans vicioux, avec lesquels il avouoit qu'il étoit né.

L'éducation de *M. de Maupertuis* fut domestique. Sa mere ne pouvoit se résoudre à le perdre de vue. Mais, éclairée comme elle l'étoit, elle fit choix d'un excellent précepteur, qui fut parfaitement s'acquitter d'une fonction très difficile; c'étoit d'instruire son élève, non en le pliant aux devoirs qu'il lui imposoit, jamais il n'en seroit venu à bout; mais en se pliant lui-même à son génie, & en lui montrant avec dextérité une route, où le jeune homme s'élançoit, parce qu'il se sentoit libre, au lieu que la moindre gêne l'auroit empêché d'y faire un seul pas. *M. de Maupertuis* sentit de bonne heure tout ce qu'il devoit à un tel guide. Sa reconnoissance ne s'est jamais démentie; & deux mois avant de mourir, il l'a témoignée à sa famille par un don considérable.

Le pere, à qui ce fils n'étoit pas moins cher qu'à sa mere, mais dont l'amour étoit plus mâle, l'arracha enfin de ce tendre sein



où il avoit été jusqu'alors retenu. Sur la fin de 1714 il vint de *Paris* chercher son fils à *Saint Malo*, le conduisit dans la capitale, & le mit entre les mains de *M. le Blond*, célèbre Professeur de philosophie au college de la *Marche*.

L'écueil dont nous avons parlé, la contrainte, rebuta d'abord son écolier, & pensa le décourager. Il falloit un puissant attrait pour le ramener. Heureusement la philosophie le lui offrit. La grammaire & la rhétorique l'avoient agréablement occupé : la philosophie le frappa, le séduisit, l'entraîna. C'est ce qui arrive à tous ceux que la nature a formés pour exceller dans quelque genre. Il vient un moment qui leur montre tout à-la-fois ce qu'ils sont, & ce qu'ils peuvent devenir : & ce moment décide du reste de leur vie. *M. de Maupertuis* sentit qu'il avoit trouvé son élément ; mais ardent comme il l'étoit, à peine fut-il qu'il existoit une philosophie, qu'il auroit voulu l'avoir épuisée. Quelle ne fut donc pas sa surprise, lorsqu'un examen plus attentif de cette Science lui apprit qu'elle étoit immense ! Il y a plus. Il auroit voulu & tout savoir, & être assuré de tout. Il avoit raison, puisqu'on ne sait effectivement que ce dont on est assuré. Aussi ne fut-il pas moins mortifié, quand, après avoir vu qu'il y avoit tant de choses à apprendre, il vit qu'il y en avoit si peu qu'on pût se flatter d'avoir véritablement apprises. Dès ce moment la certitude devint son grand objet. Il ne l'a jamais perdu de vue ; & il chercha sans relâche tous les moyens par lesquels on peut se promettre d'y arriver.

De tous ces moyens le plus efficace sans contredire est l'étude de la géométrie. Cette science peut être comparée à un terrain solide, où l'on marche avec la plus grande sûreté ; au lieu que les autres ressemblent à ces contrées remplies de cavités souterraines, qui s'entr'ouvrent quelquefois & engloutissent le voyageur. Pour parler sans figure, la géométrie tire également des objets qu'elle traite, & de la manière dont elle les traite, une certitude inébranlable. Tout ce qu'on peut faire dans les autres recherches de l'esprit humain, c'est
c'appro-



d'approcher de cette certitude, en les soumettant à la méthode des géomètres, autant que leurs objets en sont susceptibles. Il faut avouer cependant que cela ne change pas la nature des choses: de sorte que l'évidence géométrique n'est, rigoureusement parlant, & ne peut être le partage que de la géométrie. C'est même une idée ridicule, & tout-à-fait puérile, que de s'imaginer qu'on répand de la lumière sur une doctrine quelconque, en la traitant géométriquement. La marche géométrique n'est applicable, dans les sujets mixtes, qu'aux sciences dans lesquelles il s'agit de distinguer des quantités, & d'en assigner les rapports, telles que l'astronomie, la mécanique, &c. C'est aussi de ce côté-là que *M. de Maupertuis* tourna dans la suite ses vues; & il étoit dans ce genre aussi loin qu'on peut aller. Il reçut les premières leçons de géométrie de *M. Guisnée*, de l'académie des sciences; mais il laissa bientôt derrière lui ce maître, & de plus grands maîtres encore. Il acquit en même tems d'autres talens, & cultiva particulièrement celui de la musique instrumentale.

Cependant *M. de Maupertuis* étoit alors bien éloigné de penser à se destiner aux sciences, comme à un état. Déjà même il avoit embrassé le parti des armes; & dans cette vue il apprenoit à monter à cheval, & tous les autres exercices du corps. Comme la trempe du sien étoit pour le moins égale à celle de son ame, il y réussit fort bien.

En 1718 *M. de Maupertuis* entra dans les mousquetaires gris; mais il y porta l'amour de l'étude, & sur-tout le goût de la géométrie, qui, en lui offrant de plus en plus cette certitude qu'il avoit tant désirée, le remplissoit encore de l'espérance d'arriver à la certitude philosophique, au fonds la seule estimable, puisque la géométrie n'est qu'un instrument, & que ceux qui sont géomètres, sans être philosophes, rentrent dans la classe, je ne dirai pas des artistes, tout artiste est, ou doit être philosophe,) mais des artisans, des manoeuvres.

M. Moreau, qui connoissoit l'utilité de la géométrie, approuvoit ce goût dans son fils; mais ne prévoyant pas jusqu'où ses succès le conduiroient, il s'occupoit principalement du soin de l'avancer dans



le service militaire. Il lui acheta donc au printems de 1720 une compagnie de cavalerie dans le régiment de *la Rocheguyon*; & le nouveau capitaine en alla prendre possession à *Lille* en Flandres, où ce régiment étoit en quartier. Il y passa près de deux étés; car il revenoit les hyvers à *Paris*, ou à *Saint Malo*: & il nous paroît superflu de dire qu'il employa son tems, comme il l'avoit toujours fait, à l'étude, & aux mêmes études. On ne sauroit devenir ce qu'il est devenu qu'en s'occupant long-tems, fortement, & des mêmes objets. Le relâchement, ou l'inconstance, ne firent jamais de grands hommes.

De retour à *Paris* vers la fin de 1721, il s'y trouva en état d'entrer dans un monde nouveau pour lui, de fréquenter des hommes qu'on ne recherche gueres à l'âge où il étoit, à moins que de leur ressembler, & d'entrer dans des sociétés, où non-seulement il y avoit à gagner pour lui; mais où il mettoit déjà beaucoup du sien. Il se répandit parmi les gens de lettres, les savans & les philosophes; & comme il avoit toutes les sortes d'esprit qui peuvent rendre un commerce aimable, le sien fut recherché avec empressement. Ceux à qui il vouloit simplement plaire, ne pouvoient se persuader qu'il eût déjà tant de connoissances; & ceux à qui il les laissoit appercevoir, s'étonnoient de les voir associées aux agrémens les plus enchanteurs, à ce qu'on appelle la fleur de l'esprit.

M. *Freret*, de l'académie des belles lettres, qui joignoit beaucoup de philosophie à la plus grande érudition, fut un des premiers qui s'aperçut de toute l'étendue du mérite, & de toute la force des talens du jeune officier. Les termes dont il se servit pour exprimer le jugement qu'il en portoit, méritent d'être conservés. Il dit *qu'il n'y avoit que la Géométrie qui pût repaître cette ame active & dévorante*: aussi lui conseilla-t-il de s'y livrer entierement, & pour cet effet de renoncer à tout ce qui pourroit l'en distraire. Malgré l'attrait qu'elle avoit pour M. de *Maupertuis*, il ne se rendit pas sans résistance. Il aimoit la profession qu'il avoit embrassée. Elle s'accordoit avec son activité, & c'est une des principales routes qui mènent à la gloire,
pour



pour laquelle il n'étoit pas indifférent. Mais la longue paix dont on jouissoit alors, rendant cette perspective moins brillante, les sollicitations des principaux géomètres de l'académie des sciences, Mrs. *Vaughan*, *Saurin*, *Nicole*, *Terrasson*, &c. qui étoient devenus ses meilleurs amis, le déterminèrent enfin à quitter le service du roi dans ses troupes, pour l'embrasser dans son académie. On fait que des officiers d'un grade supérieur au sien en ont fait autant, & n'ont été rebutés, ni par les degrés ou classes inférieures d'académiciens par lesquelles il faut passer, ni par une attente assez longue qui précède souvent l'admission dans cette compagnie.

Cette attente fut fort courte pour M. de *Maupertuis*, puisqu'il n'avoit gueres que vingt-cinq ans, lorsque les portes de ce sanctuaire des sciences lui furent ouvertes. Il fut reçu à l'académie le 11 de Décembre 1723, & y lut son premier mémoire sur la forme des instrumens de musique dans l'assemblée publique du 15 de Novembre 1724.

La physique n'étoit pas moins du goût de M. de *Maupertuis* que la géométrie. Elle avoit même fait sa premiere inclination. Dès sa tendre jeunesse, il s'étoit amusé à disséquer des animaux, de l'espece de ceux qui passent pour venimeux. Il se plut dans la suite à faire des observations, & il avoit toute la sagacité nécessaire pour en faire de bonnes. Peut-être à la vérité n'auroit-il pas eu la patience d'un *Réaumur* : mais on ne peut que se former une idée très-avantageuse de sa capacité dans ce genre par deux mémoires, l'un sur une espece de salamandre, l'autre sur les scorpions, qui se trouvent dans les années 1727 & 1731 des mémoires de l'académie. Il a eu depuis d'autres vues sur les animaux, & d'autres liaisons avec eux, si j'ose ainsi m'exprimer. Nous y reviendrons en parlant de ses dernières années.

Une des choses qui font le plus d'honneur à M. de *Maupertuis*, c'est ce desir insatiable de s'instruire qui a duré autant que sa vie. Il n'arrive que trop souvent que les premieres succès, & sur-tout des succès



succès aussi flatteurs que les siens, ralentissent ce desir. On croit tout savoir, ou du moins en savoir assez, dès qu'on a obtenu quelques applaudissemens : on s'imagine être au bout de la carrière, quoiqu'on ne fasse qu'y entrer, dès que cette entrée a été jonchée de quelques fleurs. *M. de Maupertuis* n'a jamais pensé ainsi. Il sentoit ses forces : il parloit de ce qu'il savoit avec une noble confiance ; mais il ne se méconnoissoit point lui-même, & cherchoit l'instruction partout où il croyoit pouvoir la trouver. Ainsi, non seulement avant que d'être académicien ; mais encore depuis, il chercha des maîtres, & reçut des leçons. *M. Nicole*, son confrere à *Paris*, lui en donna, & le disciple devenu président d'une académie y aggrégea depuis son maître. Ils ont toujours été unis de la plus tendre amitié, & sont morts à peu de distance l'un de l'autre.

Si la coutume des anciens Philosophes, qui faisoient de longs voyages pour être initiés aux doctrines secrètes de leur tems, eût encore subsisté, personne ne s'y seroit conformé avec plus d'empressement que *M. de Maupertuis*. Il tourna d'abord ses regards & ses pas vers l'Angleterre. La patrie de *Newton* ne pouvoit être un objet indifférent pour un philosophe à qui le Newtonianisme devoit avoir de si grandes obligations. *M. de Maupertuis* séjourna quelques mois à *Londres*, continuant à s'instruire de tout ce qui pouvoit perfectionner ses connoissances ; car chacun de ses pas étoit marqué par quelque progrès. La société royale s'empressa de l'acquérir. A ses connoissances philosophiques il joignoit un mérite bien propre à la prévenir en sa faveur. Elle voyoit en lui un François aussi zélé pour la doctrine de *Newton* qu'un Anglois même.

Ce premier voyage ne fit qu'allumer de plus en plus dans *M. de Maupertuis* le delir de s'instruire. Heureusement il y avoit alors, aux portes mêmes de la France, le Savant le plus propre à le satisfaire. *Bâle* possédoit un oracle qui valoit mieux que tous ceux de l'antiquité. La nouvelle géométrie, qu'on désigne ordinairement par les épithetes de haute & de sublime, avoit pris tout à la fois naissance
vers



vers la fin du siècle passé en Angleterre & en Allemagne. Deux philosophes immortels, *Newton* & *Leibnitz* se disputoient, ou plutôt partageoient la gloire de l'invention. On ne peut rien ajouter à ce que *M. de Fontenelle* a dit sur la validité de ces prétentions, en faisant leurs éloges. Mais ce que j'ai à dire ici, c'est que cette gloire peut encore souffrir un autre partage, & que s'il étoit permis d'employer le mot de *Co-Inventeurs*, il devoit être donné à une famille illustre de *Bâle*, qui a tenu, & tient encore, le rang le plus distingué dans les sciences, & qui s'est élevée le plus haut dans leurs sublimes régions. A ces traits personne ne méconnoîtra Messieurs *Bernoulli*. Les deux illustres freres *Jacques* & *Jean*, intimes amis & confidens de *M. de Leibnitz*, s'étoient nonseulement approprié toutes les découvertes géométriques de ce grand homme; mais ils les avoient considérablement étendues & accrues, & s'étoient acquis la pleine propriété de plusieurs doctrines importantes qui les ont immortalisés. *Jacques* étoit mort: il ne restoit que *Jean*, seul dépositaire de ces trésors, dont ses dignes fils ont si bien hérité. *M. de Maupertuis* voulut partager cet héritage. Il se rendit à *Bâle*. Il devint le fils de *M. Bernoulli* le pere, & le frere de *Mrs. Bernoulli* d'aujourd'hui, dans tous les sens qu'on peut attacher à ce terme. Il orna son esprit de toutes les lumieres qui font la gloire de cette maison, la mieux titrée qu'il y ait dans la république des lettres; & il remplit son coeur de sentimens qui ont accompagné son dernier soupir.

Possesseur de richesses si précieuses & de titres si bien mérités, *M. de Maupertuis* revint à *Paris* remplir ses devoirs d'académicien, jouir de toute la considération qui lui étoit due, & l'accroître de jour en jour par de nouvelles preuves de ses talens. Il n'y a qu'à parcourir les mémoires de l'académie de *Paris* depuis l'année 1724 jusqu'à l'année 1736, pour y voir que *M. de Maupertuis* n'étoit ni oisif, ni occupé d'objets peu importants. Les questions les plus sublimes de la géométrie & des sciences qui en dépendent, reçurent entre ses mains ce degré de développement & de précision, que la justesse & la force de son esprit ont répandu sur tous les sujets qu'il a traités. Mais rien



surtout ne lui fit plus d'honneur que son *Discours sur les différentes figures des Astres*, petit ouvrage qu'il fit imprimer séparément en 1732. Aux agrémens du stile, M. de Maupertuis joignoit la netteté des idées. Cette clarté & cette grace avec lesquelles il savoit l'exprimer les choses les plus abstraites, & mettre dans le plus grand jour les secrets des sciences les plus profondes, le distinguèrent d'abord de la foule des auteurs & des philosophes; & il trouva dans ces ressources de quoi s'élever tout d'un coup à ce premier rang que si peu de savans obtiennent, & où ils ne parviennent même qu'après de longs efforts.

Un mémoire que M. de Maupertuis lut en 1733 fut comme l'annonce & l'avant-coureur de cette grande entreprise, dans laquelle il a su tout à la fois ouvrir la carrière, & aller aussi loin qu'il étoit possible. Ce mémoire rouloit sur la figure de la Terre & sur les moyens que l'astronomie & la géographie fournissent pour la déterminer. Ceci nous conduit à l'une des plus grandes époques de la physique & des travaux de M. de Maupertuis.

La question de la figure de la Terre étoit agitée depuis un demi-siècle, sans qu'on eût encore employé les moyens nécessaires pour la décider. Les savans étoient partagés, les uns croyant que cette figure étoit celle d'un sphéroïde applati vers les poles, & les autres voulant qu'elle fût celle d'un sphéroïde allongé. Cette question, à ne la regarder que comme une question de simple curiosité, seroit du moins une des plus curieuses dont se pussent occuper les physiciens & les géomètres. Mais la découverte de la véritable figure de la Terre a des avantages réels & très considérables. Tant qu'on avoit crû la Terre parfaitement sphérique, il suffisoit d'avoir un seul degré du méridien exactement mesuré; & dans tous les tems, de grands princes & de célèbres philosophes avoient entrepris de déterminer la grandeur du degré. Mais les mesures des anciens sont inutiles, soit par leur discordance, soit parce que nous n'en connoissons pas la valeur; & pour celles de quelques modernes, elles étoient si peu exactes, que
leurs



leurs différences alloient jusqu'à la septieme partie d'un degré. Sous *Louis XIV.* M. *Picard* mesura l'arc du Méridien compris entre *Malvoisine & Amiens*; & au commencement du Règne de *Louis XV* en 1718, M. *Jacques Cassini* acheva de mesurer le Méridien de *Paris* qui traverse la France dans toute sa longueur. Le résultat de cette opération; tel qu'il le donna dans son Livre *de la grandeur & figure de la Terre*, fut en faveur du sphéroïde allongé. Cependant *Newton*, dans son cabinet, l'avoit trouvé applati; & son autorité contrebalançoit la mesure. Cela fit naître une espece de schisme dans l'académie de *Paris*; & il arriva ce qui arrive dans toutes les contestations, les esprits s'échaufferent. M. de *Maupertuis* devint le chef du parti opposé à celui de M. *Cassini*: les intérêts de *Newton* ne pouvoient être en de meilleures mains.

Pour terminer ces différends, le Roi Très-Christien, à la sollicitation de l'académie des sciences de *Paris*, envoya trois Académiciens *) mesurer les degrés de la Terre sous l'équateur. Aussitôt après leur départ en 1735, M. de *Maupertuis* prouva que, si la Terre étoit moins aplatie que *Newton* ne l'avoit supposée, & que sa figure approchât de celle qu'*Huygens* lui attribuoit, la différence entre les degrés mesurés en France & ceux qu'on alloit mesurer près de l'équateur, ne seroit pas assez grande, pour être évidemment démêlée des petites erreurs, dont les meilleures observations sont susceptibles: au lieu qu'un degré du méridien voisin du pôle, dans le cas même où la Terre ne seroit pas plus aplatie qu'*Huygens* ne la supposoit, seroit assez différent du degré du meridien voisin de l'équateur, pour que cette différence ne pût être imputée aux erreurs des observations. Il conclut que pour décider la question sans appel, il falloit encore mesurer un degré sous le cercle polaire, & s'offrit pour cette opération. Son offre fut acceptée. La magnificence de tout ce qui regardoit cette entreprise, répondit à la grandeur de l'objet. M. de *Maupertuis* eut pour adjoints Mrs. *Clairaut*, *Camus* & le *Monnier*. Ils partirent de France avec tout ce qui leur étoit nécessaire pour réussir; & la

*) Mrs. *Godin*, *Bouguer* & de la *Condamine*.



cour de Suede donna des ordres, qui leur firent trouver tous les secours possibles dans les provinces les plus reculées de ce royaume.

Il faudroit copier ici le livre de *la Figure de la Terre* publié par M. de Maupertuis, à son retour, pour rendre compte de tout ce qu'il fit dans cette occasion, des fatigues incroyables qu'il essuya, & de la précision scrupuleuse avec laquelle il eut soin de faire & de vérifier toutes les observations qui pouvoient avoir le moindre rapport au but de sa mission. On n'avoit jamais rien fait jusqu'alors, je ne dis pas de semblable à ce travail, mais qui pût entrer en quelque comparaison; & cela en aussi peu de tems. Car M. de Maupertuis vouloit joindre le mérite de la diligence à celui de l'exactitude, & il eut la gloire de les avoir réunis au plus haut degré. Pour bien voir comment il a été véritablement l'ame de cette expédition, & à quel point l'honneur lui en est dû, il faut lire nonseulement sa *Figure de la Terre*, mais encore le journal de M. l'Abbé Outhier, où l'on voit que sans l'ardeur, les ressources, la gayeté même de M. de Maupertuis, cette troupe savante auroit succombé plus d'une fois au découragement, & seroit revenue, sinon infructueusement, du moins avec un résultat beaucoup moins achevé.

Parti de *Dunkerque* le 2 de Mai 1736, M. de Maupertuis quitta la Suede le 9 Juin 1737, & le 13 Novembre de la même année, il lut à l'académie un discours sur la mesure de la Terre au cercle polaire. La conclusion en étoit, que la Terre étoit *considérablement aplatie vers les pôles*. Quoiqu'il fût encore question d'attendre le rapport des academiciens envoyés à l'équateur, l'applatissement parut une chose assez décidée, & M. de Maupertuis jouit de toute la gloire d'un triomphe infiniment flatteur pour lui. Le newtonianisme prit dès lors un ascendant auquel la France avoit paru jusqu'alors vouloir se refuser, & qui est devenu depuis une vraie domination. Cette révolution dans les sciences fut accompagnée d'une révolution dans la façon de penser, moins importante peut-être, mais plus singuliere. Jusqu'alors les géometres avoient été regardés comme de toutes les especes de savans la plus sauvage, la moins propre à contribuer aux agré-
mens



mens de la société, la moins capable de produire des ouvrages auxquels le goût eût quelque part, beaucoup moins dont il pût être l'ame & le caractère propre. *M. de Maupertuis* détruisit cet injuste préjugé, & le détruisit sans retour. L'homme d'esprit, l'excellent écrivain s'unissant en lui au géometre, sans rien faire perdre à celui-ci de sa force & de sa justesse, rendoient également délicieuse sa compagnie & la lecture de ses ouvrages. Dès ce moment les géometres suivirent ce modèle; & plusieurs d'entr'eux l'ont fait avec le plus grand succès. La mode, & même l'engouement se déclarerent en leur faveur; ils firent leurs preuves de bel-esprit, & ce qui avoit été un phénomène rare en *M. de Maupertuis*, est presque devenu l'appanage des grands mathématiciens. Tant un seul exemple, quand il est frappant, a d'efficace.

Si *M. de Maupertuis* avoit été estimé, & goûté, avant son voyage, on peut dire que cette estime devint une espece de culte à son retour, & que ce goût fut poussé jusqu'à l'enthousiasme. Ses exploits philosophiques furent mis en quelque sorte au niveau de ceux des conquérans; aussi faut-il avouer qu'ils étoient plus extraordinaires & plus utiles au genre humain. *Tourniere*, de l'académie royale de peinture, peignit *M. de Maupertuis* habillé comme il l'avoit été en Laponie, & appuyant une main sur le globe de la Terre, comme pour l'applatir. Feu *M. le Marquis de Loc-maria*, son compatriote & son ami, fit graver ce portrait par *Daullé*. *M. de Voltaire* l'orna de ces quatre vers.

Ce globe mal connu qu'il a su mesurer,
Devient un monument où sa gloire se fonde:
Son sort est de fixer la figure du monde,
De lui plaire & de l'éclairer.

Il n'y a point de plaisir pur. *M. de Maupertuis* triomphoit; mais, entouré de gens à qui son triomphe étoit odieux, il n'étoit peut-être pas assez attentif aux ménagemens qui auroient dû accompagner sa victoire. On trouva donc moyen de lui susciter des désagrémens & de ne le laisser presque jouir d'aucun autre avantage que de celui



d'avoir raison. On prétendit qu'il avoit raison avec trop de hauteur; & il est vrai que *M. de Maupertuis* n'a jamais su plier, ni-seulement biaiser. Cela l'empêcha de recueillir tous les fruits qu'il auroit pû, dans d'autres circonstances, se promettre de ses travaux. Irrité de se voir en butte à de semblables attaques, *M. de Maupertuis* publia dans la chaleur de ces démêlés, divers écrits polémiques, anonymes & pleins de sel: entr'autres l'*Examen desintéressé*, &c. Ouvrage fait avec tant d'art, qu'il parut d'abord favorable à la cause de ses adversaires; mais le plus fort argument en leur faveur étant tiré de la multiplieité & de l'énormité des fautes qu'il falloit qu'ils eussent commises, si la terre étoit aplatie; que devint cette preuve, quand ils eurent eux-mêmes reconnu leur erreur? *) *M. de Maupertuis* a supprimé tous ces écrits dans les dernières Editions de ses oeuvres, pour ne pas désobliger des personnes avec lesquelles il s'étoit sincèrement reconcilié.

Obligé de se rencontrer souvent avec des gens qui, malgré l'évidence de la décision qu'il avoit rapportée, ne négligeoient rien pour la rendre suspecte, & pour soulever le public contre elle, *M. de Maupertuis* opposa à cette espee de conjuration la constance intrépide, qui a toujours fait le fond de son caractère. Il avoit avec cela trop de mérite solide, sans compter l'agréable, pour ne pas conserver beaucoup d'amis distingués.

La célèbre marquise *du Châtelet* avoit tout l'esprit qu'il falloit pour sentir ce que valoit *M. de Maupertuis*, & elle y joignoit ce goût pour les sciences qui l'a conduite jusqu'à paroître elle-même avec distinction dans un genre qui paroissoit inaccessible à son sexe, & dans un siècle où il faut de si grands talens pour acquérir quelque célébrité. La marquise voulut s'instruire dans la doctrine de *Newton*. Il lui falloit un guide; & quel autre auroit-elle pu choisir que le *Newton* de la France? Elle eut donc avec *M. de Maupertuis* un commerce géométrique très-affidu; elle recouroit à tout moment à lui comme à son oracle,

*) Mémoires de l'académie 1749.



oracle, & étoit toujours encouragée à y recourir par les réponses satisfaisantes qu'elle en recevoit. Elle eut le plaisir de puiser à la source en l'attirant à *Cirey*, où se trouvoit en même-tems M. de *Voltaire*, jouissant depuis long-tems de la gloire d'être le plus grand poète de la France. L'émulation sembla se joindre à la sympathie qu'il avoit avec son immortelle *Emilie*, pour réveiller en lui le goût de la philosophie de *Newton*, que son séjour à *Londres* lui avoit déjà inspiré; & alors M. de *Maupertuis* eut deux disciples au lieu d'un. A chaque difficulté qui arrêtoit M. de *Voltaire*, il consultoit son Maître, & s'en trouvoit bien. Aussi en témoignoit-il sa reconnoissance avec la plus grande effusion de coeur. Il en existe plusieurs monumens dans sa correspondance manuscrite avec M. de *Maupertuis* *).

Dans le même tems où Mrs. de *Maupertuis* & de *Voltaire* se trouvoient à *Cirey*, M. *König* y étoit aussi, jeune encore, & enseignant les mathématiques à Madame du Châtelet. M. de *Maupertuis*, qui l'avoit connu à *Bâle*, l'avoit recommandé à cette dame. Le maître de mathématique devint ensuite maître de métaphysique, par l'envie qu'eut la marquise de joindre à ses *Institutions de Physique* le beau frontispice qui les décore, & où elle a si bien concentré les principales idées de *Leibnitz*. Les leçons que reçut cette dame font honneur à M. *König*, puisqu'il la mit en état de composer un pareil morceau. Une heureuse harmonie regnoit alors entre ces trois savans. Pourquoi faut-il qu'avant de terminer cet éloge, je sois obligé de faire succéder à ce riant tableau celui de la plus affreuse discorde?

Jusqu'ici la carrière de M. de *Maupertuis* avoit été aussi brillante que peut l'être celle d'un homme de lettres; & il y avoit même joui de distinctions que les lettres n'ont pas coutume d'attirer. Mais nous l'allons voir éprouver un sort, dont les exemples sont aussi rares que l'étoit son mérite.

Les

*) Cette correspondance avoit commencé dès 1732, dans le tems où M. de *Voltaire* travailloit à ses Lettres sur les Anglois, dont quelques-unes roulent sur le système de *Newton*. Les originaux des Lettres de M. de *Voltaire* & de la Marquise à M. de *Maupertuis* sont déposés à la Bibliothèque du Roi de France.



Les cas où le mérite & la fortune font d'accord, reviennent si peu fréquemment dans les annales du monde, & surtout dans celles des lettres, qu'il convient de les remarquer soigneusement. Il faut pour cela des circonstances dont le concours manque presque toujours à ceux qui seroient les plus dignes d'en être favorisés. *M. de Maupertuis* n'eut point à se plaindre des injustices du sort: il le fit naître, le plaça dans un tems & des conjonctures, où ses talens & ses travaux le conduisirent fort au-delà sans doute de toutes les espérances qu'il avoit pu concevoir. Quand je m'exprime ainsi, j'ai moins en vue les emplois qui lui ont été confiés & les honneurs dont il a été décoré, quelque flatteurs qu'ils aient été pour lui, que la faveur & les bonnes grâces d'un roi dont tout ce qu'il y a eu de sages dans tous les siècles auroient ambitionné l'estime & les suffrages. Ici l'histoire de *M. de Maupertuis* commence à se lier à la nôtre: & nous allons voir comment les choses s'acheminèrent insensiblement de façon à nous procurer la gloire & l'avantage de l'avoir pour président.

Le voyage au nord avoit fait connoître *M. de Maupertuis* dans toutes les régions de ce globe où les sciences ont répandu leur lumière. Le service signalé qu'il avoit rendu dans cette occasion aux compagnies savantes, avoit engagé la plupart d'entr'elles à l'admettre au nombre de leurs membres. La société royale de *Berlin* n'avoit pas été des dernières à l'adopter, & son nom se trouve dans nos listes, dix ans environ avant qu'il ait été placé à leur tête. Mais il existoit alors un sanctuaire des muses, où tout ce qui méritoit quelque attention dans la vaste étendue des connoissances humaines, étoit examiné, jugé & approuvé proportionnellement à son véritable prix, par un prince aussi supérieur pendant sa vie privée par la beauté & la sublimité de son génie, qu'il l'a été depuis, & l'est encore, par tout ce qui peut illustrer un souverain. Notre auguste monarque, encore prince royal, faisoit, si je puis ainsi dire, l'apprentissage de la royauté, en ornant son esprit des connoissances les plus solides, & en conduisant son goût à ce degré de perfection où nous l'admirons, par la lecture des ouvrages les plus exquis, & par la correspondance dont il daignoit honorer
leurs

leurs Auteurs. Mrs. de Voltaire, Wolf, Rollin, de Fontenelle jouirent de cette insigne faveur; & Rheinsberg étoit une espèce de Delphes, dont l'Apollon rendoit les oracles les plus respectables. M. de Maupertuis ne pouvoit être inconnu dans un tel séjour: la renommée y avoit porté son nom.

FÉDÉRIC monta sur le trône, & y porta ces talens & ces vertus qui l'auroient toujours fait regner sur les esprits & sur les coeurs, quand il n'auroit jamais eu de couronne. Plein de grandes vues, il avoit en particulier dessein de relever les sciences de l'espèce d'anéantissement où le regne précédent, d'ailleurs un des plus avantageux à cette monarchie, les avoit réduites. Il avoit déjà jetté un coup d'oeil sur la société des sciences dont il n'existoit presque plus que le nom: il vouloit la faire revivre & la combler de cette gloire, à laquelle nous l'avons vu parvenir. La sagacité qui préside à tous ses dessein, lui fit juger que le moyen le plus propre à ranimer cette Compagnie, étoit d'en confier l'administration à M. de Maupertuis. Elle avoit eu pour fondateur le grand Leibnitz: FÉDÉRIC jugea que le seul Maupertuis pouvoit en être le restaurateur.

Les événemens publics retarderent cet ouvrage. Le roi fit la conquête de la Silésie pendant l'hiver de l'année 1741. Dès l'année précédente il avoit invité M. de Maupertuis à se rendre à Berlin; & l'invitation étoit trop glorieuse pour permettre à celui qui la recevoit d'user du moindre délai. Sa qualité d'homme de lettres ne lui ayant point fait oublier qu'il avoit commencé par le métier des armes, il suivit le roi à l'ouverture de la campagne, fut témoin des opérations qui précéderent la bataille de Mollwitz; & ayant voulu l'être aussi de cette bataille, il ne le fut pas de la victoire par une aventure qui n'eut de désagréable que les premiers momens, dont il fut pleinement dédommagé par les suites. Son cheval l'ayant emporté pendant le feu de l'action, il tomba entre les mains des ennemis, & en fut traité comme on l'est en pareil cas par le soldat qui s'approprie tout ce qu'il juge de bonne prise. Son embarras étoit même plus grand

que celui d'un autre prisonnier de guerre, par l'ignorance de la langue. Mais, dès qu'il trouva le moyen de se faire entendre, non seulement on le traita mieux, mais il reçut des témoignages d'attention & des distinctions, qui lui firent bientôt oublier ce petit malheur. Conduit à *Vienne*, il y fut honoré des bontés de LL. MM. d'une manière si gracieuse, qu'il en a toujours conservé la plus respectueuse reconnaissance.

De *Vienne* il revint à *Berlin*, & comme d'un côté le renouvellement de l'Académie n'étoit pas encore conduit à sa maturité, tandis que de l'autre ses affaires le rappelloient en *France*, il partit à la fin de Mai pour y retourner. Il reprit à *Paris* son genre de vie ordinaire, il fut même Directeur de l'académie des sciences en 1742. La comète qui parut alors lui fournit la matière d'un petit écrit en forme de lettre, où l'on trouve à la fois tout ce qu'on pouvoit dire alors de plus précis & de plus ingénieux sur ces astres, „qui, après avoir été si longtems la terreur „du monde, sont tombés tout-à-coup dans un tel discrédit, qu'on „ne les croit plus capables de causer que des rhumes.“ Ce sont ses expressions que j'emprunte.

L'académie des sciences n'étoit pas la seule qui pût revendiquer un associé tel que M. de *Maupertuis*. Il ne méritoit pas moins d'être proposé pour modele à ceux qui veulent bien écrire, qu'à ceux qui veulent bien penser. C'est ce que sentit cette académie, mère des autres, qui donne toujours autant de relief aux hommes célèbres qu'elle adopte, qu'ils peuvent lui en procurer. Il y vaquoit une place par la mort du célèbre abbé de *Saint Pierre*; les suffrages se réunirent en faveur de M. de *Maupertuis*, qui prononça le jour de sa réception en 1743, une harangue, où il sut allier le caractère des deux académies auxquelles il se trouvoit agrégé, & faire servir les fleurs de l'éloquence à orner les fruits que les sciences seules peuvent produire. Cet exemple a été imité depuis plus d'une fois. Au lieu d'un simple compliment, qui, quelque bien
tour-



tourné qu'il soit, pourroit conduire à de fastidieuses répétitions, les académiciens ont souvent pris le parti beaucoup plus judicieux de traiter quelque matière qui soit de leur ressort : & de mettre les choses à la place des mots.

L'activité prodigieuse de *M. de Maupertuis*, nous transporte avec lui, d'un moment à l'autre, dans des lieux bien différens. Des champs de *Mollwitz* nous l'avons, pour ainsi dire, conduit à l'académie Française; & de là, par une espèce d'enchantement & comme en un clin d'oeil, nous le retrouvons dans une autre occasion où il vit le danger de plus près encore, & s'exposa d'une façon si intrépide, que le souvenir mérite d'en être conservé. Il s'agit du siège de *Fribourg*, auquel il assista, non en spectateur qui se tient prudemment à l'écart, mais en officier qui auroit des devoirs à remplir, ou même en volontaire qui voudroit se distinguer & s'avancer. Il trouva non la mort, qu'il ne cherchoit pas sans doute, & qu'il auroit cependant pu rencontrer, mais la gloire & une distinction qui, pour l'ordinaire, est très-enviée. *M. le maréchal de Coigny*, qui commandoit l'armée française, & *M. le comte d'Argenson*, alors ministre de la guerre, l'un & l'autre amis de *M. de Maupertuis*, & sachant combien sa personne étoit agréable à leur monarque, le chargerent de porter à S. M. T. C. la nouvelle de la reddition du château de *Fribourg*.

M. de Maupertuis avoit toujours les yeux tournés vers la Prusse. Les bontés d'un grand roi, l'attente de la plus belle place qu'un homme de lettres puisse occuper, l'espérance de rendre dans cette place les services les plus essentiels aux sciences, étoient des motifs bien propres à le déterminer. Mais des liens plus doux encore & plus puissans, devoient achever de l'enchaîner. La plus grande de toutes les récompenses pour un coeur tel que le sien, lui étoit réservée; c'étoit la possession d'une épouse qui réunissoit tout ce qui peut charmer les yeux, l'esprit & le coeur. Tel étoit le présent que la reine mere, de la main de laquelle de bien

Qqq 2

moin-

moindres choses recevoient le plus grand prix, destinoit à M. de *Maupertuis*, qui n'avoit pu voir Mlle. de *Borck* sans l'adorer. Cette négociation, qui n'étoit pas entièrement exempte de difficultés, fut heureusement conduite à sa fin par M. de *Maupertuis*. Il se félicita bien plus de ce succès, que de tous ceux qu'il avoit jusqu'alors éprouvés. Une partie de l'année 1744, fut employée à régler tout pour ce mariage; & au commencement de la suivante il retourna en France pour obtenir le consentement de son pere, & la permission de s'établir en Prusse. Sa patrie ne le traita point en sujet expatrié; elle lui avoit trop d'obligations & rendoit trop de justice aux raisons qui l'appelloient ailleurs. Il obtint un brevet pour conserver le droit de regnicole, & il conserva sa place dans l'académie françoise. A la vérité on cessa de voir pendant quelques années le nom de M. de *Maupertuis* sur la liste de l'académie des sciences de Paris; mais ce ne fut jamais par délibération de la compagnie. Il s'étoit joint un mal-entendu à la fermentation dont j'ai parlé plus haut. M. de *Maupertuis*, en remettant sa pension, avoit cessé d'être pensionnaire de l'académie, mais ne devoit pas perdre le titre d'académicien dont il ne se desistoit pas: il devoit donc passer de plein droit, & sans le demander, de la classe des pensionnaires dans celle des vétérans, sur-tout après 22 ans d'ancienneté. Ce passage n'est une grace que pour ceux à qui l'académie conserve sous ce titre une pension qui n'est plus due qu'à celui qui les remplace. Aussi, quelques années après, son nom reparut sur la liste de l'académie en qualité de vétéran; & dès l'année 1746, lorsqu'il retourna en France pour recueillir la succession de son pere, il avoit été gratifié d'une pension de quatre mille livres attachée à sa personne.

Je reviens au mariage de M. de *Maupertuis*. Rien ne l'arrêtant plus en France, il vola sur les ailes les plus rapides qui l'eussent jamais porté; & le 8 d'Octobre 1745, fut le plus heureux jour de sa vie, puisque ce jour l'unit pour jamais à la personne



sonne la plus propre à augmenter la somme de tous ses biens, & à diminuer celle de tous ses maux.

Désigné & ensuite déclaré président de l'académie de *Berlin*, *M. de Maupertuis* ne pouvoit bien savoir à quoi ce titre l'engageoit ou l'autorisoit, tant que ses pouvoirs ne seroient pas formellement déterminés. Je ne retracerai qu'en deux mots les révolutions académiques dont le souvenir est présent à l'esprit de ceux qui m'écoutent *).

La guerre qui commença presqu'aussitôt que le regne glorieux sous lequel nous vivons, ayant détourné l'attention du roi de dessus la société des sciences, quelques seigneurs voulurent suppléer en attendant aux besoins de cette compagnie, & en formèrent une autre mi-partie; c'est-à-dire dans laquelle ils joignirent aux membres de l'ancienne société quelques autres gens de lettres de cette capitale, qui leur parurent dignes de cette association. Les assemblées se tenoient chez ces Seigneurs, & on y faisoit à peu près ce qu'on fait dans les académies. Dès que le roi put s'occuper de ces objets, il reprit le projet de renouveler l'académie. Après quelques arrangemens destinés à lui donner une forme réglée, le renouvellement se fit avec solennité dans l'assemblée publique, tenue pour la première fois il y a aujourd'hui seize ans. Suivant cette nouvelle forme, quatre curateurs étoient à la tête de l'académie, & les choses restèrent quelque tems sur ce pied. Quand *M. de Maupertuis* devint président, il se trouva comme subordonné à ces curateurs, ou du moins dans une espece de conflit de juridiction très gênant pour lui. Le roi leva ces obstacles, & ordonna que *M. de Maupertuis* seroit président effectif, avec l'entière disposition de tout ce qui concerne l'académie, tant dans les affaires oeconomiques, que dans les affaires littéraires. De nouveaux reglemens furent dressés en conséquence; & le roi en

Qq q 3

les

*) Voyez-en le détail dans le volume séparé que j'ai publié sous le titre d'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres depuis son origine jusqu'à présent, avec les pieces originales.* A Berlin, 1752. in quarto.



les signant les apostilla de la maniere la plus décisive pour l'autorité de *M. de Maupertuis*. Les réglemens furent lus à l'académie par *M. de Borck*, ministre d'état & curateur en fonction, qui, immédiatement après cette lecture, céda à *M. de Maupertuis* le droit de présider avec toutes ses prérogatives. Cela se passa dans la séance du 6 de Juin 1746; & c'est depuis cette date qu'il faut regarder *M. de Maupertuis* comme chef immédiat & unique de l'académie.

Bientôt après, & l'académie & son président, obtinrent une nouvelle illustration; le Roi se déclara protecteur de l'académie. Toutes les fois que nous voyons cet auguste nom à la tête de nos listes, l'ardeur de nos vœux pour la conservation d'un tel maître prend un nouveau degré de force.

Afin que rien ne manquât à la satisfaction de *M. de Maupertuis*, il reçut presque en même tems l'ordre du *Mérite*, ordre qui n'a jamais dérogé à son institution; mais qui, s'il n'avoit pas existé, auroit pu être créé en faveur de notre président.

M. de Maupertuis, en possession de tant d'avantages, n'imita point ces hommes ordinaires qui se relâchent & se ralentissent dès qu'ils n'ont plus rien à desirer, ou du moins à espérer. Je le dis avec la plus parfaite sincérité, & je ne dis que ce dont mes yeux ont été continuellement témoins, puisque j'ai commencé à tenir la plume de l'académie, en même tems que *M. de Maupertuis* a été installé dans sa présidence: il ne s'est peut-être pas passé un seul jour depuis cette époque, où il n'ait pensé aux intérêts de cette compagnie, où il n'ait eu quelque vue propre à lui faire honneur, où l'extrême vivacité de son génie ne lui ait fait chercher les moyens de procurer l'accroissement des Sciences en général, & de les faire fleurir en particulier au milieu de nous. Le tems m'interdit ici les détails; je suis obligé de me borner à quelques objets principaux.

La connoissance exacte de la parallaxe de la Lune, est le moyen le plus assuré de déterminer la distance de cet Astre à la terre. Il



y a plus d'un demi-siècle qu'un des citoyens les plus généreusement zélés pour les sciences, que les états prussiens, & peut-être que l'univers entier, ayant jamais eu, *M. de Krosigk* *), connoissant l'importance de cette détermination, envoya à ses dépens des observateurs au Cap de Bonne-espérance pour faire sur la parallaxe de la Lune des observations correspondantes à celles qu'on feroit à *Berlin*. On a repris ce travail dans ces dernières années, & il a été un des principaux objets du voyage de *M. l'abbé de la Caille* au Cap de Bonne-espérance. *M. de Maupertuis* auroit extrêmement souhaité qu'on fît en même tems, dans les autres lieux les plus favorables à ces observations, tout ce qui pouvoit servir à rendre cette opération complète, & à en retirer tous les avantages auxquels elle peut conduire. Il avoit dressé pour cet effet le projet d'un voyage en Irlande; & ce fut lui qui proposa à l'académie des sciences de *Paris*, d'envoyer *M. de la Lande* à *Berlin*, où il vint en effet, & fit à notre observatoire les observations correspondantes à celles du Cap. On achevera de se faire une juste idée de cette matiere en lisant la réponse de *M. de Maupertuis* au discours de *M. de la Lande*, lorsqu'il fut reçu membre de l'académie au commencement de l'année 1752 **).

Il n'y auroit eu aucune question tant soit peu intéressante & susceptible de recherches ultérieures, sur laquelle *M. de Maupertuis* n'eût engagé l'académie, ou même les Souverains protecteurs des sciences, à chercher des éclaircissmens & des solutions, si l'on avoit voulu seconder son zèle, & que les circonstances eussent toujours été d'accord avec ses desirs. C'est ce dont on peut se convaincre en lisant sa *lettre sur le progrès des Sciences*. On y trouve tout ce que *Bacon* auroit proposé là-dessus, s'il étoit revenu au monde dans ce siècle.

Ces

*) Voyez son Eloge dans le Tome XIX. de la *neu. Biblioth. German.* p. 17. & suiv. & dans le Tome I. de mes *Eloges d'Académiciens de Berlin & de divers autres Savans*, imprimés à *Lyon* en 1758.

**) Voyez aussi les Mémoires *M. de la Lande* insérés dans les Volumes de l'Académie des Sciences de *Paris* pour les années 1751, 1752. & 1753.



Ces vues générales n'empêchoient point le président de l'académie de suivre les travaux particuliers des académiciens, de les diriger, de les aider de ses lumieres; en un mot de leur procurer tous les secours & tous les encouragemens dont ils avoient besoin. Il est impossible que dans un corps un peu nombreux tous les membres soient également contens. Quand la justice seroit constamment rendue à chacun, ce qui n'arrive gueres nulle part, la trop grande prévention de chacun en faveur de son mérite, & de ses services, fait toujours qu'il se croit, ou négligé, ou trop peu considéré. Je ne pense pas néanmoins que *M. de Maupertuis* ait jamais donné à cet égard des sujets de plaintes bien fondés. Il vouloit certainement le bien de l'académie. Il m'a semblé vouloir aussi celui de tous les académiciens. Il avoit tout ce qu'il falloit pour apprécier le génie & le travail de chacun; & il aimoit à rendre justice: mais il exigeoit l'application & l'exactitude. Il auroit voulu que tout le monde eût répondu à son ardeur & eût imité son activité; car on ne peut nier qu'il ne prêchât d'exemple. Cela lui donnoit quelquefois un ton de vivacité & un air de sévérité, dont ne s'accommodoient pas ceux qui haïssoient toute gêne, ou qui se font de fausses idées de la liberté d'un homme de lettres, & en particulier de celle des membres d'une académie. Il auroit été inutile de fonder de semblables sociétés, si, comme dans toutes les autres, il n'y avoit des loix, & qu'on ne veillât pas à leur observation. Je suis donc intimement persuadé qu'il étoit, & qu'il sera toujours avantageux à l'académie d'être gouvernée comme elle l'a été par *M. de Maupertuis*, & que l'esprit d'ordre ne peut être maintenu que par la vigilance d'un chef qui sçait user de son pouvoir sans en abuser.

Le nôtre n'avoit de partialité, ni pour les personnes, ni pour les objets. Il n'en avoit point pour les personnes: il a toujours estimé, loué, fait valoir dans les occasions ceux qui monstroient de l'attachement à leurs devoirs. Il n'avoit point de partialité pour les objets: ceux de nos quatre classes l'intéressoient égale-



lement. Et cela venoit non seulement de la droiture naturelle, mais de ce qu'il auroit été lui-même un digne associé de chacune de ces classes. Aussi n'y en a-t-il aucune pour laquelle il n'ait donné d'excellens morceaux. La physique & la géometrie étoient, si l'on veut, son fort; mais la métaphysique & les belles-lettres ne le revendiquoient à gueres moins juste titre. Qu'y a-t-il en effet de mieux en ce dernier genre que les discours & les éloges qu'il a lus dans nos assemblées publiques? Oublierons-nous jamais ce discours du jour de l'anniversaire de la naissance du Roi, prononcé il y a aujourd'hui treize ans *), & sur lequel il n'y eut qu'un cri d'admiration? Avouons donc qu'il étoit bien agréable pour chacun de nous, lorsqu'il lisoit ses mémoires, d'être écouté & jugé par celui qu'il auroit dû préférer à tout autre pour auditeur & pour juge, si la chose eût été remise à son choix. On ne sent pas toujours assez le prix d'un bien, lorsqu'on le possède; mais ce seroit pousser l'aveuglement trop loin, que de ne pas le sentir lorsqu'on l'a perdu.

M. de Maupertuis aimoit les travaux de la chymie; & fournissoit souvent des idées, & des sujets, à ceux de nos confreres qui excellent dans cette science. Il a plus fait: on lui est redevable de la construction d'un laboratoire, qui procurera, dans la suite, des facilités dont on étoit dépourvu jusques-là. Le jardin botanique a aussi souvent attiré son attention: & il auroit voulu en général pouvoir mettre tout ce qui intéressoit l'honneur & l'utilité de l'académie, sur le meilleur pied qu'il étoit possible. On sent bien que de pareilles choses ne s'exécutent pas tout d'un coup: & M. de Maupertuis a été traversé par de très-grands obstacles, dont le principal étoit le désordre presque continu de sa santé.

Né avec un de ces tempéramens pour lesquels l'expression de corps de fer semble avoir été imaginée, M. de Maupertuis en avoit

*) Voyez les Mémoires de l'Académie pour l'année 1747.



avoit altéré de bonne heure la trempe, en partie par cette activité prodigieuse de son esprit, qui ne lui accordoit presque aucun repos, en partie, & surtout par de très-grandes fatigues, au premier rang desquelles il faut mettre son voyage au Nord. Qu'on lise ce qu'il a fait & souffert, pour achever cette fameuse mesure, & l'on sera surpris qu'il se soit tiré d'une expédition plus dangereuse que le siège le plus meurtrier. L'âpreté insupportable du froid l'obligea en particulier à user pendant ce travail de liqueurs fortes, qui, selon les apparences, ne firent que concourir avec l'air glacé qu'il respiroit, à déchirer les fibres de ses poumons. De-là vinrent au bout de quelques années ces crachemens de sang, avant-coureurs du mal auquel il a succombé, & qui précéderent sa mort de plus de douze ans. Ces attaques, jointes à d'autres symptômes qui s'aggravoient à chaque rechûte, nous ont fait perdre la plus grande partie du tems pendant lequel nous aurions pû jouir de sa présidence. Elles le tenoient renfermé chez lui, sur-tout en hyver, ou l'obligeoient d'aller respirer son air natal, qui a paru le soulager quelquefois, mais qui n'a jamais pû le rétablir. Souvent nous n'avons pas crû le voir revenir des situations désespérées où il étoit sous nos yeux; & à son départ pour la France, nous n'avons pas compté sur son retour. Cependant son inconcevable vigueur, & le régime rigoureux dont il usoit pendant la durée du choc, mais auquel il auroit dû s'astreindre presque également dans les tems de santé, ou plutôt de soulagement, le ramenoient des portes du trépas, & nous avoient accoutumés à croire qu'il en seroit toujours de même, fort au-delà du terme auquel il parvenu. Mais n'anticipons pas ce terme: les dernières années de la vie de *M. de Muret* ne sont pas moins dignes d'attention que les précédentes.

Renfermé dans son cabinet, notre président n'y étoit jamais oisif. Il développoit le germe de quelqu'une de ces grandes idées dont son esprit étoit continuellement occupé; & quand ce développement étoit parvenu à un certain point, il prenoit la plume, & com-



composoit quelque ouvrage, pour l'ordinaire très court. Il disoit qu'en commençant il n'avoit jamais d'étoffe que pour une cinquantaine de pages, & il n'alloit pas non plus beaucoup au-delà. Ses *Elémens de Géographie*, son *Astronomie Nautique*, & quelques autres traités qu'il avoit publiés en France, étoient assujettis à cette mesure; mais, dans un semblable espace, personne ne savoit ni dire plus de choses, ni les dire mieux.

Il reprit d'abord une idée qui l'avoit occupé à *Paris*, & qu'il n'a gueres perdu de vûe pendant toute sa vie. C'est celle de l'origine des êtres organisés, du vrai principe de nos corps, ou du mécanisme de la génération. On avoit fait voir en 1744 à *Paris* un petit Nègre blanc, qui amusa les curieux & qui exerça les philosophes. M. de *Maupertuis* entreprit l'explication de ce phénomène, & la réduisit à trois faits principaux, qui lui parurent pouvoir devenir des principes.

- 1°. La liqueur féminine de chaque espèce d'animaux contient une multitude innombrable de parties propres à former par leurs assemblages des animaux de la même espèce.
- 2°. Dans la liqueur féminine de chaque individu, les parties propres à former des traits semblables à ceux de cet individu, sont celles qui d'ordinaire sont en plus grand nombre, & ont le plus d'affinité; quoiqu'il y en ait beaucoup d'autres pour des traits différens.
- 3°. Quant à la manière dont se forment dans la semence de chaque animal les parties semblables à cet animal, c'est, disoit-il, une conjecture bien hardie, mais qui n'est peut-être pas dénuée de vraisemblance, que de penser que chaque partie fournit ses germes.

De nouvelles réflexions sur ce sujet conduisirent M. de *Maupertuis* à un ouvrage dans lequel il fit entrer ce qu'il avoit écrit sur le Nègre-blanc, & donna l'ébauche d'un système sur la géné-

raison. C'est la *Venus physique*, pour laquelle il avoit une grande prédilection. On y trouve en effet des choses très-originales, profondément pensées, & ingénieusement exprimées. Tous les sentimens de ceux qui ont traité cette doctrine, y sont exposés avec la dernière précision; après quoi l'auteur ramène les principes que nous venons d'indiquer, & y joint cette notion empruntée de la chymie; „qu'il existe dans la nature des forces, ou si „l'on veut des rapports, en vertu desquels, toutes les fois que „deux substances qui ont quelques dispositions à se joindre l'une „à l'autre, se trouvent unies ensemble, s'il en survient une troisième qui ait plus de rapport avec l'une des deux, elle s'y unit „en faisant lâcher prise à l'autre.“ Il tranche ensuite le mot, & convient que ces rapports & ces forces ne sont autre chose que l'*attraction*, tant vantée, & si peu connue. On demandera, peut-être, si c'étoit la peine de nous écarter des sentiers battus, pour nous laisser dans une pareille route, la plus inaccessible de routes. Aussi la conclusion de cet ouvrage n'aboutit-elle qu'à des doutes & à des questions, qui donneront de nouvelles tortures aux *Mauvertuis* futurs. Quant à la forme de la *Venus physique*, on a prétendu qu'elle n'étoit pas assez grave, que les ornemens du style y étoient trop prodigués, & qu'ils sortoient même un peu du *decorum* philosophique. Mais, si cet ouvrage passe pour une débauche d'esprit, M. de Mauvertuis ne sera pas le seul grand homme, en remontant jusqu'à *Platon*, à qui l'on puisse faire ce petit reproche.

Il ne crut pas avoir épuisé la matière; il y revint & enchérit sur ses idées précédentes. Il avoit voulu garder l'*incognito* pour le *Negre-blanc*; mais cela n'étoit pas possible: personne ne pouvoit se méprendre, ni à sa manière d'écrire, ni à sa manière de penser. Il usa donc, pour son nouvel ouvrage, d'un déguisement dont le succès ne fut gueres plus efficace, ni plus durable. Il fit imprimer une thèse latine qu'on supposoit avoir été soutenue à *Erlang* sous un docteur nommé *Baumann*. A peine en eut-on vu quelques exemplaires à *Paris*, que l'auteur fut reconnu. Ce-



la engagea M. de *Maupertuis* à donner son écrit en françois sous le titre d'*Essai sur la formation des corps organisés*, ou *Système de la nature*, nouveau titre qu'il joignit au précédent dans la dernière édition de ses oeuvres à *Lyon*. Il tâche d'abord de montrer dans cet ouvrage, que son principe attractif appliqué à la génération, n'appartient point à la classe des anciennes qualités occultes, & que les autres hypothèses n'ont au fond rien de plus lumineux. Ensuite il creuse hardiment un nouvel abîme, plus sombre encore que les précédens, en accordant à la matière quelque degré d'intelligence, de desir, d'aversion, de mémoire, & en général, des propriétés d'un autre ordre que celles qu'on appelle physiques. On n'expliquera jamais, ajoute-t-il, la formation d'aucun corps organisé par les propriétés physiques de la matière: d'où il conclut qu'en supposant chacune des plus petites particules de la matière, chaque élément doué de quelque propriété semblable à ce que nous appellons desir, aversion, mémoire; la formation des individus devient l'effet naturel de ces propriétés. Il prétend que toutes les difficultés insurmontables dans les autres systèmes, disparaissent dans celui-ci: la ressemblance aux parens, la production des monstres, la naissance des animaux mêtis: en un mot, que tout s'explique facilement. Pour n'en pas faire à deux fois, il étend ce système aux végétaux, aux minéraux, aux métaux mêmes.

Quelque jugement qu'on porte du fond de ces idées, je ne crois pas qu'on leur conteste le nom de grandes, que j'ai donné ci-dessus en général à toutes celles dont M. de *Maupertuis* s'occupoit. On a cru y trouver des traces de spinosisme ou de matérialisme; mais notre philosophe les a hautement désavouées; il a même suffisamment mis ses principes à l'abri de semblables imputations; & il les auroit certainement abandonnées, si ces conséquences en avoient été une suite inévitable. Car un des plus beaux traits de son éloge, c'est sans contredit l'attention qu'il a toujours eue, de ne rien mettre dans ses écrits qui tendit à ébranler les fondemens de la religion naturelle ou révélée. Ainsi, à ne considé-



rer toute cette doctrine, comme on le doit, que du côté philosophique, on y reconnoit l'effort d'un de ces grands génies, qui brûlent du desir d'arracher à la nature ses secrets, desir qui va quelquefois jusqu'à l'audace. Ce qu'il y a de certain, c'est que des génies de la même trempe entrèrent dans les idées de M. de Maupertuis, & les mirent à profit. Il suffira de nommer M. de Buffon, & cette belle *Histoire naturelle*, où il y a tant de choses qui ont le même caractère de grandeur & de hardiesse. Peut-être même que ce *Plin*e moderne n'a pas indiqué tout ce qui appartenait à notre président dans les hypotheses qu'il a proposées sur le même sujet.

Ce n'étoit pas assez pour M. de Maupertuis d'approfondir ainsi l'origine de l'espèce humaine, & de remonter jusqu'aux premiers élémens de sa formation; il l'envisageoit en même tems du côté moral; & en réfléchissant sur la situation où l'homme se trouve placé ici bas, il voulut voir quel parti il en pouvoit tirer, & à quoi elle pouvoit le mener, à n'en juger que par les seules lumières de la raison; c'est ce qui produisit son *Essai de Philosophie morale*. Il le termine par cette conclusion. *Tout ce qu'il faut faire dans cette vie pour y trouver le plus grand bonheur dont notre nature soit capable, est sans doute cela même qui doit nous conduire au bonheur éternel.* Ceux qui ont voulu critiquer cet ouvrage, ont prétendu que c'est mal prendre le chemin qui conduit l'homme entre les bras de la religion, que de s'attacher à prouver que la somme des maux de cette vie surpasse celle des biens; encore moins d'en tirer la conséquence, que les Stoïciens raisonnaient bien, lorsqu'ils regardoient la mort comme un remède utile & permis. Cependant l'apologie des Stoïciens, c'est-à-dire de leur logique, n'est point impossible; elle n'est pas même difficile. Ne reconnoissant pas l'immortalité de l'âme, ils raisonnaient très-juste, dans leurs principes, en disant que la mort volontaire est un remède utile & permis. Il est clair qu'il vaut mieux n'être point, que d'être mal, & qu'il n'y a que le défaut de courage qui puisse rete-

nir



nir le bras de l'incrédule, quand il se trouve malheureux. C'est alors, au pied de la lettre, le cas de cette *chambre qui fume*, dont *Marc-Aurele* vouloit qu'on sortit, quand on s'y trouvoit mal. Mais une remarque générale sur cet ouvrage de *M. de Maupertuis*, qui est peut-être mieux fondée, c'est que la route par laquelle il veut mener au bonheur est un peu triste, & que la sécheresse qui naît de la précision géométrique est encore augmentée par un fond de mélancholie qu'on découvre dans l'auteur. Ce tour & ce ton qui regnent dans l'*Essai de Philosophie morale*, bien qu'ils paroissent l'effet du raisonnement, & même du calcul, doivent plutôt être attribués à la façon particulière à l'auteur d'envisager les objets & de sentir. Quoiqu'il ait averti que c'est dans ses plus beaux jours, au milieu d'une cour brillante, dans le palais d'un grand roi, qui l'avoit placé fort au-dessus de ce qu'il pouvoit espérer, qu'il a tracé ces réflexions, il n'en est pas moins vrai que c'étoient des réflexions habituelles qu'une trop grande sensibilité aux contrariétés de la fortune & aux peines de la vie, avoit fait naître, & que les avantages qu'il détaille, quelque réels & quelque grands qu'ils fussent, ne pouvoient détruire, en rétablissant du moins l'équilibre entre les bassins de cette balance qui lui paroissoit toujours trébuchante du mauvais côté.

Il se présente encore ici deux pieces, que je ne ferai presque qu'indiquer; non qu'elles ne méritassent aussi de nous arrêter, puisque malgré leur brièveté, elles renferment plus de choses, & des choses plus importantes que bien des gros volumes; mais parce que l'espace me manque, & que *M. de Maupertuis* est un de ces hommes qu'on pourroit décomposer, pour en faire la matière de plusieurs éloges *). Ces pieces sont la *Dissertation sur les différents moyens dont les hommes se sont servi pour exprimer leurs idées*; & les *Réflexions philosophiques sur l'origine des langues, & sur la signification des mots*. On sent aisément l'affinité de ces deux objets; mais il n'est pas aussi aisé de sentir le degré de sublimité auquel

*) *M. de Fontenelle*, éloge de *M. de Leibnitz*.



quel M. de *Maupertuis* a poussé la théorie qu'il en donne. Quoique jamais personne n'ait donné des ouvrages plus finis que lui, ces deux-ci sont peut-être à l'égard des siens ce que les siens sont à l'égard de ceux des autres. Les grandes questions de la langue & de l'écriture universelle, qui ont occupé plusieurs philosophes du premier ordre, sont réduites ici aux notions les plus simples, les plus justes & les plus lumineuses.

Que restoit-il à faire à M. de *Maupertuis*, pour achever de s'élever par ses méditations aux plus grands objets de nos connoissances? C'étoit de remonter au berceau de cet univers, d'examiner les principes de sa formation, & de donner des raisons satisfaisantes de l'ordre qui regne dans les ouvrages de la divinité. C'est à quoi notre philosophie a consacré aussi ses plus grands efforts. Faisons donc aussi ceux dont nous sommes capables, pour rapporter exactement, & le fond même de la doctrine, & les événemens singuliers que la publication de cette doctrine a entraînés après elle.

Dès l'année 1744, M. de *Maupertuis* avoit lu dans l'assemblée publique de l'académie des sciences de *Paris*, un mémoire intitulé: *Accord de différentes Loix de la Nature qui avoient jusqu'ici paru incompatibles*. Il y étoit principalement question des loix que suit la lumière, surtout lorsqu'elle passe d'un milieu diaphane dans un autre. Après avoir montré que les plus grands hommes, *Descartes*, *Fermat*, *Newton*, avoient été dans l'impuissance d'accorder la loi de réfraction avec le principe métaphysique suivant lequel la nature, dans la production de ses effets, agit toujours par les voyes les plus simples, M. de *Maupertuis* entreprit cette conciliation, & se proposa de démontrer que le chemin que la lumière tient, est celui par lequel la quantité d'action est la moindre.

Ce n'étoit là qu'un premier pas, mais très-considérable. Deux ans après, M. de *Maupertuis* en fit un second, & lut à notre académie une recherche des loix du mouvement, où, après avoir



examiné la différence que la dureté ou l'élasticité des corps produit dans les effets du choc, il pose un principe général énoncé en ces termes: *Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantité d'action nécessaire pour ce changement, est la plus petite qu'il soit possible.* A ces deux mémoires il faut en joindre un troisième sur la loi du Repos, lu en 1740, à Paris, où, après avoir établi cette loi universelle, on montre que tous les cas d'équilibre dans la statique n'en sont que des cas particuliers.

C'étoient-là autant de matériaux d'un édifice important, à la construction duquel M. de Maupertuis travailloit. Il le conduisit à sa fin, & ce fut son *Essai de Cosmologie*. Son but y est de prouver l'existence de Dieu, & de la fonder sur un des argumens, selon lui les plus forts, que l'univers nous offre pour nous faire reconnoître la sagesse & la puissance de son souverain auteur. Cet argument est le principe métaphysique sur lequel toutes les loix du mouvement sont fondées, celui de la *moindre quantité d'action*. Le développement de ce principe fait le fond de la *Cosmologie* de M. de Maupertuis. On lui a reproché en général qu'il traitoit avec trop de mépris les autres preuves de l'existence de Dieu, & en particulier celles qui sont ordinairement déduites des causes finales. On ajoutoit que son principe n'étoit lui-même qu'une cause finale, mais hors de la portée de presque tous ceux qui ont besoin de conviction, & que l'auteur même n'attribuoit pas le titre de démonstration à sa preuve *); de façon qu'en perdant les argumens ordinaires, on couroit risque d'adopter une preuve équivoque. Cet ouvrage fut encore exposé à bien des objections; mais ce n'étoient, pour ainsi dire, que des murmures, quand tout à coup, & lorsqu'on s'y attendoit le moins, il survint un éclair le plus grand assurément qu'une dispute philosophique ait jamais produit, & qui fut chargé d'incidens si extraordinaires, que cet évé-

ne-

*) Voyez l'avant-propos du premier Tome des oeuvres de M. de Maupertuis, Edition de Lyon, page XI.



nement peut être regardé comme unique dans l'histoire littéraire. Je vais en articuler les principaux faits, en supprimant tout ce dont il est à souhaiter que la postérité perde le souvenir, & en prenant soin de ne rien avancer, comme je suis peut-être plus en état de le faire que qui que ce soit, qui ne s'accorde avec la vérité.

M. *Kænig* avoit avec M. de *Maupertuis* les anciennes liaisons dont nous avons déjà parlé. Comme elles étoient fondées sur des obligations, il avoit paru en conserver un souvenir qu'on peut nommer tendre, puisqu'il l'engagea à venir ici pour voir notre président, & cela tellement à la lettre, que sur un faux rapport qu'il ne le trouveroit pas à *Berlin*, il avoit été prêt à rebrousser chemin sans y entrer. Comme je fais cette circonstance de source, je crois devoir la rapporter pour montrer jusqu'où des démêlés peu considérables en apparence, ou dans leur origine, peuvent emporter les personnes les plus éclairées & les plus judicieuses. Le *Tantaene animis caelestibus irae!* appliqué jusqu'ici aux seuls théologiens, s'est étendu pour cette fois dans toute sa force aux philosophes.

M. de *Maupertuis* reçut cordialement M. *Kænig*, & ils se virent tous les jours. Mais au bout de quelque tems, à force de s'entretenir sur des matieres sur lesquelles ils n'étoient pas d'accord, il y eut du refroidissement entr'eux, & M. *Kænig* y contribua surtout en poussant trop loin la franchise helvétique. Lors donc que dans ces circonstances, il s'avisâ de communiquer à M. de *Maupertuis* un mémoire destiné à combattre les principes de sa cosmologie, celui-ci, au lieu de l'examiner, le lui rendit afin qu'il en disposât comme il voudroit. Ainsi la séparation fut beaucoup moins affectueuse que ne l'avoit été l'abord.

M. *Kænig* fit imprimer son mémoire dans les *Acta Eruditorum* de Leipzig. Dès qu'il parut, M. de *Maupertuis* le lut & en fut choqué. Mais de tout ce qui y étoit contenu, rien ne lui déplut davantage que l'endroit où M. *Kænig* attribuoit à *Leibnitz* le principe qu'il prétendoit avoir établi le premier dans les ouvrages dont nous
venons



venons de rendre compte. L'affertion de M. *König* étant fondée fur un fragment de lettre de *Leibnitz* qu'il produifoit, M. de *Maupertuis* s'attacha à l'examen de ce fragment, dans lequel il crut trouver des traces évidentes de fauffeté; & dès ce moment il prit le parti de pouffer l'affaire auffi loin qu'elle pouvoit aller. J'ofai lui repréfenter dans quelques converfations que j'eus alors avec lui, les inconvéniens de tout éclat; mais il fut inébranlable.

On fit des recherches juridiques pour découvrir la lettre à laquelle ce fragment devoit appartenir, ou du moins quelques indices par lefquels il fût probable que cette lettre eût exifté; mais ces perquifitions furent infructueufes, ou plutôt toutes contraires à l'authenticité du fragment, comme on peut s'en convaincre en jettant les yeux fur le recueil des lettres de *Leibnitz*, trouvées alors à *Bâle*, & inférées à la fin du XII volume des mémoires de notre académie. D'ailleurs M. *König* interpellé, déclara qu'il avoit tiré le fragment cité d'une copie d'une lettre latine de *Leibnitz*, qu'il tenoit du feu Sicur *Henzi*, décapité à *Berne* depuis quatre ans, & ne produifit pas même cette copie qui pouvoit juftifier au moins fa bonne foi, fi l'on eût reconnu l'écriture de *Henzi*, ou du moins celle du copifte que *Henzi* avoit employé; vérification qu'il étoit aifé de faire à *Berne*. Les preuves de fait jointes à celles de raifonnement que produifirent les académiciens les plus irrécufables fur ces matieres, engagerent l'académie à prononcer le jugement par lequel elle déclara que ces prétendues lignes de *Leibnitz* ne méritoient aucune créance.

Le jugement fut imprimé; & des qu'il parut, une nuée de contradictions s'éleva contre cet arrêt, qui fut contefté, foit pour le fond, foit pour la forme. La partie intéreffée, & qui s'eftimoit lésée, publia un *Appel au Public*, auquel elle joignit enfuite une *Défense*. Il y avoit déjà dans ces pieces bien des vivacités & des traits de paffion. On auroit pu cependant les pardonner à la fenfibilité de l'amour propre, & compenser en quelque forte



les fautes réciproques qui s'étoient faites dans cette occasion, suivant ce Vers si souvent applicable :

Iliacos intrâ muros peccatur & extrâ.

Mais les adverfaires de M. de *Maupertuis*, les moins propres à entrer dans cette difpute, ne garderent aucune mefure, & violerent toute bienféance dans un déluge d'écrits fatiriques qu'ils publièrent pendant quelque tems coup fur coup. Ce feroit leur faire trop d'honneur que de s'y arrêter un instant. Une pareille controverfe ne pouvoit fe décider de la forte. Des coups plus affûrés acheverent le combat, & affûrerent la victoire à M. de *Maupertuis*. M. *Euler*, que je ne nommerois pas fans éloge, s'il n'étoit préfent, fit voir, par l'application que *Leibnitz* lui-même avoit faite de l'axiome des anciens; que la nature dans fes opérations ne fait rien en vain, & cherche toujours le meilleur; il fit, dis-je, voir avec évidence que *Leibnitz* n'avoit jamais connu le principe de la moindre action; après quoi, ramenant toute cette doctrine aux grands principes de la dynamique, il porta au philofophe de *la Haye*, des atteintes dont on peut dire qu'il ne s'eft pas relevé, puisqu'il ne les a jamais repouffées, & que fa réponfe, dont fes partifans ont menacé pendant fi longtems, eft demeurée enfévelie avec lui. Je ne vois donc abfolument rien aujourd'hui qui puiffe invalider le jugement de l'académie, ni laiffer aux perfonnes inftruites & impartiales le moindre doute fur la légitimité, non-feulement des préentions de M. de *Maupertuis*, mais même des principaux moyens qu'il a employés pour les foutenir.

Pendant le cours de cette difpute, la fanté de M. de *Maupertuis* s'altéroit, foit par un des retours périodiques du mal dont il étoit attaqué, foit par l'agitation que de pareilles affaires ne pouvoient manquer de caufier à un efprit auffi vif que le fien. Comme il falloit pourtant toujours qu'il s'occupât, & qu'il n'étoit alors capable d'aucun travail fuivi, il jetta fur le papier fes penfées fur différentes matieres, & leur donna le titre de *lettres*. C'étoit en quelque forte le réfidu de tous les deffeins, de tous les plans poffibles, probables ou ha-

zar-



zardés, dont il n'avoit cessé de s'occuper depuis que les matieres philosophiques faisoient l'objet de ses spéculations. Il sentit bien lui-même qu'on pouvoit en critiquer raisonnablement quelques endroits, & même y trouver *des contradictions*. Il prévint sur cela le lecteur d'une maniere propre à désarmer la critique. Il est donc à présumer que cette production auroit reçu les mêmes éloges que les précédentes, ou du moins qu'elle n'auroit pas été plus maltraitée, si des circonstances particulieres n'avoient rendu ces lettres les objets de la plus étonnante, de la plus imprévue, & de la plus injuste de toutes les attaques. Bien loin de chercher ici à lever aucun voile, j'épaulerois plutôt celui qui envelope encore à bien des égards cette odieuse affaire. De toutes les mains celle de laquelle, par toutes sortes de raisons, on devoit le moins s'attendre à voir partir quelque trait, lança le plus envenimé de tous ceux qui avoient jamais atteint *M. de Maupertuis*. La playe fut profonde, & dans des circonstances qui pouvoient la rendre mortelle. Plusieurs libelles satyriques, cruellement égayés par l'art de travestir tout en ridicule, se répandirent coup sur coup de toutes parts, & causèrent une grande rumeur *). *M. de Maupertuis* l'entendoit à peine: il se mouroit: & l'on n'avoit aucune espérance qu'il pût revenir de l'extrémité à laquelle il se trouvoit réduit. Ses yeux se r'ouvrirent à la clarté d'une flamme qui expioit l'outrage qu'il avoit reçu; ou plutôt son coeur fut ranimé, & le principe de la vie lui fut rendu par les soins magnanimes d'un maître aussi juste que bon.

La visite dont un roi philosophe honora *M. de Maupertuis* mourant, sembla le rappeler des portes du trépas; mais depuis ce tems il eut peu de beaux jours, & il ne faut pas s'en étonner, puisque les plus beaux avoient eu pour lui quelque chose d'insipide, & même d'amer. Dégouté d'une gloire qu'il avoit idolâtrée, & dont il voyoit de plus près le néant; dégouté d'une vie que dans des tems plus heureux il appelloit déjà le *mal de vivre*, il n'a presque plus fait

Sss 3

que

*) Entr'autres l'*Akokia* qui fut brûlé à Berlin par la main du bourreau, le 24 Déc. 1752.



que combattre contre des infirmités toujours renaissantes , souvent même contre des douleurs aiguës , & que les reïtes de sa vigueur, en résistant continuellement au mal, sembloient rendre encore plus vives. J'ai déjà dit que sa ressource dans les attaques précédentes avoit été l'air de *S. Malo*, & qu'il s'en étoit bien trouvé. Il fit trois voyages en France depuis son mariage, les deux premiers d'environ un an, & il en rapporta toujours quelque soulagement. Le troisième & dernier a été le plus long, & sans retour. Indiquons-en les principales circonstances.

Les congés que le Roi accordoit à *M. de Maupertuis*, étoient toujours accompagnés de nouveaux témoignages de bien-veillance. Il obtint le dernier en 1756. pour aller réparer les désordres de sa santé. Il partit de Berlin le 7 de Juin. Il arriva le 5 de Juillet à *Paris*, & s'y arrêta jusqu'au 16 de Septembre. Il se rendit de là à *S. Malo*, où il rentroit toujours avec une singulière satisfaction. Une sœur tendrement aimée, des parens & des amis qui connoissoient tout son mérite, un nom qui seul eût suffi pour lui attirer les hommages de ses compatriotes; tout concouroit à lui rendre agréable le séjour de sa patrie. Il y passa l'hiver, principalement occupé à l'étude, comme j'ai pu en juger par ce qu'il m'écrivoit, & par la demande qu'il me fit de lui envoyer le bel ouvrage de métaphysique du célèbre *Bulfinger*. Les lettres que j'ai reçues de lui dans ce tems-là, m'ont aussi fait voir que son esprit s'occupoit comme à l'ordinaire, & se nourrissoit de méditations sur des matieres du même ordre que celles dont il avoit toujours fait son objet. D'autres sujets d'un ordre assez différent attiroient aussi son attention; témoin une lettre très-longue & très-intéressante, où il s'entretenoit avec moi sur la nature de la vraie religion & du vrai culte.

Les côtes de Bretagne étant inquiétées par les Anglois, & *S. Malo* principalement exposé à leurs entreprises, *M. de Maupertuis*, dont le congé étoit prêt d'expirer, ne pouvoit y trouver d'embarquement sûr: il en partit le 12 Juin 1757, & arriva le 26 à *Bordeaux*,
dans



dans le dessein de s'y embarquer sur un vaisseau de *Hambourg* pour passer plus promptement à *Berlin*. Pendant son séjour à *Bordeaux*, où il vécut fort retiré, il composa une dissertation sur les loix de la nature. Les réflexions sur les événemens auxquels il s'exposoit alors, même sur un vaisseau neutre, la prolongation de congé qu'il venoit d'obtenir de S. M. avec la permission d'aller passer l'hiver en Italie, l'état de sa santé qui exigeoit un climat doux, toutes ces raisons réunies le firent renoncer à son projet d'embarquement. Il partit de *Bordeaux* le 4 d'Octobre, & arriva le 8 à *Toulouse*, s'approchant également de l'Italie & de l'Allemagne. *Toulouse* étoit propre par bien des endroits à lui fournir les agrémens qui convenoient à son état. Aussi y passa-t-il un hiver assez supportable par rapport à sa santé, partageant son tems entre les agrémens du commerce de quelques amis & son cabinet.

Après un séjour de plus de sept mois à *Toulouse*, qui fit perdre de vue à M. de *Maupertuis* le voyage d'Italie, il ne songea plus qu'à se rapprocher de *Berlin*. Il se rendit à *Lyon* par *Narbonne* & par *Nîmes* le 28 Mai, en repartit le 24 Juillet, & arriva en deux jours à *Neufchâtel*. La tranquillité de ce séjour, la satisfaction de se voir dans les états de S. M. la douceur de la saison lui faisoient espérer qu'il pourroit y reprendre les forces dont il avoit besoin pour continuer son voyage. Il avoit eu d'anciennes liaisons avec milord *Maréchal*, gouverneur de cette principauté, & frere du maréchal de *Keith*, ce héros dont la perte a coûté de si justes regrets au roi & à l'état. M. de *Maupertuis*, jouit à *Neuf. hôtel* pendant trois mois des douceurs de ce commerce; mais sa santé n'en devint pas meilleure. Il s'avança néanmoins jusqu'à *Bâle*, où Mrs. *Bernoulli* l'attendoient. Le cadet de ces deux illustres freres, M. *Jean Bernoulli*, avec lequel depuis trente ans M. de *Maupertuis* étoit uni de la plus tendre amitié, fut charmé de le recevoir chez lui. Sa femme & ses enfans lui prodiguerent les soins les plus affectueux dans sa dernière maladie, & l'assisterent jusqu'à son dernier soupir.

Arrivé



Arrivé à *Bâle* le 16 d'Octobre 1758, il s'y trouva d'abord mieux qu'à *Neufchâtel*, où il n'avoit fait que languir : mais ce calme ne fut pas de longue durée; & dès l'entrée de l'hiver il ressentit des atteintes non-seulement plus violentes, mais qui changeoient de siege, & foumettoient à leurs ravages des parties moins capables de résistance que celles qui avoient été jusqu'alors affectées. Le mal avoit toujours résidé dans les poumons, où, selon les apparences, il s'étoit formé un sac ou abcès, dont l'évacuation avoit plus d'une fois sauvé la vie au malade. Je me rappelle de l'avoir vu une fois si tourmenté par une douleur insupportable dans la région des côtes, qu'il avoit dessein de se faire faire l'opération de l'empyeme. Le théâtre de ces violens combats, qui avoit été dans la poitrine, passa aux intestins; & dès la premiere attaque, au mois de Décembre 1758, M. de *Maupertuis* fut si mal qu'il ne crut pas en revenir. Il me l'écrivit le 20 de Janvier; mais en me priant de n'en point parler, pour ne pas allarmer madame son épouse. Le mois de Février ne lui fut pas plus favorable; & il me disoit le 3 de Mars; „J'ai été ces semaines passées „bien malade; j'ai vu la mort de plus près que je ne l'avois jamais vue, „& suis assez content de la maniere dont je l'ai vue : toutes mes mesures „étoient prises pour ce passage; & comme, même en santé, je l'avois souvent pensé, je trouvois assez ridicule ce que *Cicéron* & *Sénèque* nous répètent si souvent, qu'il faut passer sa vie à apprendre à mourir. Cela me feroit croire que ces grands philosophes avoient grand peur de mourir. Cela se trouve tout appris, quand on y est: & moi qui ne suis ni *Cicéron* ni *Sénèque*, je mourois fort tranquille, quoique dans de grandes douleurs. Enfin Dieu n'a pas voulu que ce fût pour cette fois; veuille-t-il une autre fois me remettre dans les mêmes dispositions!”

Ces sentimens également conformes à la raison & à la religion, ont soutenu M. de *Maupertuis* jusqu'à la fin; & il en a eu besoin pour une mort précédée de longues douleurs. Cette force de tempérament, dont j'ai déjà souvent parlé, paroissoit un mur, au pied duquel se brisoient les traits de la mort. Le plus fâcheux combat qu'il ait eu



à effuyer, est celui qu'excitoit sa tendresse pour une épouse si digne d'occuper, comme elle l'a fait, son esprit & son cœur jusqu'à ses derniers instans. Il souhaitoit ardemment de la voir encore, & il craignoit en même-tems de l'exposer aux fatigues & aux risques du voyage. Cela lui fit écrire des lettres où regnoit cette irrésolution; & j'en reçus dans le même tems de Mrs. *de la Condamine & Bernoulli*, dont les unes pressoient le voyage de madame *de Maupertuis*, & les autres le déconseilloient. Il se passa un tems assez considérable, avant qu'elle pût, non-seulement se décider, mais encore être exactement instruite de l'état des choses, parce qu'on ménageoit son extrême sensibilité. Cette dame a été un modele d'affection conjugale, comme elle l'est de toutes les autres vertus. Enfin; apprenant à n'en pouvoir douter que M. *de Maupertuis* étoit fort mal & desiroit de la voir, elle partit; & sans un contr'ordre qui retarda son voyage, elle seroit encore arrivée à tems. Mais elle n'a pas eu la consolation de voir son époux; & M. *Merian*, qui l'avoit accompagnée dans ce voyage, & qui, sur la nouvelle de l'extrémité où se trouvoit le malade, fit une diligence qui lui a procuré la vue de M. *de Maupertuis* agonisant, le trouva hors d'état de le connoître, de lui parler, & de lui donner, encore une fois, comme il l'eût fait sans doute, les assurances de la tendre amitié qu'il a toujours eue pour lui. M. *Jean Bernoulli* a rendu lieu de tout à son ami mourant, & s'est acquitté au-delà de toute expression des devoirs que lui imposoit une aussi triste conjoncture, jusqu'au moment qui a terminé cette glorieuse, mais laborieuse carrière, le 27 de l'année dernière. (1759.)

M. *de Maupertuis* a eu de grands sentimens de religion; & ils ont redoublé aux approches de la mort. C'est par là que je commence à rassembler encore quelques traits de son caractère, qui acheveront cet éloge. Rien ne fait certainement plus d'honneur à un homme doué de talens extraordinaires, que de n'en jamais abuser aux dépens de ce qu'il y a de plus sacré. J'ai déjà dit qu'on ne trouvera pas la moindre trace d'irrégion dans les écrits de M. *de Maupertuis*; & c'est pour eux, dans ce siècle, une distinction aussi rare que réelle.



Si nous voulons ensuite examiner de plus près les principes qui l'ont guidé dans sa vie aussi bien que dans ses ouvrages, nous serons peut être obligés de convenir, (car, si cet éloge est de quelque prix, je crois que c'est au respect que j'y observe pour les loix de la vérité qu'il en sera redevable,) nous avouerons peut-être, dis-je, qu'il ne parloit pas à cet égard de notions aussi distinctes que l'étoient celles qu'il avoit des sciences. Aussi attaché à sa religion qu'à la religion proprement dite, il n'étoit pas remonté à la grande & unique source de l'examen; & cela n'est ni surprenant ni rare dans des personnes qui, comme lui, n'ont reçu que des instructions fort superficielles, bientôt effacées par une vie tumultueuse. Il avoit donc des préjugés qui le rendoient un controversiste peu exact, & qui lui ont inspiré le goût de ces menues observances, dont les gens les plus éclairés de sa propre communion ne font pas grand cas. Mais après tout, il vaut mieux un lien, quoique foible, que d'aller au hasard. Nous louons donc sans difficulté *M. de Maupertuis* de tout ce qu'on a pu nommer en lui zèle & dévotion. Il en a donné des preuves en particulier par rapport à la construction de l'église Catholique de *Berlin*: & il étoit entré sur ce sujet dans une correspondance avec le pape *Benoît XIV*, qui lui a procuré des réponses très-gracieuses & plusieurs faveurs de ce pontife, que sa sagesse & ses vertus ont rendu respectable à toute l'Europe.

Passons de l'homme religieux à l'homme moral. *M. de Maupertuis* a été dans le cas de tous ceux qui ont un tempérament aussi vif que l'étoit le sien. Le feu qui brilloit dans ses yeux & qui brûloit dans ses veines, n'a pu qu'allumer en lui des passions véhémentes, & qui sans doute l'ont emporté quelquefois au-delà des bornes que la raison rendue à elle-même auroit reconnues. Mais il est rare d'être grand homme impunément; & la même cause qui élève les génies supérieurs au-dessus des hommes ordinaires, console presque toujours l'amour propre de ceux-ci, en rapprochant d'eux les grands hommes par d'autres endroits. Le désir de la célébrité, passion qui souvent
est



est comptée pour une vertu, parce qu'elle produit les mêmes effets dans les âmes bien nées, paroît avoir été le grand mobile des démarches de M. de *Maupertuis*; & ses succès, comme nous l'avons vu, ont surpassé de beaucoup ceux auxquels les sciences & les lettres ont coutume de conduire. Cependant un fonds d'inquiétude naturelle, grossi par le chagrin de quelques traverses, n'ont point accordé à M. de *Maupertuis* de jouissance bien complète dans ce genre.

Les vertus de l'honnête homme m'ont toujours paru se trouver en lui, & dans un haut degré. Il étoit franc & droit, incapable de procédés obliques. Il avoit une générosité peu commune & accompagnée des manières les plus nobles. Sur-tout il étoit bon ami, & l'étoit jusqu'à ce degré dont les exemples appartiennent plus à l'histoire des siècles reculés qu'à celle des nôtres. On peut voir ces sentimens exprimés avec toute l'énergie possible dans les quatre dédicaces qu'il a mises à la tête des quatre volumes de la dernière édition de ses oeuvres. Le cœur les a incontestablement toutes dictées, mais sur-tout celle à M. de *la Condamine*. Jamais rien n'a égalé l'affection réciproque de ces deux illustres personnages. Elle avoit commencé dans un tems où ils ne pensoient ni au pôle ni à l'équateur, & ne s'attendoient pas à partager, pour ainsi dire, le monde entre eux pour l'exécution d'une entreprise dont l'honneur étoit réservé à notre siècle & à eux. Cette communauté d'idées & de sentimens, d'intérêt & d'occupations, en fit véritablement un cœur & une âme. M. de *la Condamine* a été jusqu'à la mort de M. de *Maupertuis* le dépositaire de ses pensées les plus secrètes: & si leurs âmes peuvent un jour se rencontrer, je crois qu'elles se rejoindront. Le défunt a eu d'autres amis qui, sans disputer la première place à M. de *la Condamine*, lui ont été extrêmement attachés, & qu'il a payés d'un parfait retour. Je ne nommerai que M. le Comte de *Tressan*; & cette distinction est bien due à l'empressement généreux qu'il témoigne pour sa mémoire, & au monument qu'il veut lui consacrer pour immortaliser leur union *).

Ttt 2

Nous

*) M. le Comte de *Tressan* a fait aussi l'éloge de M. de *Maupertuis* dans l'académie de *Nancy*.



Nous avons à *Berlin*, & sans doute parmi ceux qui m'écoutent, des personnes, dans le coeur desquelles existe un monument encore plus précieux.

Ceux qui savent combien *M. de Maupertuis* étoit aimable, ne s'étonneront pas qu'il ait été si bien aimé. Outre les qualités du coeur dont je viens de parler, il étoit charmant dans le commerce de la vie; sa conversation étoit, s'il m'est permis d'en juger, ou plutôt de l'aveu de ceux à qui ce droit appartient, la plus spirituelle qu'on puisse imaginer. De ce feu qui l'animoit, partoient des éclairs perpétuels qui surprenoient toujours, malgré leur retour non interrompu. Sans la moindre ombre d'affectation, sans ce ton imposant trop ordinaire à ceux qui sentent ce qu'ils valent, il disoit rapidement, laconiquement, agréablement, sur tout ce qui se présentoit, ce qu'on pouvoit dire de mieux, & le mieux qu'on pouvoit le dire. Cela lui étoit naturel, lors même qu'il ne pensoit point à plaire, je dirois presque lorsqu'il auroit été tenté de déplaire; & je crois que ce qu'a dit madame *de Sévigné* du pere *Bouhours*, que *l'esprit lui sortoit de tous côtés*, convenoit beaucoup mieux encore à *M. de Maupertuis*. Que n'étoit-ce donc pas quand il vouloit plaire, c'est à dire quand il se trouvoit à son aise, avec des gens qu'il aimoit & dont il étoit aimé? On croyoit, je n'exagere point, & je parle d'après une sorte de sensation qui m'étoit incompréhensible lorsque je l'éprouvois, on croyoit, en l'entendant, qu'il étoit le seul au monde qui eût jamais eu de l'esprit. On ne se remettoit d'une de ces surprises agréables dont je viens de parler, que pour tomber dans une autre, sans craindre d'en voir jamais tarir la source. Poli avec cela, & parfaitement instruit de tout ce qu'on appelle usage du monde, attentions, prévenances, son exemple, sans qu'il en eût le dessein, étoit une leçon perpétuelle pour ceux qui en ont besoin.

Je ne saurois finir; il se présente toujours à mon souvenir quelqu'un de ces traits caractéristiques qui servent à peindre *M.*
de



de Maupertuis. L'avantage que j'ai eu de le voir plusieurs années familièrement & continuellement, l'attachement sincère que je lui avois voué, & l'attention que je donnois à ce que disoit & faisoit un homme que j'admirois autant que je l'aimois, m'ont laissé le souvenir le plus distinct de toutes ses façons d'agir. Je ne toucherais pourtant plus que deux choses pour ne pas faire un livre plutôt qu'un éloge, s'il est encore tems de prévenir ce reproche.

La première, c'est le soin infini qu'il apportoit à revoir ses ouvrages, à les retoucher, à en faire disparaître les moindres négligences, les plus légères taches, l'ombre de l'inexactitude. Il ne se laissoit point de cette occupation; & c'est par là qu'il a mis dans tout ce qu'il a écrit, ce degré de perfection auquel n'atteignent que les grands écrivains, & même qui manque à quelques-uns, parce qu'ils n'usent pas des mêmes précautions. Les ouvrages de *M. de Maupertuis* subsisteront autant que les sciences & les lettres, parce qu'ils appartiennent également aux unes & aux autres, & qu'on pourra toujours y puiser des leçons de goût aussi bien que de savoir. Les livres qui n'ont que l'un de ces deux mérites, sont déjà estimables; mais il n'y a rien au-dessus de ceux qui les réunissent. Ce seroit une chose très-instructive pour ceux qui veulent se former au grand art d'écrire, que de pouvoir suivre le fil des révisions de *M. de Maupertuis*, d'observer la sévérité qui y regnoit, & d'en découvrir les raisons. On apprendroit ainsi le pouvoir d'un mot mis en sa place. Pendant l'impression même, lorsqu'elle se faisoit à portée de l'auteur: il ne cessoit de corriger sur les épreuves tout ce dont il n'étoit pas content. Et comme il ne l'étoit presque jamais, cela ne finissoit point. Aussi les imprimeurs étoient-ils désolés de ce qui devoit faire le charme des lecteurs. *M. de Maupertuis* a été fort attentif en général à tout ce qui concernoit l'impression de ses ouvrages. Ceux qu'il a publiés en France, ont été magnifiquement imprimés au Louvre, ou par les presses les plus célèbres; & depuis il a fait à cet égard tout ce qu'on pouvoit faire dans les lieux & dans les circonstances



où il se trouvoit. Il n'ignoroit pas que le meilleur livre perd beaucoup de son prix, quand il choque ou fatigue les yeux du lecteur.

L'autre chose dont il me reste à parler, ce sont les liaisons que M. de Maupertuis a toujours entretenues avec une espèce d'amis, dont il s'accommodoit presque mieux que de tous les autres, & avec qui son intimité a été en augmentant jusqu'à la fin. Ce sont les animaux. „Je n'ai plus la ressource du travail, *l'*m'écrit-il dans une de ses dernières lettres; le genre de mon mal me le défend; mais il me reste la compagnie de mes oiseaux, & ce n'est pas la plus mauvaise qu'on puisse avoir.“ Ce goût étoit né avec lui, comme quelques traits de son enfance qu'il m'a racontés me l'ont appris; ensuite il s'étoit changé en curiosité physique. M. de Maupertuis rassembloit avec beaucoup de peine & à grands frais, des animaux étrangers ou singuliers, pour observer leurs allures, & étudier en quelque sorte leur caractère. Il faisoit aussi quelques expériences; & il s'est eo particulier fort occupé à créer, autant que la chose est possible, de nouvelles espèces de chiens, par des mélanges qui produisoient des individus dont les singularités lui faisoient un extrême plaisir. Mais l'affection pour ceux d'entre les animaux dont la gentillesse ou la fidélité ont quelque chose de remarquable, entra toujours pour beaucoup dans le plaisir que M. de Maupertuis goûtoit au milieu de cette petite république: & de toutes les sociétés, c'est peut-être la seule qui dans aucun moment ne lui ait été à charge.

De tout ce qui sert à conserver le souvenir de ceux qui dispa- roissent de dessus la scène de ce monde, il ne reste, ee me semble, rien dont je puisse encore parler, que de la personne de M. de Maupertuis, c'est-à-dire, de son extérieur & de sa physionomie. Celle-ci étoit de celles qu'on nomme singulieres, c'est-à-dire, qui frappent. Il est incontestable qu'elle plaisoit aussi; & la meilleure preuve que j'en puisse alléguer, c'est qu'elle a généralement plu, sans aucune régularité dans les traits. Une taille médiocre & ramassée, un visage que



que je lui ai souvent oui nommer à lui-même quarré, un œil vif, un sourire fin, un air d'intelligence au plus haut degré, quelques-uns de ces mouvemens du visage & du corps qu'on appelle tics, une vivacité de corps affortissante à celle de son esprit; voilà ce qui dans la foule la plus nombreuse eût fait démêler *M. de Maupertuis*. On l'auroit encore reconnu à une façon de se mettre qui étoit assez souvent en contraste avec tout ce qu'on nomme mode, & qui, sous un air de négligence, sembloit cacher quelque envie de se singulariser. Il résultoit de tout cela une impression, qui n'a, je crois, permis à personne de ceux qui ont vû, ne fut-ce qu'une seule fois, *M. de Maupertuis*, d'en perdre le souvenir.

Tel étoit notre Président dans la vie domestique, où les grands hommes intéressent quelquefois plus la curiosité, que dans leurs actions d'apparat. Mais la mémoire nous intéressera toujours d'une façon particulière, tant que nous nous rappellerons les années de sa présidence & les avantages qu'elle nous a procurés. Ceux qui composeront après nous cette compagnie, & qui ne l'auront pas connu personnellement, n'auront pas sans doute ce regret vif & tendre qui, si je ne me trompe, se trouve dans le cœur de presque tous les académiciens, & qui certainement ne sortira jamais du mien: mais ils verront toujours, & dans nos fastes, & dans les œuvres de *M. de Maupertuis*, quel il étoit, & combien nous avons perdu en le perdant. Je souhaite que cette perte soit réparée plutôt que je ne m'en flatte.

En finissant par cette réflexion, je laisserois ceux qui m'écourent, & sur-tout mes confreres, dans une tristesse qui ne s'accorderoit pas avec la solennité de ce jour. Il ne me conviendrait pas non plus de garder le silence sur cette solennité, & de n'y pas puiser, comme dans une source abondante, les idées les plus propres à nous remplir de joie, ou du moins à nous faire espérer que cette joie, altérée, je l'avoue, par bien des événemens, redeviendra enfin aussi vive & aussi complète qu'elle peut l'être. Oui, Messieurs, nous venons de finir une année qui n'a pas été aussi heureuse que les précédentes.

Si



Si l'académie a perdu son président, l'état a fait aussi des pertes fort douloureuses, & qu'on pourroit presque nommer accablantes, si l'état & l'académie n'avoient conservé le plus précieux de tous les biens dont l'être suprême puisse nous laisser jouir : c'est notre grand roi, l'objet de tout notre amour, & de tous nos vœux. Malgré le fardeau incroyable qu'il soutient depuis si longtems, au milieu des dangers formidables qui l'ont tant de fois environné, nous pouvons encore aujourd'hui bénir le ciel de la grace qu'il nous fait bien plus qu'à lui, de le voir entrer dans un nouveau période de cette carrière, *dont les instans valent des années*; j'emprunte cette expression de M. de Maupertuis. Que cette faveur d'en-haut nous fasse oublier toutes nos disgraces, & nous remplisse de la douce espérance d'y voir enfin, & bientôt, succéder un tems plus fortuné; d'obtenir enfin, & bientôt, ce trésor, le plus désirable de tous, après la conservation de notre monarque; la paix! En attendant, bannissons de nos coeurs, sinon toute inquietude, au moins celles qui ne conviennent, ni à des philosophes, ni à des chrétiens.

F I N.



ERRATA

pour les Mémoires de MRS. EULER.

pag. 137. l. 5. unités, lisez limites.

ibid. l. 26. y, lisez y.

p. 173. l. 17. $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$, lisez $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$.

p. 195. l. 6. a fine, $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, lisez $\left(\frac{dy}{dx}\right)$.

p. 199. l. 6. a fine, on, lisez ou

p. 200. l. 4. y, lisez y.

ibid. l. 10. un, lisez une.

p. 203. l. 9. x, lisez xz.

p. 204. l. pen. $\frac{X'u}{\sqrt{2gb}}$, lisez $\frac{X'x}{\sqrt{2gb}}$.

p. 207. l. 9. $\frac{Pa}{\sqrt{2gb}}$, lisez $\frac{Pa}{\sqrt{2gb}}$.

p. 214. l. 1. nous, lisez nous.

p. 215. l. 5. yP, lisez yq.

p. 216. l. 1. aurons, lisez aurons.

ibid. l. 12. perpendiculairement, lisez perpendiculairement.

p. 220. l. 5. a fine, 10. lisez 19.

p. 223. l. 8. quelconque, lisez quelconques.

p. 230. l. 15. $+\frac{1}{2}ylm$, lisez $-\frac{1}{2}ylm$.

p. 231. l. 10. MQS, lisez NQS.

p. 237. l. 17. r, lisez r.

p. 238. l. dern. $+\frac{2}{\sqrt{V}}$, lisez $-\frac{2}{\sqrt{V}}$.

p. 242. l. 14. ma, lisez m'a.

p. 245. l. 5. $+\frac{mm}{n-1}$, lisez $-\frac{mm}{n-1}$.

p. 247. l. 14. mBV - r, lisez mAV - r.

p. 263. l. 6. a fine, déterminées, lisez déterminés.

p. 264. l. 10. même, lisez mêmes.

p. 271. l. 3. EÜ, lisez PÜ.

ibid. l. n. $-\frac{\cos n}{\sin 1}$, lisez $-\frac{\cos n}{\sin 1}$.

p. 272. l. 6. qui, lisez que.

p. 273. l. 16. $Bb^2 \cos n^2$, lisez $Bb^2 \cos n^2$.

p. 274. l. 17. PA = PÜ tourne, lisez PA = PÜ, & l'arc PÜ tourne.

p. 275. l. 20. au, lisez où.

p. 231. l. 3. $-\frac{\cos m}{\sin l \sin u}$, *lif.* $+\frac{\cos m}{\sin l \sin m}$.

p. 233. l. 8. $(1-B) \varepsilon u d\varepsilon$, *lif.* $(1-B) \varepsilon u d\varepsilon$.

p. 235. l. 3. *foit*, *lif.* *fois*.

p. 286. l. 4. $du + \frac{\varepsilon u}{\delta} v d\phi$, *lif.* $dv + \frac{\varepsilon u}{\delta} u d\phi$.

p. 287. l. 2. $-\frac{1}{2} \cos(m+2)\phi$, *lif.* $+\frac{1}{2} \cos(m+2)\phi$.

ibid. l. 8. $v \cos m\phi$, *lif.* $u \cos m\phi$.

p. 289. l. 3. multipliées, *lif.* multipliés.

ibid. l. 16. *marquë*, *lif.* *remarquë*.

p. 292. l. 15. $\mathcal{C} d\varepsilon$, *lif.* $-\mathcal{C} d\varepsilon$.

ibid. l. 20. *équationt*, *lif.* *équations*.

p. 294. l. 15. D_2 , *lif.* C_1 .

p. 296. l. 10. ε , *lif.* ε .

p. 297. l. 14. $-\delta\delta$, *lif.* $-4\delta\delta$.

p. 302. l. 10. *commeneent*, *lif.* *commencement*.

p. 303. l. 5. 0,0253384, *lif.* 0,0053384.

p. 304. l. 6. si $2\psi = 0$, & $2\psi = \theta = 1800$, *lif.* si les angles 2ψ , 2ψ , & θ évanouissent.

ibid. l. 8. 161, *lif.* 163.

ibid. l. 9. *dont*, *lif.* *font*.

p. 305. l. 17. 22616, *lif.* 2616.

p. 308. l. 18. $\cos l \sin \gamma$, *lif.* $\cos l \sin \gamma$.

p. 309. l. 9. $+$, *lif.* $*$.

ibid. l. 10. 3e. col. $m = 2$, *lif.* $m = 2\frac{1}{2}$.

p. 311. l. 5. 45, *lif.* 43.

p. 315. l. pen. 61, *lif.* 60.

p. 318. l. 2. les lettres a & b , *lif.* les deux cales qui sont restées vuides j'ai mis les lettres a & b .

p. 326. l. dern. 64, 1 . . . 57, *lif.* 64 . . . 57.

p. 333. l. 14. 25, 22 . . . 4, *lif.* 25, 22 . . . 5.

p. 337. *in fine*, 7, *lif.* 17.

p. 344. l. 12. $\frac{x}{v^3}$, *lif.* $\frac{x}{v^3}$.

p. 345. l. 15. $x \sin \theta$, *lif.* $x \sin \theta$.

p. 349. l. 1. *donc* $=$, *lif.* *donc* $x =$.

ibid. l. 5. $d\phi \sin \sigma \sin \psi$, *lif.* $d\phi (\sin \sigma \sin \psi)$.

p. 350. l. 9. $\frac{+ \sin \sigma}{+ \sin \sigma}$, *lif.* $\frac{+ \sin \sigma}{- \sin \sigma}$.

ibid. l. 14. $\frac{- \sin \sigma}{- \sin \sigma}$, *lif.* $\frac{- \sin \sigma}{+ \sin \sigma}$.

p. 351. l. 3. $\cos \theta \sin \omega$, *lif.* $\cos \theta \sin \sigma \sin \omega$.

p. 354. l. 3. $-\frac{2n^2 q}{pp}$, *lif.* $+\frac{2n^2 q}{pp}$.

p. 356. l. 9. *accoiffement*, *lif.* *accerniffement*.

